

УДК 538.945

## ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕИДЕАЛЬНЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТОВ

А. Н. ЛЫКОВ<sup>1</sup>, И. А. ЛЫКОВ<sup>2</sup>

*В данной статье в рамках резистивной модели проведены расчеты вольт-амперных характеристик (ВАХ) джозефсоновских контактов. Была обнаружена устойчивость ВАХ к отклонениям зависимости сверхпроводящего тока от разности фаз ( $\varphi$ ) параметра порядка на границах контакта от простой синусоидальной, характерной для идеальных джозефсоновских контактов. Показано, что для анализа процессов, происходящих в джозефсоновских контактах, важны измерения спектрального состава генерации такими контактами.*

**Ключевые слова:** сверхпроводимость, эффект Джозефсона, критический ток, вольт-амперная характеристика, андреевское отражение, электромагнитное поле, нестационарные свойства.

*Введение.* Эффект Джозефсона является одним из наиболее известных эффектов в сверхпроводимости. Он был предсказан теоретически в 1962 году [1]. Основой эффекта является возможность протекания (туннелирования) сверхпроводящих носителей тока через тонкий слой диэлектрика, который является потенциальным барьером между двумя сверхпроводниками. Наличие конечного сверхпроводящего тока в таких структурах возможно за счет сохранения фазовой когерентности сверхпроводящего конденсата, несмотря на наличие потенциального барьера. В теории эффекта обычно используется следующее соотношение для сверхпроводящего тока контакта:

$$I_s = I_c \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $I_c$  – критический ток контакта. Параметр порядка вводится в теории сверхпроводимости для описания сверхпроводящего состояния “берегов” мостика. Второе важное свойство джозефсоновского контакта состоит в том, что этот контакт при приложении

<sup>1</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: lykovan@lebedev.ru.

<sup>2</sup> НИТУ “МИСиС”, Россия, Москва, Ленинский пр-т, 4.

к нему напряжения  $V$  должен генерировать электромагнитное излучение с угловой частотой  $\omega_V = 2eV/\hbar$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка и  $e$  – заряд электрона.

Поведение джозефсоновских контактов обычно описывается в рамках резистивной модели [2, 3], в которой задается ток ( $I$ ), пропускаемый через контакт. Учитывая малые сопротивления джозефсоновских контактов, данный подход ближе к реальной ситуации, чем задание напряжения на контакте. В рамках данной модели поведение контактов описывается всего двумя уравнениями:

$$I + I_\omega \sin \omega t = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$V = \frac{\hbar}{2e} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (2.2)$$

где  $R$  – сопротивление контакта в нормальном несверхпроводящем состоянии,  $t$  – время,  $I_\omega$  и  $\omega$  – амплитуда и угловая частота внешнего высокочастотного тока, пропускаемого через контакт в дополнении к постоянному току  $I$ . Уравнение (2.1) представляет ток, текущий через джозефсоновский контакт в виде суммы сверхпроводящей компоненты, определяемой соотношением (1), и обычной нормальной –  $V/R$  компоненты. Такой двухжидкостный подход следует из хорошо развитой теории нестационарных процессов в сверхпроводниках, в которой при температурах, близких к критической, ток проводимости действительно разбивается на сверхпроводящий и нормальный ток [4]. Стоит отметить, что соотношение (2.2) имеет фундаментальный характер и является в отличие от соотношения (1) точным. При  $I > I_c$  разность фаз сверхпроводящего параметра порядка меняется во времени –  $\varphi(t)$ . Все характеристики этого процесса можно найти, решая систему уравнений (2.1) и (2.2). Одной из наиболее важных характеристик джозефсоновского контакта является вольт-амперная характеристика (ВАХ) – зависимость усредненного во времени напряжения от пропускаемого через контакт тока –  $\langle V \rangle(I)$ . Уравнение (2.1) с учетом соотношения (2.2) для нахождения напряжения на контакте впервые решалось на аналоговой машине [5]. Как показывает расчет, на ВАХ джозефсоновских контактов наблюдаются ступеньки тока при напряжениях:

$$V_n = n \frac{\hbar \omega}{2e}, \quad (3)$$

где  $n$  – целое число (номер ступеньки). О существовании таких ступенек тока на ВАХ джозефсоновских контактов, помещенных в электромагнитное поле, впервые было сообщено в работе [6]. Резистивная модель, таким образом, хорошо объясняет полученный результат. К примеру, при частоте внешнего электромагнитного поля  $\omega/2\pi = 10^{10}$  Гц

ступеньки тока на ВАХ должны наблюдаться при напряжениях:  $V_n = n \cdot 20.7$  мкВ. Появление ступенек тока на ВАХ вызвано синхронизацией собственной джозефсоновской генерации внешним переменным током. Характерной особенностью поведения таких ступенек является осциллирующий характер зависимости их амплитуды от мощности внешнего электромагнитного излучения. Эти зависимости качественно напоминают функции Бесселя соответствующего порядка.

