

ОПТИКА И ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.12

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ПОЛЯ
ЭКЗИТ-ВОЛНЫ ФАЗОВОГО ОБЪЕКТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ
НА РАЗЛИЧНЫХ РАССТОЯНИЯХ**

И. А. Артюков, А. В. Виноградов, М. В. Горбунков,
Ю. Я. Маслова, Н. Л. Попов

Повышение эффективности и расширение области применений методов безлинзовой оптики требуют повышения её надёжности в измерениях световых полей. С этой целью в работе исследуется комплексное поле, созданное фазовым объектом – линзой. Показано, что надёжное восстановление фазы возможно при использовании двух и более измерений распределения интенсивности на разных расстояниях от объекта. В качестве объекта используется комбинация круглой диафрагмы и расположенной за ней линзы.

Ключевые слова: безлинзовая оптика, восстановление фазы, обратная оптическая задача.

Введение. Новые принципы микроскопии, открытые Габором в середине прошлого века [1], опираются на описание электромагнитного излучения не только по амплитуде, но и по фазе. Они потребовали когерентного освещения исследуемых объектов, что послужило их более полному описанию. В этом отношении уже в течение полувека всё большее внимание привлекают безлинзовые методы получения изображений [2]. Этому способствует развитие вычислительной техники и численных методов.

В безлинзовой микроскопии исследуемые предметы (объекты), как правило, описываются амплитудой и фазой, которые находятся с помощью алгоритмов. Входными данными этих алгоритмов служат оцифрованные дифракционные картины, полученные с помощью квадратичного по амплитуде поля детектора при одном или более расстояниях до предмета, освещаемого когерентным пучком. Безлинзовые методы позволяют

не только достигнуть высокого пространственного разрешения (порядка длины волны), но и получить фазовое изображение объекта. Иными словами, можно говорить о полном описании дифракционной картины некристаллического объекта. Одновременно с нахождением амплитудно-фазовой структуры поля вблизи детектора решается и обратная оптическая задача: восстановление распределения амплитуды и фазы поля на поверхности объекта. Такой подход применяется в разных диапазонах электромагнитного спектра, от терагерц до жёсткого рентгеновского излучения (см. обзоры [3, 4]). Наиболее широкое распространение безлинзовые методы получили в рентгеновской части спектра в связи со сложностью изготовления, а иногда и отсутствием эффективной рентгеновской оптики.

Отметим, что алгоритмы и программы безлинзовой оптики могут применяться и тестироваться в самых различных задачах [5–8].

Математическая модель. Математическая модель в основе используемых алгоритмов определяется геометрией освещения и типом объекта. В безлинзовой микроскопии исследуемый объект отождествляется с бесконечно тонким транспарантом или зеркалом, обращённым к детектору. Задача заключается в нахождении комплексного светового поля в плоскости, максимально приближённой к поверхности транспаранта или зеркала.

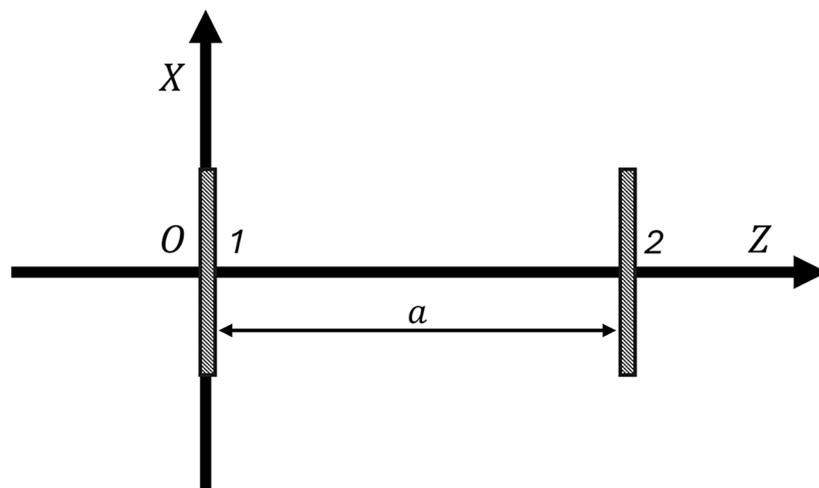


Рис. 1: Схема безлинзовой микроскопии (для простоты одномерный случай): 1 – объект, 2 – детектор.

Поясним сказанное на двух примерах. Они различаются типом граничного условия для поля $\psi(x, z)$ на поверхности объекта (см. рис. 1).

