

УДК 539.186.2

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩЕГО ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ, ЛОКАЛИЗОВАННОМ В ПЛОСКОМ СЛОЕ

В. И. Крылов¹, В. В. Пивкин

Численными методами проведено усреднение по координатам рассеивающих центров в плоскопараллельном слое ранее найденных дифференциальных сечений неполяризованного тормозного излучения сталкивающихся заряженных частиц во внешнем квазиоднородном и квазистационарном электрическом поле. Показано, что тормозное излучение, возникающее при рассеянии легких частиц на рассеивающих центрах, находящихся в плоском слое с локализованным в нем однородным электрическим полем, может заметно отличаться как от тормозного излучения рассеивающихся частиц в отсутствие внешнего поля, так и от подобного излучения, возникающего при столкновениях легких частиц с одной тяжелой частицей, находящейся в однородном поле.

В работах [1, 2] было показано, что дифференциальные сечения тормозного излучения, возникающего при столкновении заряженных частиц во внешнем (слабом по сравнению с атомным) однородном и постоянном электрическом поле с напряженностью $\vec{\epsilon}$ могут заметно отличаться от подобных сечений, когда частицы рассеиваются друг на друге при отсутствии внешнего поля, т.е. $\vec{\epsilon} = 0$.

¹Хабаровский государственный педагогический университет, Хабаровск, Россия.

Эти отличия связаны в основном с отражением рассеянных частиц (например, электронов, сталкивающихся с ядром полностью ионизированного атома), первоначально двигающихся почти перпендикулярно к напряженности внешнего поля, от потенциального барьера этого поля. Математически это проявлялось в изменении зависимости сечений от компонент волнового вектора тормозного фотона, появлению в них осциллирующих слагаемых, период которых связан с продольной составляющей (относительно $\vec{\epsilon}$) импульса относительного движения сталкивающихся частиц. В вышеуказанных работах считалось, что внешнее поле находится в полупространстве с границей, перпендикулярной $\vec{\epsilon}$ и находящейся на макроскопическом расстоянии от центра инерции двух сталкивающихся частиц.

Однако понятно, что в реальном эксперименте рассматривается рассеяние, например, электронов, не на одном ионе, а на множестве ионов, определенное число которых находится на разных расстояниях от границы внешнего поля, и, следовательно, кинетическая энергия электронов, имеющих один и тот же импульс на границе внешнего поля, в окрестности таких рассеивающих центров будет разной и будут различными численные значения интенсивности тормозного излучения, регистрируемого одним и тем же детектором. Отсюда очевидно, что для непосредственного применения ранее найденных сечений к анализу результатов возможного эксперимента по регистрации тормозного излучения от рассеивающихся частиц во внешнем электрическом поле необходимо провести усреднение рассматриваемого сечения по расстоянию между границей поля и центром инерции двух сталкивающихся частиц. Все это делает необходимым усреднить найденные в [1, 2] сечения по бесконечному плоскому слою конечной толщины L_0 , в котором находятся на различных расстояниях L от его левой границы тяжелые бесструктурные заряженные частицы и локализовано однородное и постоянное внешнее электрическое поле. Из-за левой границы слоя на тяжелые частицы падают легкие частицы с начальным импульсом на этой границе $\hbar\vec{\chi}_0$. Конечные состояния этих частиц можно однозначно определять импульсом $\hbar\vec{\chi}$ на правой границе слоя, так как вне поля невозмущенное (рассеянием частиц друг на друге) состояние легкой частицы будет определяться волновой функцией, имеющей вид $A \exp(i\vec{\chi}_0\vec{r}) + B \exp(-i\vec{\chi}_0\vec{r})$ слева от слоя и $C \exp(i\vec{\chi}\vec{r})$ справа от слоя, где A, B, C – некоторые постоянные, определяемые условиями шивки и нормировки, \vec{r} – радиус-вектор легких частиц (если оба эти выражения соответствуют одной функции описывающей, например, начальное состояние, то $\vec{\chi}$ нужно положить равной $\vec{\chi}_i$, которая связана с $\vec{\chi}_0$ соотношением $\frac{\hbar^2\chi_0^2}{2m} + e\epsilon_m L_0 = \frac{\hbar^2\chi_i^2}{2m}$, где $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, $e_m = \frac{e_1 m_2 - e_2 m_1}{m_2 + m_1}$, e_1, m_1, e_2, m_2 – заряды

и массы первой и второй сталкивающихся частиц. Для конечного состояния $\vec{\chi}_0 \equiv \vec{\chi}_{0f}$; причем, $\chi_{0f} = \sqrt{\chi^2 - \frac{2me_m\epsilon L_0}{\hbar^2}}$.