Резистивная модель получила большое распространение при анализе свойств джозефсоновских контактов и систем на базе таких контактов. Достоинством этой модели является то, что она позволяет на качественном уровне хорошо описывать эффекты, наблюдаемые на различных джозефсоновских контактах. Значительно сложнее с количественным согласием. Более того, отклонения от резистивной модели должны иметь место, как показано в работах [7–9], и случае стационарного эффекта Джозефсона. В этих параметрах показано, что зависимость сверхпроводящего тока от разности фаз параметра может значительно отличаться от синусоидальной, и вместо зависимости (1) надо использовать новое соотношение вида:

$$I_s(\varphi) = \sum_{k \geq 1} I_k \sin(k\varphi), \quad (4)$$

где  $k$  – целые числа, а коэффициенты  $I_k$  должны быть определены. Главная причина замены зависимости (1) на (4) является андреевское отражение [10], суть которого состоит в следующем. Как известно, на границе нормальный металл–сверхпроводник электрон, движущийся из нормального металла, испытывает своеобразное отражение: если его энергия меньше величины щели в спектре возбуждений сверхпроводника, он отражается и движется в обратную сторону в виде дырки. В прямом направлении движется возникающая при этом процессе куперовская пара электронов. То же самое происходит и с дыркой, но она при отражении превращается в электрон. Кроме влияния на зависимость  $I_s(\varphi)$  андреевское отражение может приводить к появлению щелевой структуры на ВАХ джозефсоновских контактов [11, 12]. Очевидно, что с помощью данного явления можно получить информацию о величине щели в спектре возбуждения сверхпроводников. Этот метод получил развитие после открытия высокотемпературных сверхпроводников [13]. В данной работе андреевское отражение учитывалось только через влияние этого явления на зависимость  $I_s(\varphi)$ , и нами решалась частная задача – численными методами изучалось влияние замены зависимости (1) на (4) на нестационарные свойства джозефсоновских контактов.

*Формулировка задачи и метод расчета.* При замене синусоидальной зависимости критического тока от разности фаз на зависимость вида (4) уравнение (2.1) записывается в виде:

$$I + I_\omega \sin \omega t = I_s(\varphi) + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (5)$$

Одним из возможных методов исследований сложных сверхпроводящих структур является метод численного моделирования, который может быть также использован для анализа экспериментальных результатов. При этом численными методами решалось уравнение (5). Для решения данного дифференциального уравнения была разработана компьютерная программа на основе метода Рунге–Куты. Напряжение на контакте находилось с помощью соотношения (2.2). Через джозефсоновский контакт пропускается постоянный и переменный ток. В результате на нем возникает напряжение. В данной работе вычислялась зависимость усредненного от времени напряжения от постоянной составляющей переменного тока  $I$ . Усреднение напряжения производится по одному и тому же достаточно большому отрезку времени для любого транспортного тока  $I$ . Зависимости  $I_s(\varphi)$ , которые были ранее найдены с помощью микроскопических расчетов, достаточно хорошо можно аппроксимировать с помощью первых двух членов ряда (4). Вклад членов с  $k > 2$  даже с малыми коэффициентами при них в разложение (4) может приводить к появлению не одного, как следует из микроскопических расчетов, а нескольких локальных максимумов. Таким образом, члены с  $k > 2$  могут использоваться только с малыми коэффициентами для небольшой коррекции зависимостей  $I_s(\varphi)$ .