(а) *Бинарный объект, в виде структуры, состоящей из отверстий и щелей в абсолютно поглощающем неограниченном экране.* В этом случае граничное условие имеет вид:

$$\psi(x, z = 0) = \begin{cases} \psi_0(x), & \text{для } x \text{ внутри структуры,} \\ 0, & \text{для } x \text{ вне структуры,} \end{cases} \quad (1)$$

где $\psi_0(x)$ – поле падающего на экран когерентного пучка. Нужно найти $\psi_0(x)$ по показаниям квадратичного детектора $|\psi(x, z = a)|^2$, зная расстояние a до него и длину волны λ . Распространение поля $\psi(x, z)$ от экрана к детектору определяется граничным условием (1) и волновым уравнением. Если поляризация не играет роли, то это скалярное уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial z^2} + k^2 \psi(x, z) = 0, \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2)$$

или, при определённых условиях (см. [9]), параболическое волновое уравнение:

$$2ik \frac{\partial u(x, z)}{\partial z} + \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

где

$$u(x, z) = e^{-ikz} \psi(x, z), \quad (4)$$

$$u(x, z = 0) = \begin{cases} u_0(x), & \text{для } x \text{ внутри структуры,} \\ 0, & \text{для } x \text{ вне структуры.} \end{cases}$$

Задача отыскания функций $\psi_0(x)$ в случае (2) и $u_0(x)$ в случае (3) подразумевает и определение формы прорезей, т. е. границ областей экрана, в которых поле, вообще говоря, отлично от нуля.

(б) *Амплитудно-фазовый транспарант.* Требуется найти комплексную функцию транспаранта $T(x)$. В этом случае граничное условие (1) для $\psi(x, z)$ следует заменить на:

$$\psi(x, z = 0) = \begin{cases} \psi_0(x) \cdot T(x), & \text{для } x \text{ внутри границ транспаранта,} \\ \psi_0, & \text{для } x \text{ вне границ транспаранта.} \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, в обоих случаях (а) и (б) речь идёт об обратных задачах, причём нужно найти комплексную функцию $\psi(x, z = 0)$ в плоскости объекта по её модулю $|\psi(x, z = a)|$ в плоскости детектора. Соответствующие алгоритмы требуют значительного объёма вычислений и, как правило, основываются на различных приближённых решениях уравнений (2) и (3) (см. [2–4]). Затем, в случае (б) функция транспаранта находится как:

$$T(x) = [\psi_0(x)]^{-1} \cdot \psi(x, z = 0). \quad (6)$$

При практическом моделировании могут использоваться иные модели, включая модификации описанных выше (подробнее см. [10–14]). В работе [15] приведён пример успешного восстановления амплитудного объекта типа (а).

В качестве фазовых объектов могут служить небольшие свили и поры в стекле, а также волновой фронт поля лазерного луча на выходе резонатора (особенно в специальных условиях генерации [16]). Для безлинзовой микроскопии в видимой области спектра также большой интерес представляют фазовые объекты, сложные для наблюдения с помощью обычных микроскопов. Теория восстановления фазовых объектов, разумеется, не отличается от теории восстановления амплитудных объектов, однако есть важная особенность. Фазовые объекты не имеют видимой границы, поэтому первая идея, которая возникает, использовать классический алгоритм Gerchberg–Saxton (GS) [2] по измерению распределения интенсивности поля в двух плоскостях. Вторая идея, которая возникает, поместить диафрагму известных размеров в плоскости расположения фазового объекта, что позволит применить хорошо зарекомендовавшие себя алгоритмы, использующие априорную информацию об объекте, например, Hybrid Input-Output algorithm (HIO) [17], Difference-Map (DM) [18, 19] и Relaxed Averaged Alternating Reflections (RAAR) [20]. Для этих алгоритмов теоретически достаточно одного измерения распределения интенсивности для восстановления фазы. Однако на практике из-за наличия фонового шума одного измерения может оказаться недостаточно для надежного восстановления фазы. Поэтому были предложены варианты с дополнительными измерениями интенсивности на разных расстояниях от объекта [21–23].

В данной работе исследуется комплексное поле на выходе из линзы и ограниченное круглой диафрагмой диаметром 3 мм. Для его восстановления применяются оба указанных выше подхода: алгоритм GS и алгоритм HIO. При этом измерение распределения интенсивности было произведено на трех расстояниях от объекта, поэтому использованы версии этих алгоритмов, модифицированные для нескольких измерений на разных расстояниях от объекта. Надёжность метода контролировалась аппроксимацией восстановленного поля гауссовыми пучками.

Для учета измерений в нескольких плоскостях использовался подход, описанный в работе [21]. А именно – после замены амплитуды на корень квадратный из измеренной интенсивности на первой плоскости выполняется расчет до следующей плоскости, на которой амплитуда снова заменяется на корень квадратный из интенсивности и т. д. до последней плоскости измерений. После последней плоскости производится обратный расчет поля на объекте. Такая модификация алгоритмов позволяет учесть информа-

цию из дополнительных измерений и существенно увеличить надежность и качество восстановления.

Описание эксперимента. Эксперимент был проведен в лаборатории фотоники молекул ОКРФ ФИАН. Схема эксперимента представлена на рис. 2. Источником излучения служил гелий-неоновый лазер 1 с выходной мощностью 5 мВт, генерирующий на основной TEM_{00} моде (длина волны излучения $\lambda = 632.8$ нм, ширина спектральной линии не более 0.16 нм).

