

УДК 538.945

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕОДНОРОДНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК В РАМКАХ ТЕОРИИ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

П. И. Безотосный, К. А. Дмитриева, С. Ю. Гаврилкин,
А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков

В работе предложен метод расчета критического состояния неоднородных сверхпроводящих пленок в рамках теории Гинзбурга–Ландау (ГЛ). Из условия минимизации функционала ГЛ свободной энергии выведена система уравнений, описывающая сверхпроводящее состояние неоднородной пластины. Проведен численный расчет зависимостей критического тока пластины от внешнего магнитного поля. Показано, что при увеличении степени неоднородности пленки критический ток в нулевом внешнем магнитном поле заметно уменьшается, а критическое магнитное поле пленки (при нулевом транспортном токе) увеличивается. Анализ рассчитанных зависимостей произведения величины критического тока и внешнего магнитного поля (аналог объемной силы пиннинга) сверхпроводящих пленок от внешнего магнитного поля показывает, что максимум этой величины сдвигается в область более сильных полей при увеличении степени неоднородности, т.е. увеличение неоднородности приводит к увеличению силы пиннинга.

Ключевые слова: сверхпроводящие плёнки, критический ток, магнитное поле, теория Гинзбурга–Ландау, неоднородность.

Введение. Достаточно часто изучение свойств сверхпроводящих материалов проводится на образцах в виде пленок, что связано с возможностью контроля их размеров и формы (см., напр., [1]). Кроме того, сверхпроводящие пленки (пластины) перспективны с точки зрения создания на их основе различных устройств: датчики, фиксирующие

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: bezpi@sci.lebedev.ru.

единичные фотоны [2–4], элементы для электроники [5] и т.д. Тонкие сверхпроводящие пленки являются основным элементом слоистых структур, также востребованных с точки зрения их практического применения. Очевидно, для конструирования устройств на основе сверхпроводящих пленок и структур требуются аналитические подходы, позволяющие моделировать их параметры. В частности, такие подходы необходимы для создания бесконтактных методов контроля качества и параметров выращиваемых пленок во время роста и после. Ранее в рамках теории Гинзбурга–Ландау нами уже проводилось теоретическое исследование свойств тонких сверхпроводящих пленок [6–9], причем изучались пленки толщиной порядка длины когерентности ξ . В частности, в этих работах рассматривалось влияние границ пленки на ее сверхпроводящие свойства. При этом влияние границ пленок задавалось через граничные условия общего вида на параметр порядка при численном решении уравнений ГЛ [10].

Отличительной чертой пленок является то, что их свойства, в том числе сверхпроводящие, неоднородны по толщине. Особенно сильно неоднородность проявляется вблизи границ пленки. Нередко проводятся сравнения экспериментальных данных для реальных пленок с теоретическими расчетами, проведенными фактически для однородных пленок (см., напр., [11]). Поскольку реальные пленки неоднородны, то, по сути, в расчеты подставляются усредненные по толщине значения сверхпроводящих параметров. Очевидно, этот достаточно грубый метод может приводить к заметным ошибкам. Кроме того, введение неоднородностей в сверхпроводники может приводить к увеличению некоторых критических параметров: критического тока, критического магнитного поля и силы пиннинга. В данной работе описан подход к моделированию критического состояния неоднородных сверхпроводящих пленок в рамках теории ГЛ, проведен расчет и сравнение критических параметров неоднородных пластин с различной степенью неоднородности.

Описание модели. Нами рассматривается длинная и широкая сверхпроводящая пластина толщиной D (длина и ширина пластины много больше ее толщины) в магнитном поле \mathbf{H} , параллельном ее поверхности. При этом используется декартова система координат (x, y, z) с осями y и z , направленными параллельно плоскости поверхности пленки: ось z направлена параллельно внешнему магнитному полю, а транспортный ток течет вдоль оси y . В рассматриваемом случае векторный потенциал имеет лишь y -компоненту, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$.