Замена  $\sin \varphi$ , к примеру, на  $\sin 2\varphi$  в уравнении (2.1) должна приводить к увеличению частоты осцилляций собственного джозефсоновского тока при одном и том же напряжении на контакте в два раза. При этом ступеньки тока на ВАХ, возникающие из-за синхронизации собственной джозефсоновской генерации внешним переменным током должны возникать при напряжениях в два раза меньших, чем следует из соотношения. То есть ступеньки тока при замене  $\sin \varphi$  на  $\sin 2\varphi$  в уравнении (2.1) должны возникать при напряжениях:

$$V_n = n \frac{\hbar \omega}{4e}. \quad (6)$$

Возникает задача, какой будет вид ВАХ, если вместо обычной синусоидальной зависимости для сверхпроводящего тока использовать новое соотношение вида (4), характерное для реальных джозефсоновских контактов [9].

*Результаты расчета.* Одной из наиболее важных характеристик джозефсоновского контакта является вольт-амперная характеристика (ВАХ) – зависимость усредненного

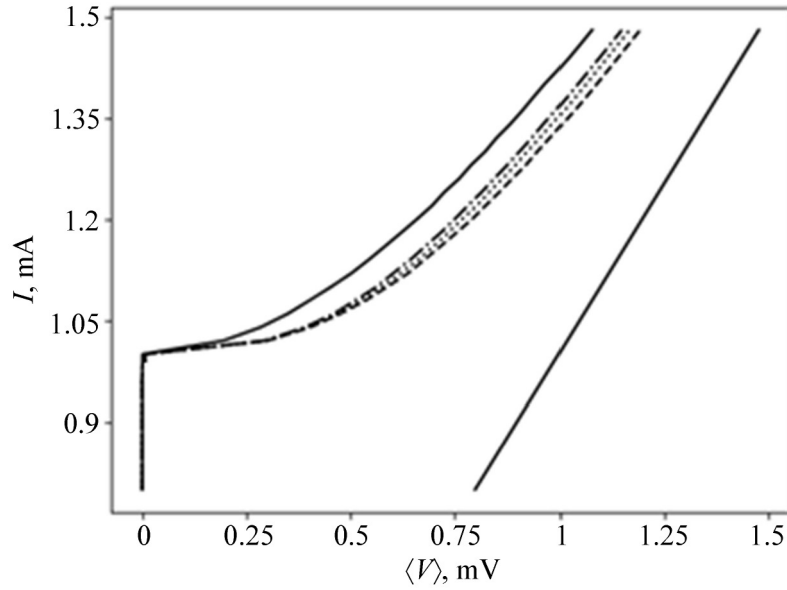


Рис. 1: Примеры зависимостей  $I(\langle V \rangle)$  для разных зависимостей  $I_s(\varphi)$ . Верхней сплошной кривой соответствует  $I_s(\varphi) = \sin \varphi$ , следующие кривые: тире-точки –  $I_s(\varphi) = 0.37 \cdot (\sin \varphi + 2 \sin 2\varphi)$ , точки –  $I_s(\varphi) = 0.21 \cdot (\sin \varphi + 4 \sin 2\varphi)$  и тире –  $I_s(\varphi) = 0.15 \cdot (\sin \varphi + 6 \sin 2\varphi)$ . Нижняя прямая линия –  $V = R \cdot I$ .

во времени напряжения от пропускаемого через контакт тока –  $\langle V \rangle(I)$  в отсутствие внешнего излучения. В резистивной модели ВАХ определяются соотношением:

$$\begin{aligned} \langle V(t) \rangle &= 0, & I &\leq I_c, \\ \langle V(t) \rangle &= R(I^2 - I_c^2)^{0.5}, & I &> I_c. \end{aligned}$$

И имеют гиперболический вид, как показано на рис. 1 (верхняя кривая). Возникает одна из задач нашей работы, какой будет вид ВАХ, если в резистивной модели вместо обычной синусоидальной зависимости для сверхпроводящего тока (1) использовать новое соотношение вида (4), характерное для реальных джозефсоновских контактов. Напомню, что нами для удобства используется обычно применяемый метод представления данных  $I(\langle V \rangle)$ , несмотря на то, что мы задаем транспортный ток и вычисляем возникающее на контакте напряжение. Примеры полученных в результате вычислений ВАХ показаны на рис. 1. Коэффициенты при скобках подбирались таким образом, чтобы максимумы соответствующих функций  $I_s(\varphi)$  равнялись 1. Как видно из этого рисунка ВАХ мало изменяются даже при существенном изменении вида зависимости  $I_s(\varphi)$ . Можно отметить только, что при увеличении вклада члена, содержащего  $\sin 2\varphi$ , кривые приближаются к асимптотике:  $V = R \cdot I$ .