Внутри слоя волновая функция стационарного невозмущенного состояния выражается через функции Эйри, но при условии $\sqrt{\chi_0^2 - \frac{2me_m\epsilon L}{\hbar^2}} \gg \frac{1}{a}$; $\sqrt{\chi^2 - \frac{2me_m\epsilon(L_0 - L)}{\hbar^2}} \gg \frac{1}{a}$; $\frac{\hbar^2\chi_0^2}{2m} + e_m\epsilon L \gg e_m\epsilon l$; $\frac{\hbar^2\chi^2}{2m} + e_m\epsilon(L_0 - L) \gg e_m\epsilon l$, где $l = \left(\frac{\hbar^2}{2me_m\epsilon}\right)^{1/3}$; $a = \frac{\hbar^2}{e_m^2 m}$; можно воспользоваться не только борновским приближением (что обеспечивают первые два неравенства), но и асимптотами функций Эйри (обеспечивают третье и четвертое неравенства). Именно в этом приближении были получены сечения в работах [1, 2]. Кроме того, при наличии правой границы, волновая функция в слое должна содержать отраженную от этой границы волну, которой не было в волновых функциях, по которым определялись дифференциальные сечения во внешнем поле, находящемся в полупространстве, в работах [1, 2]. Однако как показал анализ, при $\epsilon \leq 0.01e/a^2$ амплитуда такой отраженной волны при $L_0 = 10^4 a$ составляет одну тысячную амплитуды падающей на правую границу слоя волны и ее учет в вычислениях был бы превышением точности.

Таким образом, полученные в [1, 2] дифференциальные сечения можно использовать для определения средних по ширине слоя дифференциальных сечений тормозного излучения рассеивающихся друг на друге заряженных частиц в однородном и стационарном внешнем электрическом поле, если в ранее найденных сечениях заменить (в дальнейшем используем "атомные" единицы, а направление оси z также как и в [1, 2] выбираем вдоль $\vec{\epsilon}$) "локальный" волновой вектор \vec{k} рассеянной легкой частицы на $(\vec{k}_\perp; \sqrt{\chi_z^2 - 2\epsilon(L_0 - L)})$; \vec{k}_0 на $(\vec{k}_{0\perp}; \sqrt{\chi_{0z}^2 + 2\epsilon L})$, а объем импульсного пространства $d^3\vec{k}$ на величину $\frac{\chi_z \chi^2 d\chi d\phi}{\sqrt{\chi_z^2 - 2\epsilon(L_0 - L)}}$, где $d\phi$ - элемент телесного угла вектора $\vec{\chi} = \chi(\sin\theta \cos\phi; \sin\theta \sin\phi; \cos\theta)$; $\chi = \sqrt{\chi_0^2 + 2\epsilon L - 2\omega}$; $\vec{\chi}_0 = \chi_0(\sin\theta_0, 0, \cos\theta_0)$; ω - частота (в "атомных" единицах $e_m^2/a\hbar$) испущенного фотона.

В результате получим:

$$d\bar{\sigma}_\pi = \frac{\alpha^3}{4\pi^2} \frac{\chi_{0z}\chi\chi_z}{\chi_0} (Z_1 Z_2 Z_m)^2 \frac{d\omega}{\omega} d\phi d\phi_\chi \times$$

