

УДК 539.19

## ВАКУУМНЫЙ КРАН КАК ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ОБЪЕКТ

В. К. Конюхов, Е. В. Степанов

*Предлагается простая функциональная модель вакуумного крана, которая позволяет учесть особенности в работе крана, характерные для гидродинамических систем. В частности показано, что поток газа, выходящий из крана, непрерывен во времени, но его первая производная по времени имеет разрыв непрерывности в точке, где процесс открывания крана сменяется процессом закрытия. Эта особенность в газовой динамике называется слабым разрывом. Экспериментально исследована работа крана в составе простой вакуумной системы с насыщенными парами воды в качестве рабочего вещества. Найдены условия, когда показания диафрагменного манометра пропорциональны расходу водяного пара. Обсуждается течение газа по трубопроводу под действием сил инерции.*

**Ключевые слова:** вакуумный кран, слабый разрыв, водяные пары, инерционное течение.

*Введение.* Основная цель настоящей работы состоит в демонстрации нового свойства вакуумного крана (слабый разрыв), которое возникло в теоретической гидродинамике, где анализируются решения дифференциальных уравнений с точки зрения аналитических свойств функций и их производных.

Стеклянный вакуумный кран является самым распространенным устройством в лабораторных установках в химии, физике и биологии. По этой причине подробное описание работы крана с точки зрения газовой динамики и гидродинамики представляется полезным и интересным.

Кран классифицируется как двухходовой, если его можно сначала полностью открыть, а затем закрыть, вращая подвижную часть крана на пол-оборота в одну сторону.

---

ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: collie@kapella.gpi.ru.

Отверстия для прохода газа через кран имеют круглую форму, диаметр которых совпадает с внутренним диаметром подводящих трубок. Проходное отверстие, открытое для потока газа через кран, формируется за счет совпадения отверстия в подводящей трубке с отверстием в подвижной части крана. Форма проходного отверстия образована из симметрично расположенных сегментов двух окружностей (см. Приложение к работе [1]). Площадь проходного отверстия, как функция равномерного по времени вращения подвижной части крана, является ключевым параметром, формирующим газовый поток.

Действие крана можно экспериментально проверить, если подключить кран к простой вакуумной системе. Система состоит из стеклянного сосуда с жидкой водой, из которой насыщенный водяной пар поступает на вход крана. На выходе крана установлен мерный, предварительно вакуумированный, стеклянный сосуд, где собираются водяные пары, прошедшие через кран. Мерный сосуд, известного объема, снабжен диафрагменным манометром, поэтому известно количество паров воды, собираемых за все время протекания паров воды через проходное отверстие. Известен также график повышения давления в мерном сосуде на интервале времени, когда кран открыт для прохода водяного пара.

Вращение подвижной части крана на угол  $\pi$  формирует пробу водяного пара. Масса собранного пара определяется по конечному давлению в мерном сосуде, длительность отбора пробы определяется временем поворота крана. Метод многих проб позволяет анализировать свойства серии проб водяного пара, взятых одинаковым, стандартным образом.

*Математическая модель вакуумного крана.* При работе с краном традиционной конструкции предполагается, что операции открывания и закрывания происходят, если вращать ручку крана во взаимно противоположных направлениях. Предполагается также, что кран оказывается в исходном состоянии по окончании однократного выполнения цикла, образованного из операций открывания и закрывания. Для вакуумного двухходового крана оба правила оказываются нарушенными. Однократное выполнение цикла операций происходит при вращении подвижной части крана в одну сторону. В начальное положение вакуумный кран возвращается только после двукратного выполнения цикла операций при сохранении направления вращения подвижной части крана.

Особая конструкция вакуумного крана позволяет предположить, что математическая функция площади открытого отверстия в зависимости от времени может содержать особенности в виде нарушения непрерывности самой функции или ее производной.

Этот дефект функции повлияет на течение газа через кран, что можно обнаружить на эксперименте.