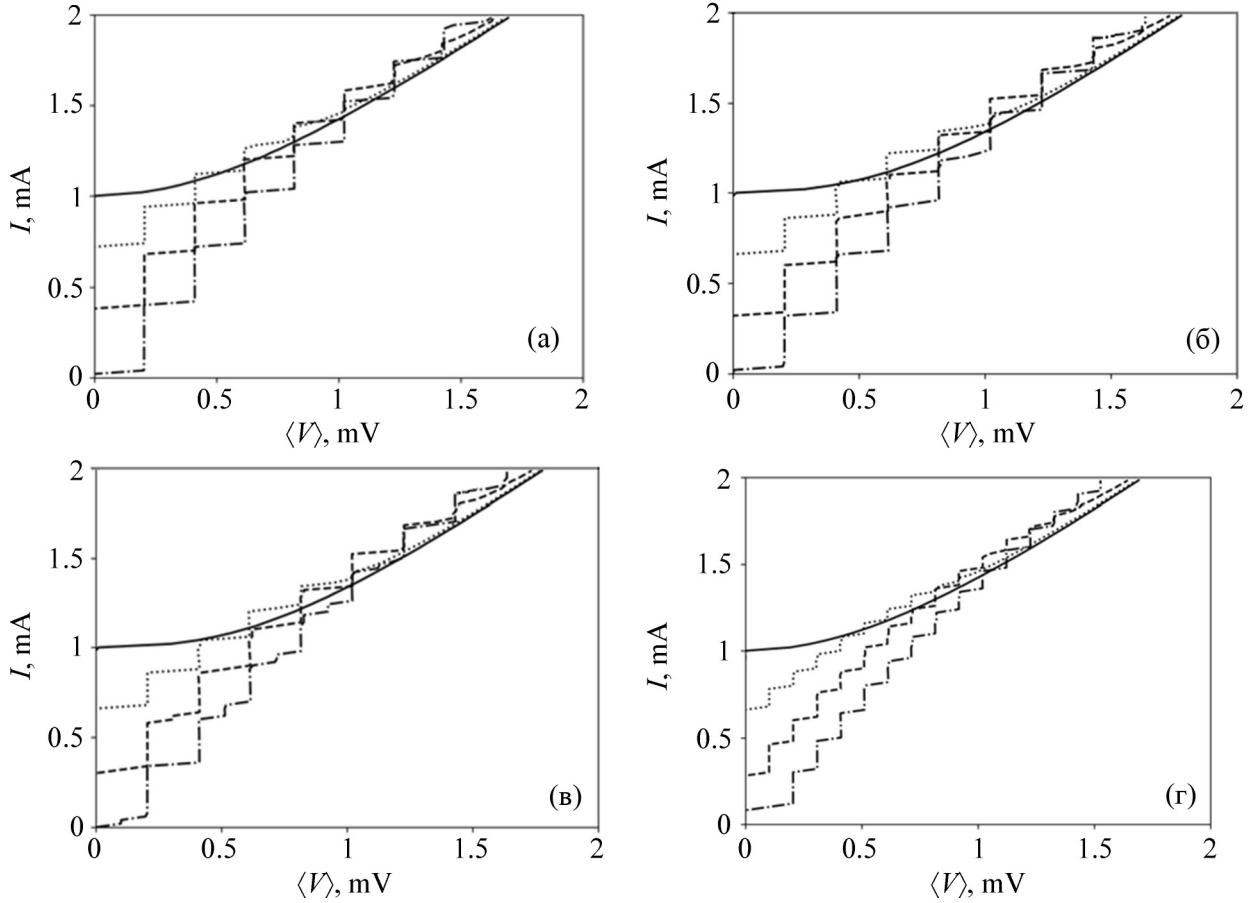


Рис. 2: (а)–(г). Вольт-амперные характеристики, полученные на основе численного решения уравнения (5) для разных зависимостей  $I_s(\varphi)$ . В данном случае полагалось  $I_c = 10^{-3}$  А,  $R = 1$  ом и  $\omega = 2\pi \cdot 10^{11}$  сек $^{-1}$ . Сплошная кривая  $I_\omega = 0$ , кривые, обозначенные точками  $I_\omega = 0.4I_c$ , пунктиром –  $I_\omega = 0.8I_c$  и для кривых, обозначенных пунктиром с точками –  $I_\omega = 1.2I_c$ , (а)  $I_s(\varphi) = \sin \varphi$ , (б)  $I_s(\varphi) = 0.57 \cdot (\sin \varphi + \sin 2\varphi)$ , (в)  $I_s(\varphi) = 0.37 \cdot (\sin \varphi + 2 \sin 2\varphi)$ , (г)  $I_s(\varphi) = \sin 2\varphi$ .

