

УДК 537.525

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРИКАТОДНОЙ ОБЛАСТИ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В РЕЖИМЕ НОРМАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКА

П. Л. Рубин

*С помощью численного моделирования движения электронов в прикатодной области тлеющего разряда уточняются полученные ранее автором результаты по теории нормальной плотности тока в тлеющем разряде. Принят во внимание разброс направлений вылета электронов, испускаемых катодом под воздействием падающих на него положительных ионов, что приводит к уменьшению величины начальной плотности электронного тока (плотности тока у поверхности катода). В результате меняется и граничное условие у поверхности катода. Поскольку эмиссию электронов и дальнейшее их движение в газе можно считать статистически независимыми процессами, достаточно знать среднюю величину проекции скорости вылетающего из катода электрона на направление нормали к поверхности катода.*

В предыдущей работе автора [1] было показано, что режим нормальной плотности тока в прикатодной области тлеющего разряда может быть описан теоретически, если принять во внимание естественное дополнительное условие: непрерывность электронной составляющей тока в газе в непосредственной близости от поверхности катода<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Это условие не тождественно дополнительному условию, предложенному Энгелем и Штеенбеком [2]. Отметим также, что предложенный в работе [1] и развиваемый в настоящей работе подход к проблеме интерпретации феномена нормальной плотности тока подвергся критике в работе Азарова и Очкина [3].

Прикатодная область разряда в предыдущей работе рассматривалась макроскопически, и режим дрейфа электронов в ней предполагался таким же, как и вдали от катода. Ясно, что на самом деле это лишь некоторое упрощение реальной ситуации.

В то же время испускаемые катодом электроны зачастую обладают невысокой энергией и на начальном этапе движения подвергаются лишь упругим столкновениям с атомами газа. Последнее обстоятельство упрощает анализ движения электронов в прикатодной области, поскольку сечения упругих столкновений электронов с атомами во многих случаях хорошо известны. Цель настоящей работы – уточнение полученных ранее результатов с помощью анализа граничного условия вблизи поверхности катода в нормальном тлеющем разряде на основе непосредственного численного моделирования движения электронов вблизи катода. В качестве примера использован разряд в аргоне с медным катодом.

*Режим эмиссии электронов из катода.* Как и в предыдущей работе [1] (см. также [2]), сделано предположение, что эмиссия электронов происходит главным образом за счет бомбардировки катода падающими на него положительными ионами. При этом энергия вылетающих электронов  $\epsilon$  определяется потенциалом ионизации газа  $I$  и работой выхода материала катода  $\varphi$ :

$$\epsilon = I - 2\varphi.$$

При этом начальная скорость электронов составляет

$$v_0 = (2\epsilon/m_e)^{1/2},$$

где  $m_e$  – масса электрона. В рассматриваемом случае (аргон – медный электрод) было принято:  $v_0 = 1.569 \times 10^8$  см/с. На этот раз по сравнению с предыдущей работой принимается во внимание следующее уточнение. Если ранее предполагалось, что плотность электронного тока у поверхности катода составляет  $nev_0$  ( $n$  и  $e$  – концентрация и заряд электронов соответственно), то теперь принимается во внимание наличие разброса скоростей электронов по направлению вылета. При этом средняя составляющая скорости электронов в направлении электрического поля будет  $kv_0$  ( $0 < k < 1$ ), плотность электронного тока непосредственно у катода также оказывается в  $k$  раз меньше. Ясно, что

$$k = \langle \cos \theta \rangle,$$

где  $\theta$  – угол между направлением вылета электрона и нормалью к катоду, угловые скобки означают статистическое усреднение.

*Моделирование электронной компоненты тока в прикатодной области разряда.* Постоянный газовый разряд по мере возрастания напряжения, приложенного к разрядному промежутку (и с использованием при необходимости регулирующего ток балластного сопротивления), последовательно проходит ряд качественно различных режимов горения ([4, 2]), начиная с таунсендовского темного разряда и заканчивая возникновением электрической дуги. В настоящей работе рассматривается “нормальный” режим разряда, который характеризуется постоянной величиной катодного падения потенциала и постоянной плотностью тока на катоде вплоть до заполнения катодным пятном всей площади катода.

Объектом рассмотрения в настоящей работе является область нормального разряда, непосредственно примыкающая к катоду. Речь пойдет о расстояниях до катода порядка длины свободного пробега электрона. При этом электрическое поле вблизи катода с хорошей точностью можно считать постоянным. Ради определенности в процессе расчетов давление аргона было принято равным 1 *Torr*. Приведенная напряженность электрического поля у катода была принята равной 790 В/см *Torr* [5, 6].

Моделирование потока электронов выполнялось следующим образом. Направление вылета электрона и процесс его дальнейшего движения в газе считались статистически независимыми (некоррелированными). А поскольку концентрация электронов вблизи катода мала, электроны сталкиваются практически только с атомами газа. Поэтому усреднение по углам вылета выполнялось сразу и сводилось к фиксации угла вылета электрона  $\theta_0$  (угол между направлением вылета и нормалью к поверхности катода). Определение величины  $\theta_0$  является по существу одной из основных задач настоящей работы.

Движение электрона на малых расстояниях от катода происходит под действием внешнего электрического поля и упругих столкновений с атомами аргона (притяжение электрона катодом – “сила электростатического изображения” – пренебрежимо мала в масштабе длины свободного пробега электрона при рассматриваемых давлениях газа).