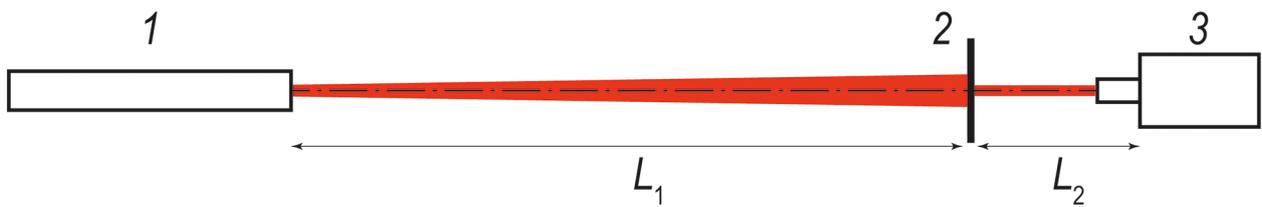


Рис. 2: Схема эксперимента: 1 – гелий-неоновый лазер, 2 – объект, 3 – КМОП-камера, $L_1 = 2.5$ м.

Объект 2 был расположен на расстоянии $L_1 = 2.5$ м от выхода лазера. Расстояния измерялись лазерной рулеткой с точностью 0.1 мм. Диаметр пучка лазера на объекте составлял 4.3 мм. Облучаемый объект был составлен из сферической линзы с фокусным расстоянием 75 см и закрепленной на ней диафрагмы диаметром 3 мм, изготовленной из дюралюминия с химическим чернением (ООО “Авеста”), см. рис. 3.

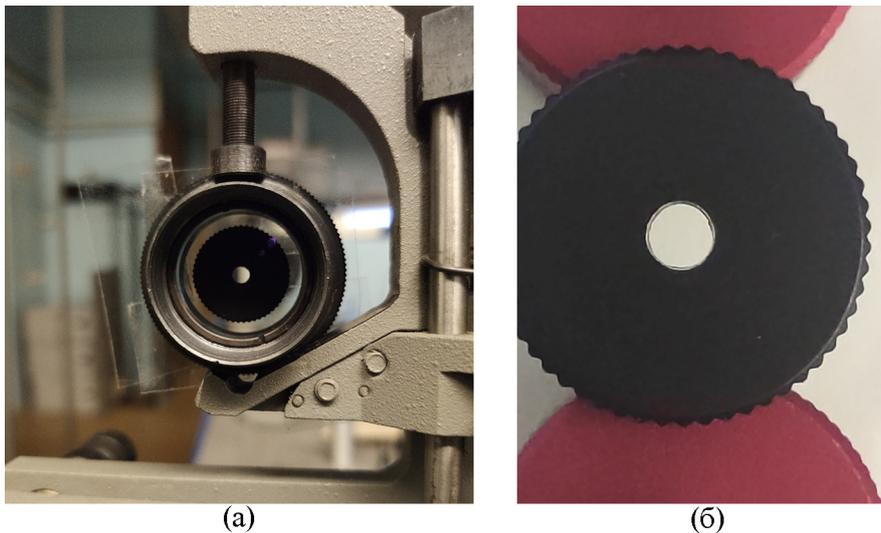


Рис. 3: (а) объект, (б) диафрагма.

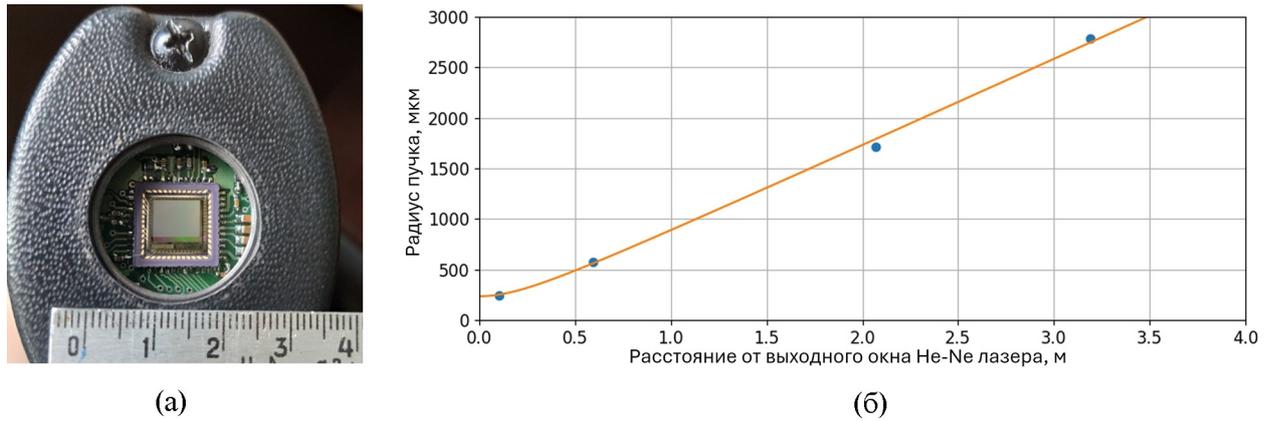


Рис. 4: (а) КМОП-матрица, (б) зависимость радиуса пучка гелий-неонового лазера от расстояния.