Процессы открытия и закрытия вакуумного крана будем считать независимыми и самостоятельными операциями. Кран можно открыть, и оставить его в таком положении. Аналогичную операцию можно проделать с закрыванием крана. Такой режим свойственен крану традиционной конструкции. В случае вакуумного крана имеет место объединение операций открывания и закрывания в единое целое. Имеется точка совмещения на оси времени, которая одновременно принадлежит двум операциям, и является тем местом, где можно ожидать нарушение гладкости функции площади.

Модель вакуумного крана строится следующим образом. Разместим процессы открывания и закрывания вместе с переменной  $t$ , имеющей смысл времени, на двух единичных интервалах  $[0 - 1 - 2]$ , где цифрой 1 помечена общая точка совмещения процессов. Переменная  $t$  пробегает оба интервала с одинаковой скоростью в одном направлении, начиная движение от точки 0. Определим гладкую монотонно возрастающую функцию площади  $\sigma(t)$ . Процесс закрывания в определенном смысле противоположен процессу открывания, функция площади принимает те же значения, что при открывании, но в обратной последовательности. Реализацию процесса закрывания можно построить, заставив аргумент функции  $\sigma$  проходить интервал  $[1 - 2]$  в направлении, противоположном для переменной  $t$ . Эту задачу решает функция  $\tau = 2 - t$ . Площадь отверстия, открытая для прохода газа, представлена двумя различными функциями времени. На интервале  $[0 - 1]$  открытия  $\sigma(t)$ , на интервале  $[1 - 2]$  закрытия  $\sigma(\tau) = \sigma(2 - t)$ . Результирующие функции имеет вид симметричной колоколообразной фигуры. Она непрерывна на двух интервалах и в точке совмещения  $\sigma(t) = \sigma(2 - t) \quad t = 1$ .

Вычисление производной от функции площади производится отдельно для каждого интервала с учетом сложной функции на интервале  $[1 - 2]$ , для процесса открывания  $d\sigma(t)/dt = a(t)$ , для процесса закрывания  $d\sigma(2-t)/dt = (d\sigma(\tau)/d\tau) * (d\tau/dt) = -a(t)$ . При вычислении производных предполагается, что  $d\sigma(\tau)/d\tau = d\sigma(t)/dt$ , так как величина производной не зависит от обозначения переменной. Производная в точке совмещения  $t = 1$  имеет разрыв непрерывности. Ситуация когда функция непрерывна, но ее производная не определена или имеет разрыв в некоторой точке, в газовой динамике носит название слабого разрыва [2].

*Работа крана в составе вакуумной системы.* Сделаем предположения относительно параметров водяного пара, текущего через вакуумный кран. Будем считать, что течение паров дозвуковое с числом Маха  $M = 0.1$ . Линейные размеры вакуумной системы

порядка 10 см, например, расстояние от крана до центра мерного сосуда. При скорости звука в насыщенном водяном паре при комнатной температуре 400 м/с, получаем масштаб времени, связанный с течением паров воды, 1 ms. Эта величина в 1000 раз меньше, чем время поворота крана на пол-оборота 1 с. По этой причине будем считать, что течение газа стационарно для каждого значения площади проходного отверстия. Функция  $\sigma(t)$  выполняет роль начального условия для течения газа. Сделаем еще упрощающее предположение, считая газовую среду потока несжимаемой, что справедливо для малой скорости течения.

Следующее пояснение относится к системе измерений свойств газового потока. Скорость потока непосредственно не измеряется. Регистрируется давление водяного пара в мерном сосуде за все время вращения подвижной части вакуумного крана. Временное разрешение манометра и цифровой системы позволяет получать 10–12 значений давления для каждой пробы, что позволяет провести количественный анализ.

Связь между потоком паров воды через кран и давлением паров в мерном сосуде основывается на уравнении состояния идеального газа  $pV = mRT$ , где на месте давления  $p$  и массы газа  $m$  в сосуде стоят их производные по времени  $dp/dt$  и  $dm/dt$ . Предполагается, что температура паров воды в вакуумной системе постоянна, а скорость выравнивания давления в мерном сосуде и рабочем объеме манометра достаточно большая, чтобы показания манометра соответствовали давлению паров воды внутри сосуда.