В случае неоднородной сверхпроводящей пластины параметры сверхпроводящего состояния отличаются в различных ее частях. В данной работе рассматривается изме-

нение параметров сверхпроводящего состояния только по толщине пленки (вдоль оси x). Считается, что в центре сверхпроводящей пленки ее параметры соответствуют материалу, из которого она сделана. При приближении к ее границам нами предполагается, что длина свободного пробега электронов уменьшается, и это приводит к изменению свойств сверхпроводящего состояния в соответствии с “грязным” пределом.

Функционал свободной энергии F для рассматриваемой задачи записывается как:

$$F \sim \int_0^D \left[-a|\Psi(x)|^2 + b|\Psi(x)|^4 + f \left(\left| \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|^2 + \frac{4e^2}{c^2} A(x)^2 |\Psi(x)|^2 \right) + \frac{(\partial A / \partial x)^2}{8\pi} \right] dx, \quad (1)$$

где Ψ – параметр порядка в теории ГЛ, e – заряд электрона, c – скорость света, a, b и f – коэффициенты в разложении функционала свободной энергии. Согласно микроскопическим расчетам, проведенным в рамках теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ), коэффициенты a и b не зависят от длины свободного пробега электронов (l) в рассматриваемом сверхпроводнике [12], и, таким образом, не зависят от координаты x . В свою очередь, в “грязном” пределе $l \ll \xi_0$, где ξ_0 – длина когерентности в чистом сверхпроводнике в теории БКШ, коэффициент разложения f пропорционален длине свободного пробега электронов. Предположим, что зависимость длины свободного пробега от координаты x имеет вид:

$$l(x) = l_0 \left(1 - \eta \left(\frac{x}{D} - \frac{1}{2} \right)^2 \right). \quad (2)$$

Тогда зависимость коэффициента f в разложении (1) от координаты x можно записать в виде:

$$f(x) = f_c f_1(x) = f_c \left(1 - \eta \left(\frac{x}{D} - \frac{1}{2} \right)^2 \right), \quad (3)$$

что соответствует описанному выше изменению сверхпроводящих свойств от центра к границам пленки. На границах пленки значение f равно $f_c(1 - \eta/4)$. Таким образом, η – параметр, характеризующий отличие параметра f в центре пленки и на ее границах. Если $\eta = 0$, то выражения (3) принимают вид $f = f_c$, что соответствует случаю однородной пленки. Будем рассматривать η в качестве параметра, характеризующего степень неоднородности сверхпроводящей пластины.

В результате вариации функционала свободной энергии по параметру порядка и вектор-потенциалу, учитывая вид зависимости $f(x)$ (3) и используя обычный при выводе уравнений ГЛ метод выбора калибровки вектор-потенциала \mathbf{A} , получаются урав-

нения в следующем виде:

$$\psi - \psi^3 + \frac{f(x)}{f_c} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\xi^2} - \frac{\partial f_1}{\partial x_\xi} \frac{\partial \psi}{\partial x_\xi} - \frac{U^2 f(x)}{\kappa_c^2 f_c} \psi = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_\xi^2} - \frac{f(x) \psi^2 U}{f_c \kappa_c^2} = 0, \quad (5)$$

где κ_c – параметр ГЛ в центре пластины, ψ – нормированный параметр порядка: $\psi = \Psi / \sqrt{a/2b}$. Вместо размерных значений координаты x , толщины пластины D , потенциала A и плотности тока j_s в сверхпроводнике здесь введены безразмерные величины $x_\xi, d, U(x_\xi)$ и $j(x_\xi)$:

$$x_\xi = x/\xi_c \text{ и } d = D/\xi_c,$$

где $\xi_c = \sqrt{f_c/a}$ – длина когерентности ГЛ однородного сверхпроводника или длина когерентности ГЛ в центре неоднородного сверхпроводника,

$$A = \frac{\phi_0}{2\pi\kappa_c\xi_c} U \text{ и } j_s = \frac{c\phi_0}{8\pi^2\kappa_c^3\xi_c^3} j,$$

где ϕ_0 – квант магнитного потока.