Излучение, прошедшее через диафрагму, регистрировалось на КМОП-камеру 3 фирмы Deltatech модели CMOS1300. Объектив не использовался. Для исключения паразитных засветок на КМОП-камеру надевался полый тубус длиной 8 см, эксперимент проводился в темной комнате. Размер пиксела матрицы равен 6×6 мкм², формат кадра 1032×1288 пикселей, размер матрицы 6.192×7.728 мм² (рис. 4(а)). Регистрировалось 10-битное изображение. Распределения интенсивности поля были измерены на расстояниях $L_2 = 19.7$ см, 30.9 см и 52.0 см от объекта. Для каждого расстояния подбиралось оптимальное время экспозиции в пределах от 12 до 35 мс. Для определения радиуса кривизны волнового фронта и радиуса перетяжки пучка гелий-неонового лазера была построена зависимость радиуса пучка от расстояния (рис. 4(б)). Значения радиуса пучка были рассчитаны на основании распределений интенсивности, зарегистрированных на КМОП-камеру, по уровню $1/e^2$. Расчетный радиус перетяжки равен $w_0 = 235$ мкм.

Анализ результатов. В первую очередь была сделана попытка восстановить фазу по одиночному измерению интенсивности на разных расстояниях от объекта. Для этого был использован тот же комбинированный метод НЮ, как и в работе [14], причем в качестве пропагатора использовался волновой пропагатор. К сожалению, все три измерения привели к неудовлетворительному результату (см. рис. 5), далекому от ожидаемого в этом случае гауссова пучка. Поэтому было выполнено восстановление фазы с учётом двух измерений на разных расстояниях $\{19.7$ см, 30.9 см $\}$, $\{19.7$ см, 52.0 см $\}$, $\{30.9$ см, 52.0 см $\}$, а также всех трёх измерений $\{19.7$ см, 30.9 см, 52.0 см $\}$. На рис. 6 представлен результат восстановления с помощью НЮ, использующим априорную информацию в виде круглой диафрагмы. Все четыре комбинации дают похожий результат, соответ-

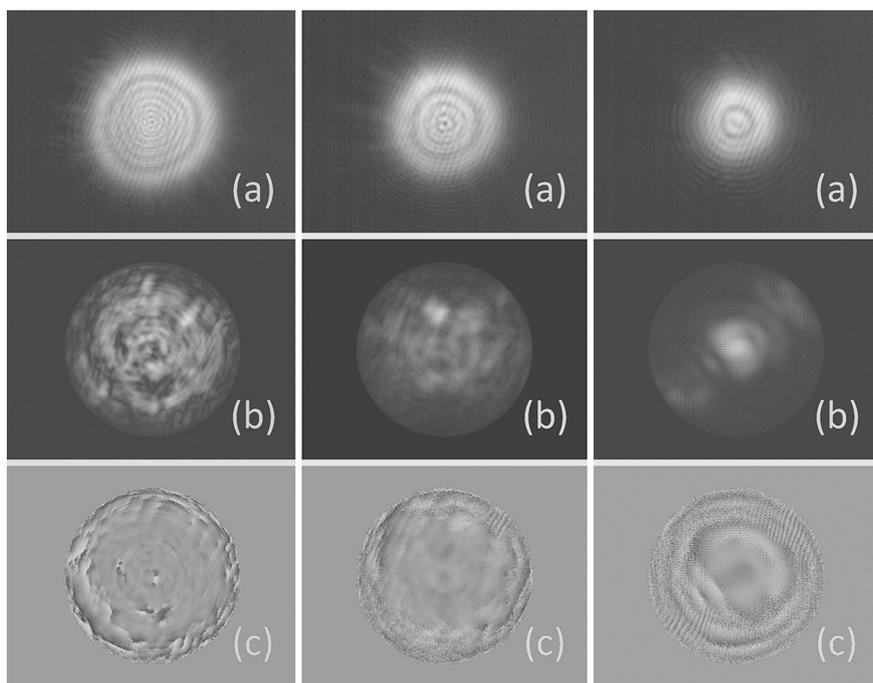


Рис. 5: Результаты восстановления фазы по одному измерению интенсивности, обозначения: (a) модуль амплитуды на детекторе, (b) восстановленный модуль, (c) восстановленная фаза. Колонки слева направо соответствуют расстоянию до детектора: 19.7 см, 30.9 см и 52.0 см. На картинках с фазой черный цвет – 0, белый – 2π радиан.

ствующий полю гауссова пучка, прошедшего через линзу. Несколько выбивается из ряда только пара {19.7 см, 30.9 см} (первая слева колонка). Для неё поле выглядит аксиально асимметричным.