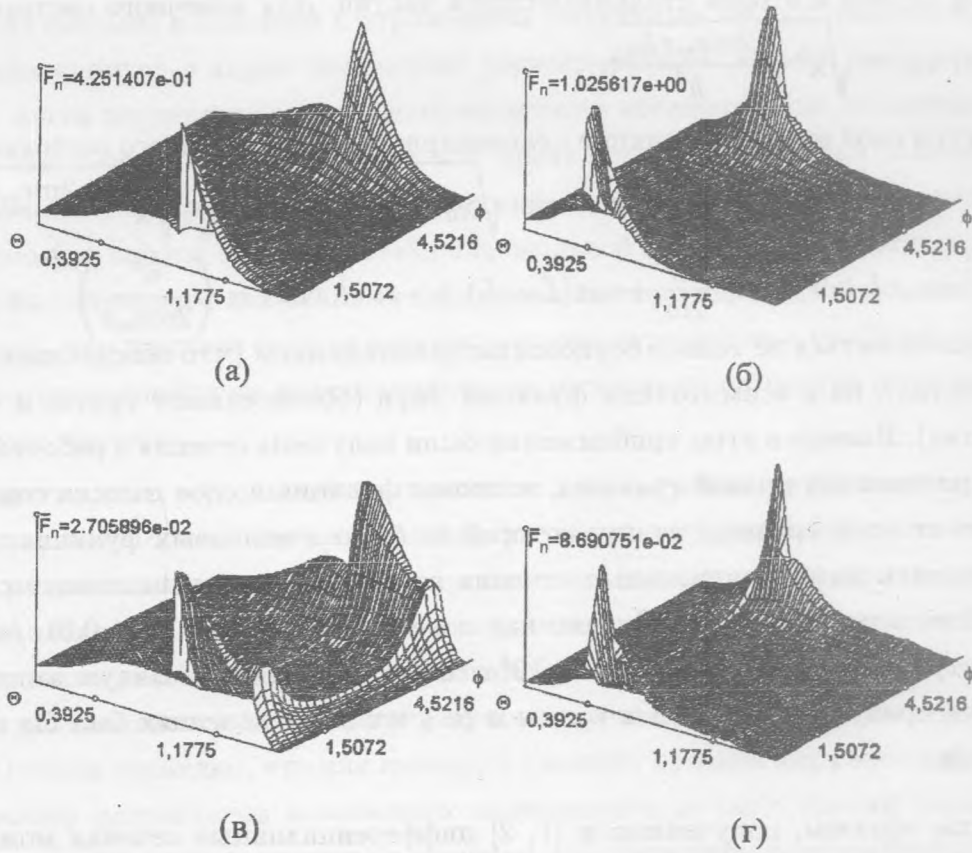


Рис. 1. (а) поверхность $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; \pi/2)$, $\varphi \in (0; 2\pi)$, $L_1 = 0$, $L_2 = 10000$, $L_0 = 10000$, $\omega = 300$, $k_0 = 30$, $\theta_0 = 1$, $\varepsilon = 0.01$; (б) поверхность $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; \pi/2)$, $\varphi \in (0; 2\pi)$, $L_1 = 0$, $L_2 = 10000$, $L_0 = 10000$, $\omega = 300$, $k_0 = 30$, $\theta_0 = 1$, $\varepsilon = 0.1$; (в) поверхность $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; \pi/2)$, $\varphi \in (0; 2\pi)$, $L_1 = 9000$, $L_2 = 10000$, $L_0 = 10000$, $\omega = 300$, $k_0 = 30$, $\theta_0 = 1$, $\varepsilon = 0.01$. (г) поверхность $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; \pi/2)$, $\varphi \in (0; 2\pi)$, $L_1 = 9000$, $L_2 = 10000$, $L_0 = 10000$, $\omega = 300$, $k_0 = 30$, $\theta_0 = 1$, $\varepsilon = 0.1$.

$$\times \begin{cases} \frac{1}{L_2 - L_1} \int_{L_1}^{L_2} 4 \frac{[\vec{q}_+, \vec{n}]^2}{q_+^4} \frac{dL}{\sqrt{\chi_{0z}^2 + 2\varepsilon L \sqrt{\chi_z^2 - 2\varepsilon(L_0 - L)}}}, & \text{если } \chi_z^2 - 2\varepsilon L_0 > 0; \\ \frac{1}{L_2 - L_r} \int_{L_r}^{L_2} |T_{\vec{n}}|^2 \frac{dL}{\sqrt{\chi_{0z}^2 + 2\varepsilon L \sqrt{\chi_z^2 - 2\varepsilon(L_0 - L)}}}, & \text{если } \chi_z^2 - 2\varepsilon L_0 < 0; \end{cases} \quad (1)$$

где $L_r \geq L_0 - \frac{\chi_z^2}{2\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon^{2/3}}$; α – постоянная тонкой структуры, $Z_{1,2,m} = e_{1,2,m}/|e|$.

$$|T_{\vec{n}}|^2 = \frac{1}{4q_-^4} ([\vec{q}_-, \vec{n}]^2 + [\vec{u}_-, \vec{n}]^2) e^{i(\gamma_1 - \gamma_1^*)} + \frac{i}{2q_-^2 q_+^2} \{ (e^{-i\gamma_1^*} h_- - h_-^* e^{i\gamma_1}) [\vec{q}_-, \vec{n}] [\vec{q}_+, \vec{n}] +$$