Поток паров воды, втекающий в мерный сосуд с массовым расходом  $dm/dt$  размерностью г/с, должен ранее пройти через вакуумный кран. Из физических величин, которые характеризуют кран и газовую среду, можно образовать произведение  $\rho u \sigma$  с размерностью г/с. Здесь  $\rho$  [г/см<sup>3</sup>] – плотность водяных паров,  $u$  [см/с] – скорость течения,  $\sigma$  [см<sup>2</sup>] – площадь проходного отверстия крана, с принятыми в гидродинамике размерностями. Будем считать, что эта комбинация физических величин описывает протекание паров воды через кран. Исходя из стационарности течения будем считать, что участок пути от крана до мерного сосуда водяной пар проходит по инерции за счет скорости на входе в кран. Поэтому порция паров воды, прошедших через кран, оказывается в том же количестве в мерном сосуде.

Более сложно описать течение паров на входе в вакуумный кран со стороны сосуда с жидкой водой и насыщенным водяным паром, где формируется поток водяного пара. Здесь справедливо предположение о струйном характере течения. Струя паров с постоянной плотностью  $\rho$  двигается через неподвижный водяной пар из глубины сосуда с жидкой водой в сторону крана. Поперечное сечение струи повторяет форму и площадь

отверстия в кране, открытую в момент времени  $t$ . Скорость течения увеличивается от нулевой до значения  $u$  на входе в кран, оставаясь постоянной для всех моментов времени  $t$ . Оценка времени формирования струи была сделана выше и составляет 1  $ms$ .

Предложенная модель струйного течения содержит предположение о полной неподвижности газовой среды вне границ струи. По этой причине остается неясным вопрос о том, как возникает движение в начальный момент времени, если среда была неподвижна. Могут ли существовать условия, например, на границе раздела жидкой фазы и водяного пара, где существует гидродинамическое течение газа? Далее строится модель, которая дает положительный ответ на этот вопрос.

На границе между жидкой водой и парами воды происходит постоянный обмен молекулами воды, который в гидродинамических терминах представляется как потоки равной интенсивности, направленные навстречу друг другу. Уравнение баланса  $\rho_1 u_1 \alpha_{12} = \rho_2 u_2 \alpha_{21}$  записывается через переменные плотности, скорости и вероятности, где индексы 1 и 2 относятся к жидкой и газообразной фазам, вероятности обозначаются двумя индексами. Потоки имеют размерность  $g/s$ , нормированную на единицу площади. Переменные в уравнении баланса можно разделить на две совокупности. Одна совокупность  $\rho_1, u_1, u_2$  состоит из параметров, которые не изменяются, или мало изменяются, при перемещении от точки к точке вдоль поверхности раздела двух сред. Другие переменные  $\alpha_{12}, \rho_2, \alpha_{21}$ , напротив, существенно изменяются при движении вдоль поверхности, но сохраняется соотношение  $\rho_1 \alpha_{12} = \rho_2 \alpha_{21}$ . Другими словами, любое непропорциональное изменение вероятностей перехода молекул воды из одной фазы в другую компенсируется изменением плотности водяного пара.

Неравномерное распределение плотности водяного пара на поверхности раздела двух фаз является причиной течения пара вдоль поверхности для выравнивания плотности. Именно эти течения дают начало потокам паров воды через вакуумный кран.

*Экспериментальная часть.* Вакуумный кран формирует поток паров воды со следующими характеристиками. Течение газа имеет строго определенные по времени начало и конец. Наибольшую интенсивность поток имеет в середине интервала, где в одной точке совмещен конец возрастающей и начало убывающей частей течения. В этой точке первая производная от интенсивности изменяет положительный знак на отрицательный.

Интерес представляет реакция мерной емкости и манометра на поток водяного пара с такими параметрами. Мерная емкость объемом  $600 \text{ cm}^3$  играет пассивную роль, собирая пары за все время течения. Диафрагменный манометр ведет себя более сложным

образом, так как между мерной емкостью и вакуумной камерой манометра объемом  $6 \text{ см}^3$ , где находится диафрагма, имеется трубопровод длиной 20 см. Здесь при заполнении вакуумной камеры формируется течение, которое поддерживается силой инерции и сохраняет свое направление от емкости к вакуумной камере манометра.