На рис. 7 представлен результат восстановления с помощью алгоритма GS, при этом априорная информация не использовалась. Видно, что наилучший результат здесь достигается при использовании измерений на всех трех расстояниях (крайняя справа колонка), и он весьма похож на результат, полученный для НЮ. В целом можно сказать, что для удовлетворительного восстановления понадобилось 2 измерения методом НЮ, и 3 измерения методом GS. Заметим, что метод GS по трем расстояниям позволяет корректно определить форму диафрагмы и, как видно из крайней справа колонки на рис. 7, она не идеально круглая (это также можно заметить на фотографии на рис. 3(б)). Пользуясь этим обстоятельством, форма диафрагмы была уточнена, было произведено повторное восстановление методом НЮ с новой диафрагмой. Результат представлен на рис. 8 (правая колонка).

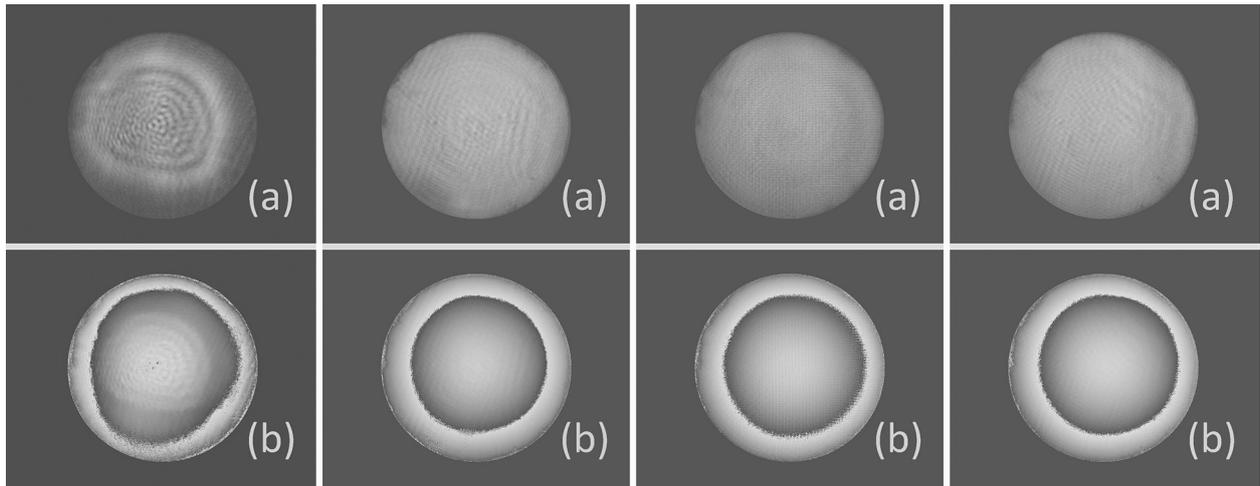


Рис. 6: Результаты восстановления фазы алгоритмом НЮ по нескольким измерениям интенсивности, обозначения: (a) восстановленный модуль, (b) восстановленная фаза. Колонки слева направо соответствуют множеству расстояний до детектора: $\{19.7 \text{ см}, 30.9 \text{ см}\}$, $\{19.7 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$, $\{30.9 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$ и $\{19.7 \text{ см}, 30.9 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$. На картинках с фазой черный цвет – 0, белый – 2π радиан.