Для выбранного нами характера зависимости $l(x)$ эти уравнения преобразуются к виду:

$$\psi - \psi^3 + \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2}\right)^2\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\xi^2} - \frac{2\eta}{d} \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2}\right) \frac{\partial \psi}{\partial x_\xi} - \frac{U^2}{\kappa_c^2} \psi \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2}\right)^2\right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_\xi^2} - \frac{\psi^2}{\kappa_c^2} U \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2}\right)^2\right) = 0. \quad (7)$$

Для решения уравнения (6) использовались обычные граничные условия:

$$\left. \frac{d\psi}{dx_\xi} \right|_{x_\xi=0} = 0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{d\psi}{dx_\xi} \right|_{x_\xi=d} = 0.$$

Поскольку транспортный ток I_t в пластине создает магнитное поле:

$$H_I = \frac{2\pi}{c} I_t, \quad (9)$$

полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия к уравнению (7) имеют следующий вид:

$$\partial U / \partial x \big|_{x_\xi=0} = h - h_I, \quad \partial U / \partial x \big|_{x_\xi=d} = h + h_I, \quad (10)$$

где

$$h = \frac{H}{H_\xi}, \quad h_I = \frac{H_I}{H_\xi}, \quad H_\xi = \frac{\phi_0}{2\pi\kappa_c^2\xi_c^2}.$$

Поскольку исследование температурных зависимостей критических параметров выходит за рамки данной работы, считается, что все расчеты проводятся при некоторой фиксированной температуре, близкой к критической T_c . При исследовании температурной зависимости свойств сверхпроводящих пленок температура может быть учтена в модели через ее связь с коэффициентами разложения функционала F .

Отметим еще раз, что все приведенные ниже значения длины и толщины представлены в единицах длины когерентности в центре пластины $\xi_c = \sqrt{f_c/a}$, а значения магнитного поля – в единицах H_ξ . Использование таких единиц облегчает сравнение свойств неоднородных сверхпроводящих пленок со свойствами однородных пленок, в которых $\eta = 0$. Значения силы тока в рамках модели представляются через H_I (9), (10) и поэтому, также как магнитное поле, выражены в единицах H_ξ . Итерационная процедура решения системы уравнений (6), (7), аналогична описанной в работе [8].

Результаты численных расчетов. Зависимости критического тока I_c от внешнего магнитного поля h для пластин толщиной $d = 1$ представлены на рис. 1. Пунктирной линией показана зависимость $I_c(h)$ для однородных пластин. Сплошные линии соответствуют учету неоднородности сверхпроводящих свойств по толщине пластины ($\eta = 1, 2, 3$ и 3.9). Расчеты для неоднородных пластин проведены при значении параметра ГЛ в центре пластины $\kappa_c = 2$. Расчеты для однородной пленки проведены при значении параметра ГЛ $\kappa = \kappa_c = 2$.

При увеличении степени неоднородности η происходит ощутимое уменьшение критического тока в нулевом магнитном поле, что согласуется с аналитическими оценками [13]. Здесь отметим, что выбранная зависимость длины свободного пробега $l(x)$ (2) приводит к уменьшению длины когерентности ξ сверхпроводящей пластины при приближении к ее границам (см. [7]), и к увеличению глубины проникновения λ также при приближении к границам. В рамках “грязного” предела данное поведение ξ и λ соответствует ожидаемому при уменьшении длины свободного пробега электронов. В свою очередь, описанное поведение длины когерентности должно приводить к увеличению критического магнитного поля, что наблюдается на расчетных кривых (см. рис. 1).