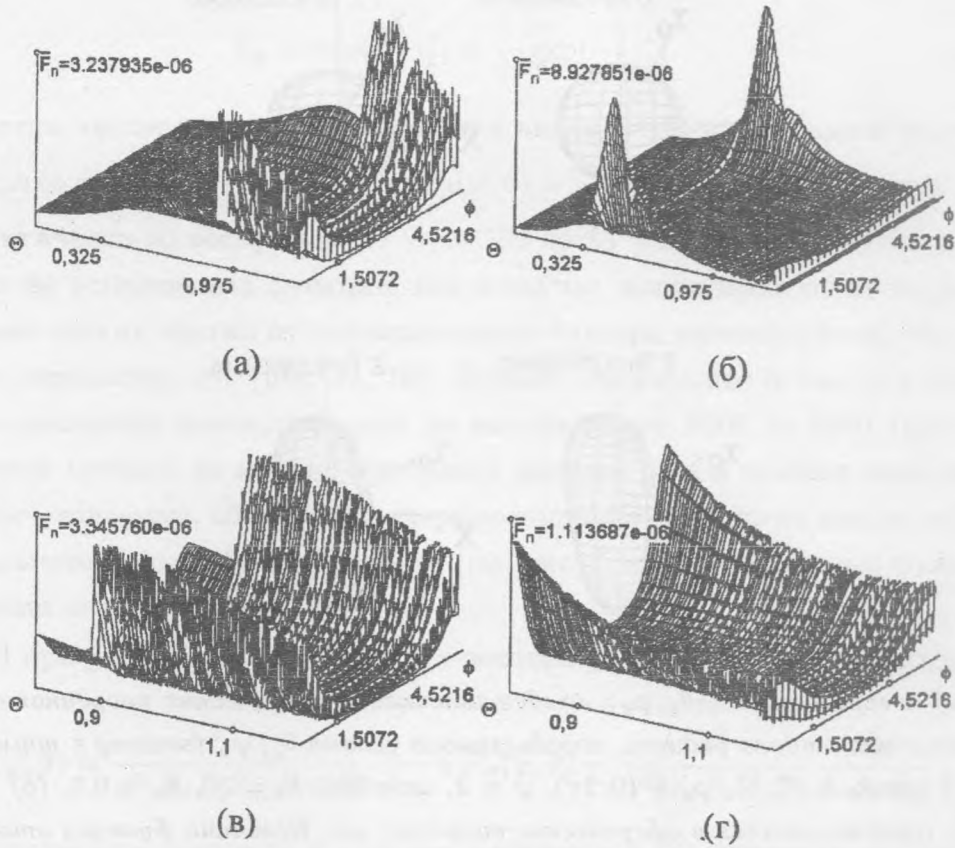


Рис. 2. (а) поверхность $\bar{F}_n(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; 1.3)$; $\varphi \in (0; 2\pi)$; $L_1 = 9000$; $L_2 = 9000.1$; $L_0 = 10000$; $\omega = 300$; $k_0 = 30$; $\theta_0 = 1$; $\theta_\phi = 0$; $\varphi_\phi = 0$; $\varepsilon = 0.01$. (б) поверхность $\bar{F}_n(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0; 1.3)$; $\varphi \in (0; 2\pi)$; $L_1 = 9000$; $L_2 = 9000.1$; $L_0 = 10000$; $\omega = 300$; $k_0 = 30$; $\theta_0 = 1$; $\theta_\phi = 0$; $\varphi_\phi = 0$; $\varepsilon = 0.1$. (в) поверхность $\bar{F}_n(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0.8; 1.2)$; $\varphi \in (0; 2\pi)$; $L_1 = 9000$; $L_2 = 9000.1$; $L_0 = 10000$; $\omega = 300$; $k_0 = 30$; $\theta_\phi = 0$; $\varphi_\phi = 0$; $\theta_0 = 1$; $\varepsilon = 0.01$. (г) поверхность $\bar{F}_n(\theta, \varphi)$ при $\theta \in (0.8; 1.2)$; $\varphi \in (0; 2\pi)$; $L_1 = 9000$; $L_2 = 9000.1$; $L_0 = 10000$; $\omega = 300$; $k_0 = 30$; $\theta_\phi = 0$; $\varphi_\phi = 0$; $\theta_0 = 1$; $\varepsilon = 0.1$.