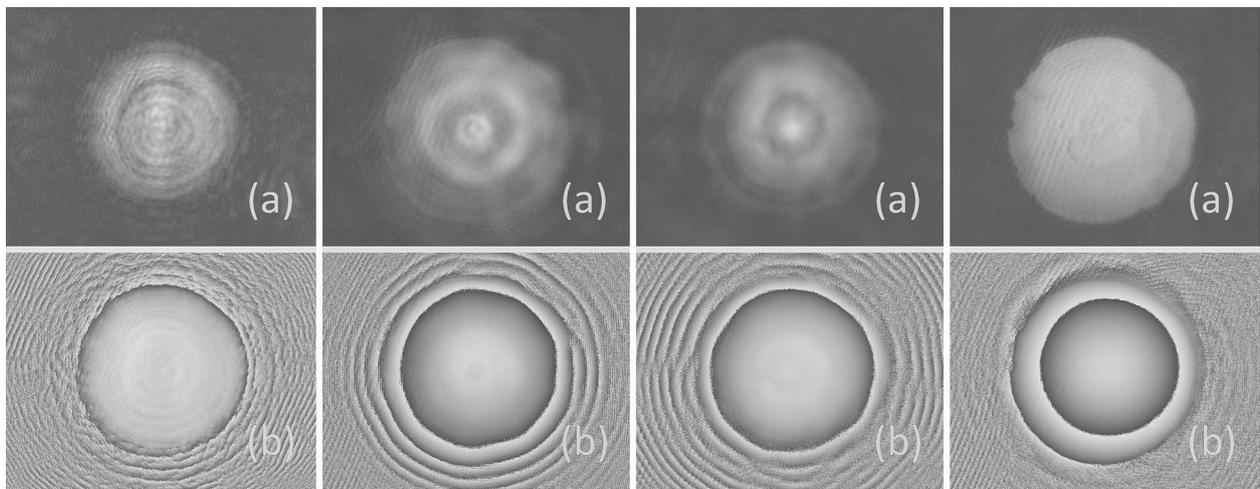


Рис. 7: Результаты восстановления фазы алгоритмом GS по нескольким измерениям интенсивности, обозначения: (a) восстановленный модуль, (b) восстановленная фаза. Колонки слева направо соответствуют множеству расстояний до детектора: $\{19.7 \text{ см}, 30.9 \text{ см}\}$, $\{19.7 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$, $\{30.9 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$ и $\{19.7 \text{ см}, 30.9 \text{ см}, 52.0 \text{ см}\}$. На картинках с фазой черный цвет – 0, белый – 2π радиан.

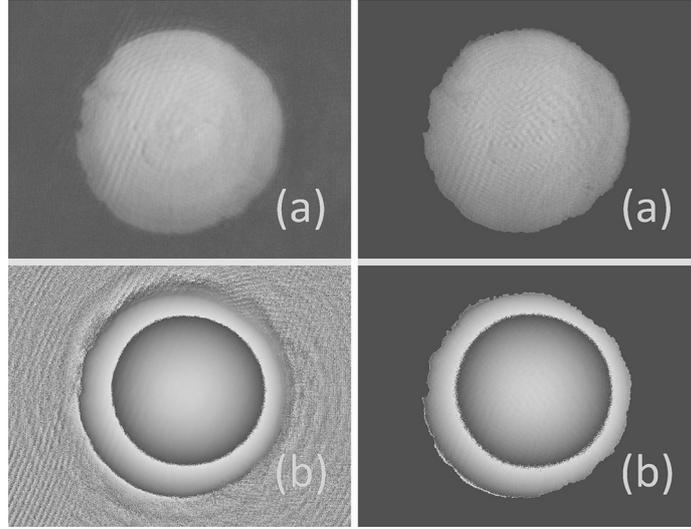


Рис. 8: Результаты восстановления фазы алгоритмом *GS* (левая колонка) и алгоритмом *НЮ* с уточненной диафрагмой (правая колонка) по трем измерениям интенсивности, обозначения: (a) восстановленный модуль, (b) восстановленная фаза. На картинках с фазой черный цвет – 0, белый – 2π радиан.

Для количественной оценки качества восстановления, было выполнено сравнение с гауссовым пучком в плоскости объекта:

$$G(\vec{\rho}) = M_0 e^{\frac{(\vec{\rho}-\vec{\rho}_0)^2}{w^2}} e^{i(\phi_0 - k \frac{(\vec{\rho}-\vec{\rho}_0)^2}{2R})}, \quad (7)$$

где M_0 – максимум модуля, $\vec{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости восстановления, $\vec{\rho}_0 = (x_0, y_0)$ – радиус-вектор центра пучка, w – радиус перетяжки в плоскости объекта, ϕ_0 – константа, k – волновое число, R – радиус кривизны волнового фронта. Параметры w и R известны из постановки эксперимента, т. к. радиус кривизны волнового фронта лазера R_L на расстоянии z :

$$R_L = z + (\pi w_0^2 / \lambda)^2 / z, \quad (8)$$

где w_0 – радиус перетяжки на выходе из лазера, λ – длина волны. В нашем случае $w_0 = 235$ мкм, $z = 250$ см, поэтому $R_L = 253$ см. Фокусное расстояние линзы f также известно и равно 75 см. Тогда радиус кривизны волнового фронта в плоскости объекта равен R :

$$R = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{R_L}} \approx 106.6 \text{ см.} \quad (9)$$

Радиус перетяжки w в плоскости объекта равен:

$$w = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2} \approx 0.2156 \text{ см.} \quad (10)$$