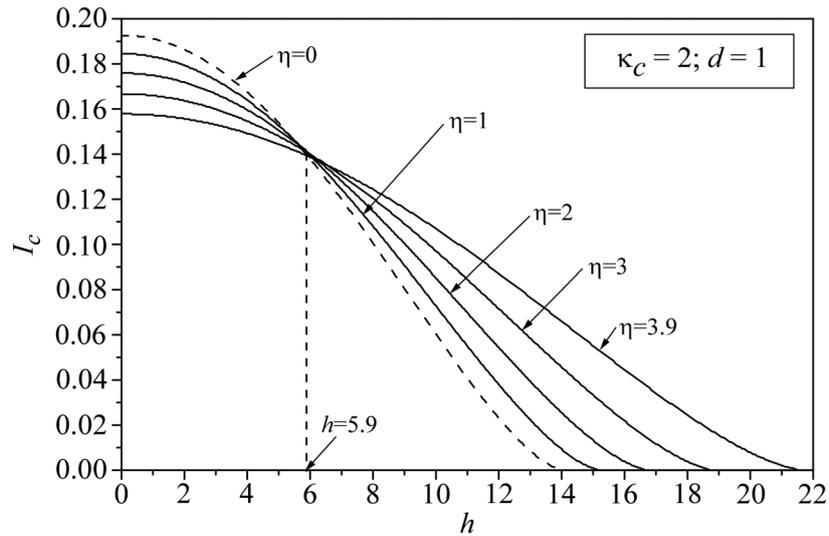


Рис. 1: Зависимости критического тока I_c от внешнего магнитного поля h для пластины толщиной $d = 1$. Расчеты проведены для случаев однородного ($\eta = 0$) и неоднородного ($\eta = 1, 2, 3$ и 3.9) распределения сверхпроводящих свойств по толщине пластины.

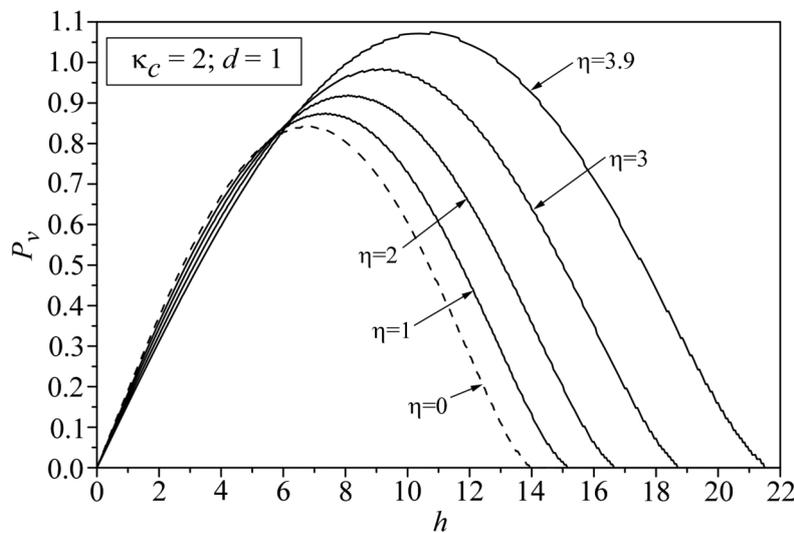


Рис. 2: Зависимости аналога силы пиннинга P_v от внешнего магнитного поля h для пластины толщиной $d = 1$. Расчеты проведены для случаев однородного ($\eta = 0$) и неоднородного ($\eta = 1, 2, 3$ и 3.9) распределения сверхпроводящих свойств по толщине пластины.

Критическому полю отвечают значения h , при которых $I_c(h)$ становится равным нулю. Интересным результатом проведенных расчетов является то, что при определенном значении внешнего магнитного поля h ($h = 5.9$ для пластины с толщиной $d = 1$) критический ток пленки не зависит от степени неоднородности η . Стоит отметить, что рассчитанный критический ток является оценкой сверху для реального критического тока тонких сверхпроводящих пленок.