$$\begin{aligned}
 & + i(h_+^* e^{i\gamma_1} + h_+ e^{-i\gamma_1^*})[\vec{q}_-, \vec{n}][\vec{u}_+, \vec{n}] + i(h_-^* e^{i\gamma_1} + h_- e^{-i\gamma_1^*})[\vec{q}_+, \vec{n}][\vec{u}_-, \vec{n}] + \\
 & + (h_+^* e^{i\gamma_1} - h_+ e^{-i\gamma_1^*})[\vec{u}_+, \vec{n}][\vec{u}_-, \vec{n}] + \frac{1}{q_+^4} \{ |h_-|^2 [\vec{q}_+, \vec{n}][\vec{q}_+, \vec{n}] + |h_+|^2 [\vec{u}_+, \vec{n}][\vec{u}_+, \vec{n}] + \\
 & + i(h_-^* h_+ - h_- h_+^*) [\vec{q}_+, \vec{n}][\vec{u}_+, \vec{n}] \};
 \end{aligned}$$

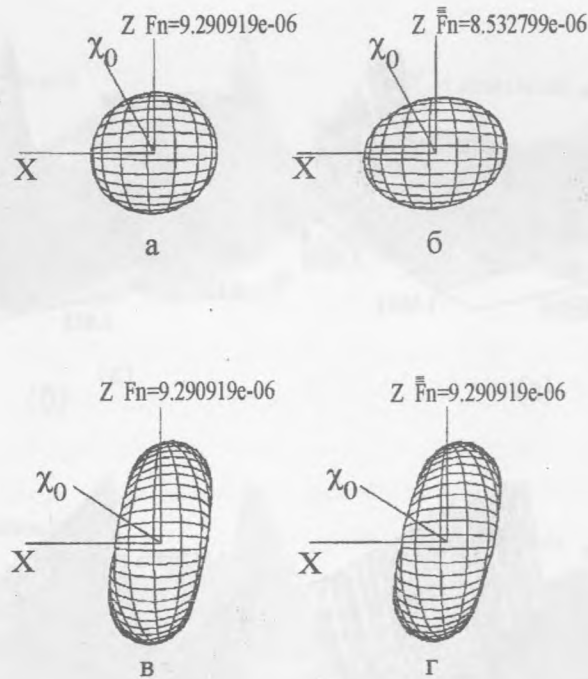


Рис. 3. (а) поверхность $F_{\bar{n}}(\theta_\phi, \varphi_\phi)$, представленная в сферических координатах. Величина функции отложена вдоль радиуса, определяемого углами $\theta_\phi, \varphi_\phi$ (вектор ϵ нормален к плоскости $xу$) при $\theta_\phi \in (0; \pi), \varphi_\phi \in (0; 2\pi), \varphi = 0, \omega = 300, k_0 = 30, \theta_0 = 0.5$. (б) поверхность $\bar{F}_{\bar{n}}(\theta_\phi, \varphi_\phi)$, представленная в сферических координатах. Величина функции отложена вдоль радиуса, определяемого углами $\theta_\phi, \varphi_\phi$ (вектор ϵ нормален к плоскости $xу$) при $\theta_\phi \in (0; \pi), \varphi_\phi \in (0; 2\pi), \varphi = 0, \omega = 300, k_0 = 30, \theta_0 = 0.5$. (в) поверхность $F_{\bar{n}}(\theta_\phi, \varphi_\phi)$, представленная в сферических координатах. Величина функции отложена вдоль радиуса, определяемого углами $\theta_\phi, \varphi_\phi$ (вектор ϵ нормален к плоскости $xу$) при $\theta_\phi \in (0; \pi), \varphi_\phi \in (0; 2\pi), \varphi = 0, \omega = 300, k_0 = 30, \theta_0 = 1$. (г) поверхность $\bar{F}_{\bar{n}}(\theta_\phi, \varphi_\phi)$, представленная в сферических координатах. Величина функции отложена вдоль радиуса, определяемого углами $\theta_\phi, \varphi_\phi$ (вектор ϵ нормален к плоскости $xу$) при $\theta_\phi \in (0; \pi), \varphi_\phi \in (0; 2\pi), \varphi = 0, \omega = 300, k_0 = 30, \theta_0 = 1$.