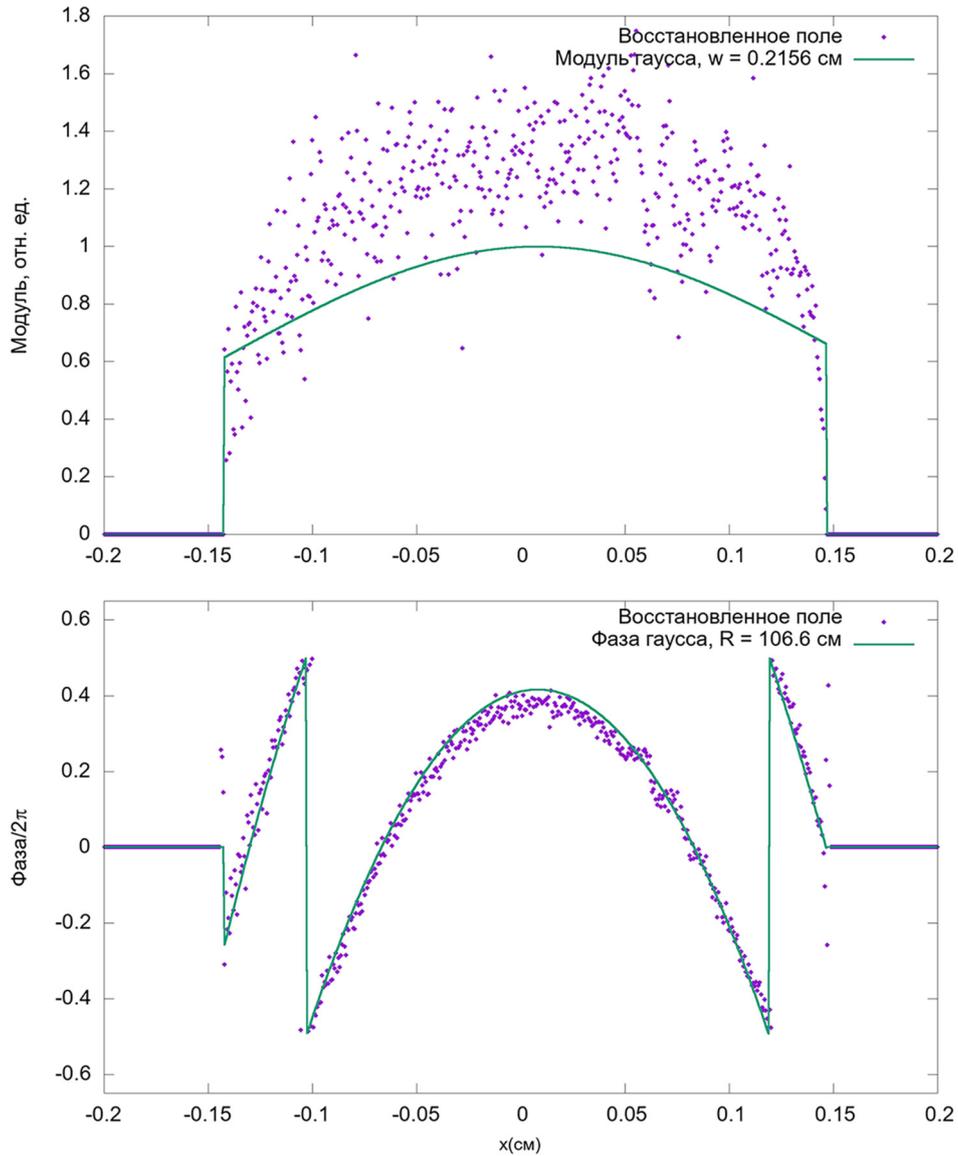


Рис. 9: Сравнение профиля поля (точки) с аппроксимирующим гауссовым пучком (линия). В верхний график – модуль в относительных единицах, нижний – фаза, деленная на 2π .

Т а б л и ц а 1

Результат аппроксимации гауссовым пучком восстановленного поля по нескольким измерениям. Обозначения: M_0 – максимум модуля (усл. ед.), ϕ_0 – фаза в центре (рад), (x_0, y_0) – координаты центра (мкм), RMS – среднеквадратичное отклонение (усл. ед.)

Множество расстояний	Алгоритм	M_0	ϕ_0	x_0	y_0	RMS
{19.7 см, 30.9 см, 52.0 см}	GS	13.2	2.43	84 мкм	53 мкм	4.27
{19.7 см, 52.0 см}	НЮ	13.5	2.32	37 мкм	57 мкм	5.09
{19.7 см, 30.9 см, 52.0 см}	Уточненный НЮ	13.3	2.63	81 мкм	52 мкм	5.21
{19.7 см, 30.9 см, 52.0 см}	НЮ	13.3	2.55	75 мкм	44 мкм	5.28

Остальные параметры M_0, ϕ_0, x_0, y_0 были определены методом наименьших квадратов в области, занимаемой объектом (круг диаметром 3 мм или уточненная диафрагма). В табл. 1 перечислены результаты подгонки, а также среднеквадратичная ошибка (RMS) для четырех лучших комбинаций. На первом месте по количественному сходству с гауссовым пучком метод GS по всем трем измерениям интенсивности с $RMS = 4.27$, на втором месте метод НЮ по двум измерениям: на ближайшем расстоянии 19.7 см и на самом дальнем 52.0 см с $RMS = 5.09$. Несмотря на лучшее соответствие результата GS предполагаемому гауссову пучку, его $RMS = 4.27$ слишком велико, чтобы считать его гауссовым пучком. Поэтому самым точным результатом следует считать результат, полученный методом НЮ по трем измерениям и уточненной диафрагмой. Он заведомо удовлетворяет априорному условию – отсутствию поля за пределами диафрагмы. На рис. 9, представлено сравнение поперечных профилей восстановленного поля и гауссова пучка в горизонтальном направлении на рис. 8 (правая колонка). На нем наглядно видно, что найденная фаза довольно точно соответствует гауссовому пучку.