На рис. 2(а)–(г) показаны примеры рассчитанных ВАХ для разных значений амплитуды внешнего высокочастотного тока ( $I_\omega$ ). В данном случае использовались зависимости вида  $I_s(\varphi) = A \cdot (\sin \varphi + B \cdot \sin 2\varphi)$  с разными наборами параметров  $A$  и  $B$ . Параметр  $B$  определяет сравнительную долю  $\sin 2\varphi$  в это соотношение, а параметр  $A$  подбирался как обычно из условия равенства 1 максимуму  $I_s(\varphi)$ . Как видно из этих рисунков, ступенчатая структура ВАХ мало меняется с увеличением  $B$  от 0 до 1. Таким образом, даже при равном вкладе членов, содержащих  $\sin \varphi$  и  $\sin 2\varphi$  в разложение (4), влияние второго члена мало проявляется на ступенчатой структуре ВАХ и на ха-

рактуре ее зависимости от амплитуды внешнего высокочастотного тока. Этот результат является довольно неожиданным, так как  $\sin 2\varphi$  должен приводить к генерации электромагнитного излучения частотой  $2\omega_V$  и, как следствие, к появлению ступенек тока на ВАХ при напряжениях, определяемых соотношением (6), вызванных синхронизацией собственной генерации внешним переменным током. При дальнейшем увеличении параметра  $B$  в дополнении к обычным джозефсоновским ступенькам при напряжениях, определяемых соотношением (3), возникают ступеньки также при напряжениях:

$$V_n = (2n + 1) \frac{\hbar\omega}{4e}. \quad (7)$$

При больших параметрах  $B$  ВАХ становятся похожими на характеристики с  $I_s(\varphi) = \sin 2\varphi$ , показанными на рис. 2(г).

*Заключение.* В рамках резистивной модели нами проведены расчеты  $I$ - $V$  характеристик джозефсоновских контактов. Эти расчеты демонстрируют устойчивость ВАХ к значительным отклонениям  $I_s(\varphi)$  зависимости от простой синусоидальной (1), характерной для идеальных джозефсоновских контактов. Таким образом, наблюдение ступенек тока на ВАХ контактов при напряжениях, определяемых соотношением (3), не является доказательством применимости для анализа свойств таких контактов соотношений (1) и (2.1), справедливых для идеальных джозефсоновских контактов. Для анализа процессов, происходящих в джозефсоновских контактах, важны измерения спектрального состава генерации такими контактами. Каждый член разложения (4) зависимости  $I_s(\varphi)$  дает генерацию с амплитудой, пропорциональной  $I_k$  на соответствующей частоте  $k\omega_V$ .

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [2] W. C. Stewart, Appl. Phys. Lett. **12**, 277 (1968).
- [3] D. E. J. McCumber, J. Appl. Phys. **39**, 3113 (1968).
- [4] К. К. Лихарев, Б. Г. Ульрих, *Системы с джозефсоновскими контактами* (Москва, МГУ, 1978).
- [5] P. Russer, J. Appl. Phys. **43**, 2008 (1972).
- [6] C. C. Grimes, S. Shapiro, Phys. Rev. **169**, 397 (1968).
- [7] И. О. Кулик, ЖЭТФ **57**, 1745 (1969).

- [8] N. B. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity* (Clarendon, Oxford, England, 2001).
- [9] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
- [10] А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* **46**, 1823 (1964).
- [11] J. M. Rowell, W. L. Feldman, *Phys. Rev.* **172**, 393 (1968).
- [12] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **27**, 6739 (1983).
- [13] А. И. Шилов, А. С. Усольцев, А. В. Садаков, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **51**(1), 31 (2024).

Поступила в редакцию 23 октября 2024 г.

После доработки 8 апреля 2024 г.

Принята к публикации 9 апреля 2024 г.