Инерциальное течение сплошной среды всегда существует конечное время, так как запас кинетической энергии постоянно расходуется на преодоление сил трения. Геометрические параметры нашей вакуумной установки и параметры газовой среды оказались такими, что инерционное течение в одну сторону существует, если время вращения крана на пол-оборота составляет 1 с. Если время поворота крана увеличить до 2 с и тем самым уменьшить скорость поступления паров воды в мерный сосуд, инерциальное течение заменяется на вязкое течение на участке закрытия крана, когда порции поступающего в сосуд газа становятся все меньше и меньше.

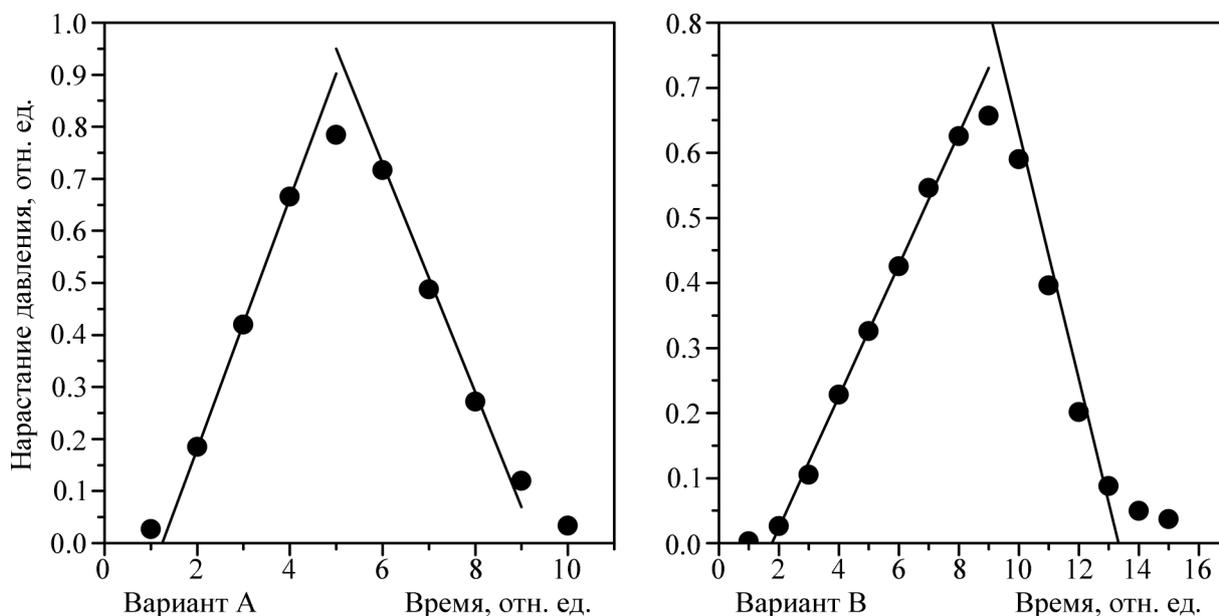


Рис. 1: Первая производная по времени от функции давления паров воды в мерной колбе (черные точки). Линейная аппроксимация производных на участках открытия и закрытия крана (прямые наклонные линии). Вариант А, поворот крана на пол-оборота происходит за 1 сек. Вариант В, поворот крана на пол-оборота происходит за 2 сек. Точка 10 соответствует 0.5 секунды.

Правильность предположения о том, что инерциальное течение в трубопроводе от мерного сосуда к манометру существует, и оно имеет конечную длительность, можно проверить, сравнивая графики на рис. 1. Графики являются результатом обработки

первоначальных данных о зависимости давления в мерном сосуде от времени вращения крана. Данные были получены для односекундного (вариант А) и двухсекундного (вариант В) случаев. Графики представляют собой первые производные от давления как функции времени и совпадают по своей форме с графиком  $\sigma(t)$  площади открытого отверстия в кране.