$$\gamma_{1,2} = \alpha_{1,2} + \frac{k_z^3}{3\epsilon}; \alpha_1 = \pi/4 - i \ln 2; \alpha_2 = \pi/4 + \arcsin(1/2); \vec{q}_\pm = \vec{k}_\pm - \vec{k}_0;$$

$$\vec{k}_0 = (\chi_{0x}, \chi_{0y}, \sqrt{\chi_{0z}^2 + 2\epsilon L}); \vec{k}_\pm = (\chi_x, \chi_y, \pm \sqrt{\chi_z^2 - 2\epsilon(L_0 - L)});$$

$$\vec{u}_\pm = (\vec{q}_\perp f_\pm, q_\perp); f_\pm = \frac{q_\perp^2 - q_{z\pm}^2}{2q_{z\pm}^2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{q_{z\pm}}{|q_{z\pm}|} - \arctg \frac{q_\perp}{q_{z\pm}} \right) - \frac{q_{z\pm}^2 + q_\perp^2}{2q_\perp q_{z\pm}};$$

$$h_{\pm} = \exp(-i\gamma_2^*) \pm \frac{1}{2i} \exp(-i\gamma_1^*).$$

В результате численного интегрирования и анализа сечений в данной модели было установлено, что поверхности (функции) $\bar{F}_{\vec{n}}(\varphi, \theta) = \frac{\pi^2}{\alpha^3(Z_1 Z_2 Z_m)^2} \frac{d\bar{\sigma}_{\vec{n}}}{d\omega d\varphi d\theta}$ при интегрировании практически по всему слою от $L_1 = 100$ до $L_2 = 9900$, заметно отличаются от подобных, но не усредненных функций, как в случае, когда происходит после рассеяния отражение легких частиц от потенциального барьера внешнего поля, так и тогда, когда такого отражения нет (рис. 1а, 1б). Данное утверждение остается в силе и при уменьшении диапазона интегрирования до интервала от 9000 до 9900 (рис. 1в, 1г). При усреднении сечения по малому интервалу порядка $0.1a$ в сечении появляются осцилляционные слагаемые, обусловленные интерференцией легких частиц при их отражении от потенциального барьера внешнего поля (см. рис. 2, где представлены функции при интегрировании по L от 9000 до 9900.1).

Рисунок 3 при различных направлениях вектора $\vec{\chi}_0$ иллюстрирует зависимости

$$F_{\vec{n}}(\varphi, \theta) = \frac{\pi^2}{\alpha^3(Z_1 Z_2 Z_m)^2} \frac{d\sigma_{\vec{n}}}{d\omega d\varphi d\theta} \text{ и } \bar{F}_{\vec{n}}(\varphi, \theta) = \frac{\pi^2}{\alpha^3(Z_1 Z_2 Z_m)^2} \frac{d\bar{\sigma}_{\vec{n}}}{d\omega d\varphi d\theta},$$

где $d\sigma$ – проинтегрированное по θ сечение, найденное в [2] (определяемые выражением (1), в котором надо убрать оператор усреднения), для случая фиксированной z -координаты ($L = 9900$) рассеивающей тяжелой частицы в слое шириной $L_0 = 10000$ (рис. 3а и 3в); $d\bar{\sigma}_{\vec{n}}$ – проинтегрированное по θ сечение $d\bar{\sigma}_{\vec{n}}$ (усредненное по этому слою) (рис. 3б и 3г). Поверхности $F_{\vec{n}}(\theta_{\phi}, \varphi_{\phi})$ и $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta_{\phi}, \varphi_{\phi})$ для наглядности были построены в сферической геометрии, где вдоль радиуса, направленного по вектору \vec{k}_{ϕ} , откладываются значения функций $F_{\vec{n}}(\theta_{\phi}, \varphi_{\phi})$ и $\bar{F}_{\vec{n}}(\theta_{\phi}, \varphi_{\phi})$. Нетрудно заметить, что форма и значения этих функций при одинаковых параметрах практически полностью совпадают.

Таким образом можно ожидать, что тормозное излучение, возникающее при рассеянии легких частиц на рассеивающих центрах, находящихся в плоском слое с локализованным в нем однородным электрическим полем, должно заметно отличаться как от тормозного излучения рассеивающихся частиц в отсутствие внешнего поля, так и от подобного излучения, возникающего при столкновениях легких частиц с одной тяжелой частицей, находящейся в однородном поле.

Авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность А.А. Рухадзе за внимание к работе, В.П. Силину за полезную дискуссию.

Настоящие исследования поддержаны программой Министерства образования и науки РФ "Федерально-региональная политика в науке и образовании"; подпрограмма 1; проект 1611.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Крылов В. И., Пивкин В. В. Физика плазмы, **26**, N 8, 737 (2000).
- [2] Крылов В. И. Прикладная физика, вып. 4, 23 (2004).

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 8 июля 2004 г.