Введем для нашего случая аналог объемной силы пиннинга: $P_v(h) = I_c h$. В настоящей работе мы рассматриваем безвихревое состояние пластины, единственной неоднородностью которой является ее граница. Для тонких пленок с сильной модуляцией параметра порядка такое приближение близко к реальной ситуации, так как взаимодействие вихрей с границей формирует наиболее сильные центры пиннинга. На рис. 2 приведены зависимости объемной силы пиннинга от магнитного поля для пластин толщиной $d = 1$. Пунктирной линией обозначена кривая, соответствующая случаю однородной пленки ($\eta = 0$), а сплошные линии соответствуют неоднородным пластинам ($\eta = 1, 2, 3$ и 3.9). Расчеты для неоднородных пластин проведены при значении параметра ГЛ $\kappa_c = 2$ в центре пластины. Расчеты для однородной пленки проведены при значении параметра ГЛ $\kappa = \kappa_c$. Согласно результатам проведенных расчетов с увеличением неоднородности (ростом η) объемная сила пиннинга возрастает, а ее максимум сдвигается в область более сильных полей.

Заключение. В данной работе из условия минимизации функционала ГЛ свободной энергии выведена система уравнений, описывающая сверхпроводящее состояние неоднородной пластины. С использованием полученных уравнений проведен расчет критического состояния неоднородных сверхпроводящих пленок. Наши вычисления показывают, что:

- 1) при увеличении степени неоднородности пленки критический ток в нулевом внешнем магнитном поле заметно уменьшается по сравнению током распаривания, а критическое магнитное поле пленки (при нулевом транспортном токе) ощутимо увеличивается;
- 2) при определенной величине внешнего магнитного поля значение критического тока пластины практически не зависит от степени ее неоднородности;
- 3) с увеличением неоднородности пленки (с ростом η) объемная сила пиннинга возрастает, а ее максимум сдвигается в область более сильных полей.

В заключение выражаем благодарность М. С. Каленкову за ценные замечания.

Работа П. И. Безотосного, К. А. Дмитриевой, С. Ю. Гаврилкина и А. Ю. Цветкова

выполнена в рамках Государственного Задания Министерства науки и высшего образования РФ (тема “Физика высокотемпературных сверхпроводников и новых квантовых материалов”, № 0023-2019-0005).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Jie Yong, S. Lee, J. Jiang, et al., Phys. Rev. B **83**, 104510 (2011).
- [2] D. Yu. Vodolazov, Yu. P. Korneeva, A. V. Semenov, et al., Phys. Rev. B **92**, 104503 (2015).
- [3] M. Shcherbatenko, Y. Lobanov, A. Semenov, et al., Optics Express **24**, 30474 (2016).
- [4] Yu. P. Korneeva, D. Yu. Vodolazov, A. V. Semenov, et al., Phys. Rev. Applied **9**, 064037 (2018).
- [5] S. Kaplan and H. Engseth, Supercond. Sci. Technol. **20**, 310 (2007).
- [6] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(6), 3 (2014).
- [7] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(12), 26 (2014).
- [8] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, ФТТ **57**, 1277 (2015).
- [9] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, К. А. Дмитриева и др., ФТТ **61**, 234 (2019).
- [10] Е. А. Андрюшин, В. Л. Гинзбург, А. П. Силин, УФН **163**, 105 (1993).
- [11] Н. П. Шабанова, С. И. Красносвободцев, А. В. Варлашкин, А. И. Головашкин, ФТТ **49** (2007).
- [12] P. G. De Gennes, *Superconductivity of metals and alloys* (W. A. Benjamin, INC, 1966).
- [13] В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **118**, 464 (1958).

Поступила в редакцию 6 июня 2019 г.

После доработки 26 декабря 2019 г.

Принята к публикации 9 января 2020 г.