На графиках проведены наклонные прямые линии, по которым можно судить о величине производных на интервалах открывания и закрывания крана. Числовую характеристику производных можно получить, если вычислить отношение каждой производной к их сумме без учета отрицательного знака производной на интервале закрывания. Для варианта А относительный вклад составляет 52% и 48%, для варианта В вклад составляет 34% и 66%. Сравнение двух вариантов подтверждает предположение о том, что инерциальное движение газа по трубопроводу имеет решающее значение в первом случае, когда силы инерции достаточно, чтобы определять течение на всем интервале времени, когда вакуумный кран открыт. Для второго случая влияние инерции в течении паров воды мало.

*Обсуждение результатов.* Есть еще один аргумент, позволяющий рассматривать вакуумный кран как гидродинамический объект. Течение паров воды за краном можно описать с помощью простого дифференциального уравнения гиперболического типа. Решение уравнения с подробной интерпретацией результатов имеется в книге [2]. Уравнение записано относительно скорости течения  $u(x, t)$ , как функции пространственной координаты  $x$  и времени  $t$  в форме  $\partial u / \partial t = u \partial u / \partial x$ . Начальные условия задачи представлены как линейная функция  $u(x, 0) = \alpha x + \beta$  от координаты. Решение существует на некотором участке начальных условий и записывается как  $u(x, t) = (\alpha x + \beta) / (1 + \alpha t)$  при условии  $\alpha \geq 0$ .

В нашем случае плотность  $\rho$  среды нужно сделать постоянной, оставив переменной только скорость течения  $u(x, \xi)$ , площадь проходного отверстия  $\sigma(t)$  связать с начальными условиями задачи через координату  $x(t)$ . Линейная зависимость хорошо аппроксимирует поведение функции  $\sigma(t)$  вблизи максимума площади открытого отверстия. В решении переменную  $t$  следует заменить быстрым временем  $\xi$ , в результате чего получаем оценку  $1 \gg \alpha \xi$ .

Решение дифференциального уравнения показывает, что разделение на процессы открывания и закрывания крана, которое было введено выше, соответствует двум во многом различным случаям  $\alpha \geq 0$  и  $\alpha \leq 0$ . В рассматриваемой проблеме реализует-

ся случай двух времен: медленного времени  $t$  вращения крана и быстрого времени  $\xi$  течения паров воды по вакуумному тракту.

Гидродинамическое инерционное движение массивной среды обычно рассматривается, когда движение происходит по замкнутой траектории или просто по окружности. Прямолинейное движение под действием силы инерции считается мало интересным. В настоящей работе приводится пример, когда инерционное движение паров воды в прямолинейном трубопроводе влияет существенным образом на показания манометра. Обычно манометр присоединяется к некоторому объему, где нужно измерять давление газа как функцию времени. Если временное разрешение манометра достаточно, то считается, что манометр показывает давление газа в сосуде. Это суждение может быть ошибочным, если поступление газа в сосуд регулируется вакуумным краном описанной выше конструкции.

*Заключение.* Проведено теоретическое и экспериментальное исследование двухходового вакуумного крана самой распространенной конструкции в лабораторной практике. На примере простой экспериментальной установки с водяными парами в качестве рабочей среды показано, что распространенный подход к вакуумному крану как к простой заслонке, регулирующей поток газа, может оказаться ошибочным. При анализе текущего газа на основе совокупности дифференциальных уравнений вакуумный кран можно включить в эту совокупность. В настоящей работе приводится пример дифференциального уравнения, которое может быть использовано для этой цели [2].

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Vadim K. Konyukhov, Eugene V. Stepanov, *Laser Physics* **32**, 084010 (2022). DOI: 10.1088/1555-6611/ac7335.
- [2] Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике* (М., Наука, 1968).

Поступила в редакцию 5 декабря 2022 г.

После доработки 8 апреля 2023 г.

Принята к публикации 9 апреля 2023 г.