Заключение. Показано, что при использовании КМОП-камеры CMOS1300 удается восстановить фазу лазерного поля по трем измерениям интенсивности на расстояниях 20 см, 30 см и 50 см без использования априорной информации. При использовании априорной информации в виде круглой диафрагмы восстановление фазы возможно по двум измерениям интенсивности на расстояниях 20 см и 50 см. Сравнение с модельным гауссовым пучком показало высокую точность восстановления фазы. Таким образом, оба использованных в данной работе алгоритма могут успешно применяться в качестве методов для получения фазового изображения прозрачного объекта, при условии достаточного числа измерений распределения интенсивности поля.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] D. Gabor, *Nature* **161**, 777 (1948). DOI: 10.1038/161777a0.
- [2] R. Gerchberg, W. Saxton, *Optik* **35**, 237 (1972).
- [3] F. Pfeiffer, *Nature Photon* **12**, 9 (2018). DOI: 10.1038/s41566-017-0072-5.
- [4] N. L. Попов, I. A. Artyukov, A. V. Vinogradov, V. V. Protopopov, *Physics Uspekhi* **63**(8), 766 (2020). DOI: 10.3367/ufne.2020.05.038775.
- [5] Tatiana Lатычевская, *J. Opt. Soc. Am. A* **36**, D31 (2019). DOI: 10.1364/JOSAA.36.000D31.
- [6] D. M. Paganin, D. Pelliccia, *Tutorials on X-ray Phase Contrast Imaging: Some Fundamentals and Some Conjectures on Future Developments*, arXiv preprint arXiv:1902.00364. – 2019. DOI: 10.48550/arXiv.1902.00364.
- [7] F. Momey, L. Denis, T. Olivier, C. Fournier, *JOSA A* **36**(12), D62 (2019). DOI: 10.1364/josaa.36.000d62.
- [8] F. Soulez, M. Rostykus, C. Moser, M. Unser, *Applied optics* **61**(9), F34 (2022). DOI: 10.1364/AO.445078.
- [9] А. П. Киселёв, *Оптика и спектроскопия* **102**(4), 661 (2007).
- [10] Y. Shechtman, Y. C. Eldar, O. Cohen, et al., *IEEE signal processing magazine* **32**(3), 87 (2015). DOI: 10.1109/MSP.2014.2352673.
- [11] I. A. Artyukov, N. L. Попов, A. V. Vinogradov, *Choosing a Domain for Phase Retrieval and Ptychography*, *Symmetry* **13**, 1439 (2021). DOI: 10.3390/sym13081439.
- [12] А. С. Бусаров, А. В. Виноградов, Н. Л. Попов. *Краткие сообщения по физике ФИАН* **43**(4), 3 (2016). DOI: 10.3103/S1068335616040011.
- [13] Т. С. Аргунова, В. Г. Кон, *УФН* **189**, 643 (2019). DOI: 10.3367/UFNe.2018.06.038371.
- [14] I. A. Schelokov, N. L. Попов, A. V. Vinogradov, *J. Russ. Laser. Res.* **42**, 32 (2021). DOI: 10.1007/s10946-020-09927-0.
- [15] И. А. Артюков, А. В. Виноградов, М. В. Горбунков и др., *Краткие сообщения по физике ФИАН* **50**(10), 11 (2023). DOI: 10.3103/S1068335623100020.
- [16] E. A. Cheshev, M. V. Gorbunkov, P. V. Kostyukov, et al., *Laser. Phys. Lett.* **16**(3), P035001 (2019). DOI: 10.1088/1612-202X/aafd1f.
- [17] J. R. Fienup, *Applied Optics* **21**(15), (1982). DOI: 10.1364/AO.21.002758.
- [18] V. Elser, *Journal of the Optical Society of America A* **20**(1), 40 (2003). DOI: 10.1364/JOSAA.20.000040.
- [19] V. Elser, I. Rankenburg, P. Thibault, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **104**(2), 418 (2007). DOI: 10.1073/pnas.0606359104.
- [20] D. R. Luke, *Inverse Probl.* **21**, 37 (2004). DOI: 10.1088/0266-5611/21/1/004.

- [21] G. Pedrini, W. Osten, Y. Zhang, *Opt. Lett.* **30**, 833 (2005). DOI: 10.1364/ol.30.000833.
- [22] Artem Migukin; Vladimir Katkovnik; Jaakko Astola, *AIP Conf. Proc.* **1236**, 81 (2010). DOI: 10.1063/1.3426172.
- [23] Cheng Guo, Qiang Li, Ce Wei, et al., *Scientific Reports* **7**, 7562 (2017). DOI: 10.1038/s41598-017-08045-3.

Поступила в редакцию 27 мая 2024 г.

После доработки 22 августа 2024 г.

Принята к публикации 23 августа 2024 г.