Моделирование столкновений электронов с атомами аргона выполнялось с использованием таблицы дифференциальных сечений упругого рассеяния электронов на атомах аргона [7]: на малых расстояниях от катода энергия электронов недостаточна для инициирования неупругих процессов. Это обстоятельство сказывается на скорости дрейфа электронов в этой области разряда. По мере удаления от катода энергия электронов

возрастает, электроны приобретают способность возбуждать и ионизовать атомы газа, вместе с тем меняется и зависимость скорости их дрейфа от величины электрического поля. Однако в настоящей работе рассматривается только область непосредственно вблизи поверхности катода.

Сначала с помощью генератора случайных чисел определялись углы рассеяния  $\theta$  и  $\varphi$  в сферической системе координат с осью  $OZ$ , направленной вдоль вектора скорости электрона. Затем производился пересчет новых компонент вектора скорости (после столкновения) к лабораторной системе координат. Для определения  $\bar{\theta}$  использовалось уравнение (см. Приложение)

$$p = \int_0^{\theta} \sin(\bar{\theta}) \sigma(\bar{\theta}) d\bar{\theta},$$

где  $p$  – (псевдо)случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[0, 1]$  (величина сечения  $\sigma(\bar{\theta})$  предварительно подвергалась необходимой нормировке, чтобы параметр  $p$  действительно принадлежал диапазону  $[0, 1]$ ). Угол  $\varphi$  определялся непосредственно с помощью генератора случайных чисел, порождавшего величину, равномерно распределенную в интервале  $[0, 2\pi]$ .

В процессе движения в результате столкновений с атомами аргона часть электронов может снова вернуться на катод. Эти электроны не дают вклада в электронную компоненту тока, поэтому подобные траектории из рассмотрения исключались. Угол  $\theta_0$  определялся из условия, чтобы нормальная составляющая скорости электрона по отношению к поверхности катода не испытывала скачка у его поверхности (расчеты выполнялись вплоть до расстояний, значительно меньших длины свободного пробега). В результате расчетов при напряженности электрического поля  $790 \text{ В/см Torr}$  (см. выше) угол  $\theta_0$  оказался равным  $\sim 72^\circ$  (точнее говоря, известной следует считать среднюю величину косинуса угла вылета:  $\langle \cos \theta_0 \rangle = 0.31$ , а  $\theta_0 = \arccos 0.31$ ). Точность определения  $\cos(\theta_0)$  составляет приблизительно 1.5%. На рисунке представлена средняя величина нормальной к поверхности катода компоненты скорости электронов в зависимости от расстояния до катода. Как уже упоминалось, предполагается, что поток электронов вблизи катода формируется под влиянием двух факторов: электрического поля и тормозящего действия упругих столкновений с атомами газа.

*Заключение.* Итак, одно из использованных ранее дополнительных условий для вычисления электрического поля [1] (условие у поверхности катода) должно быть изменено. Следует учитывать разброс направлений вылета электронов, выбиваемых из катода

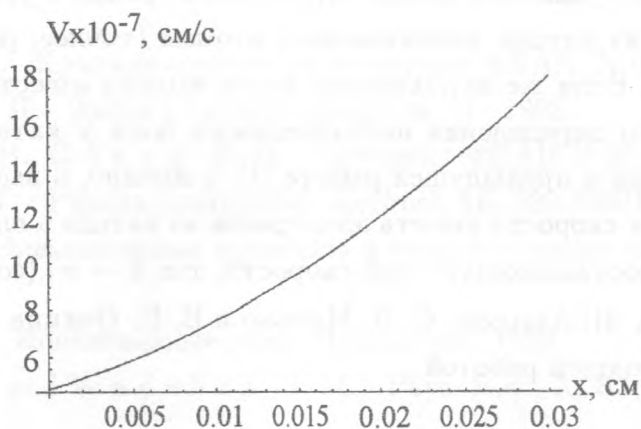


Рис. 1. Зависимость средней скорости потока электронов ( $V$ ) от расстояния до катода в аргоновом разряде с медным катодом ( $x$ ) при электрическом поле у катода  $790 \text{ В/см}$  и давлении газа  $1 \text{ Торр}$ .

в процессе горения разряда. Если свойства катода в этом отношении известны, то появляется возможность вычисления электрического поля у поверхности катода (взамен условия, использованного для этой цели в предыдущей работе, где не принималось во внимание изменение свойств электронной компоненты тока в зависимости от расстояния до катода). Подчеркнем, что для этой цели необходимо либо моделирование электронного потока (как это сделано в настоящей работе), либо решение кинетического уравнения для потока электронов. В обоих случаях речь идет о выходе за рамки чисто макроскопического подхода к задаче. В принципе можно ставить вопрос о возвращении в русло макроскопического подхода, но в настоящей работе этот вопрос не рассматривается.

В заключение необходимо сделать замечание. Согласно экспериментальным данным (см., например, [4, 6]), параметры области катодного падения потенциала в нормальном режиме тлеющего разряда не являются строго определенными функциями пары: газ – материал катода. Результаты измерений одних и тех же параметров области катодного падения потенциала могут различаться в несколько раз для совпадающих пар: газ – материал катода. Эти различия слишком велики, чтобы их можно было отнести за счет погрешностей эксперимента. В первую очередь, здесь можно ожидать различий коэффициента вторичной эмиссии  $\gamma$  для разных катодов. Как показывают результаты настоящей работы, свою лепту может внести и различие функций распределения (по направлению) скорости выбиваемых из катода вторичных электронов.

В настоящей работе предложен метод определения среднего угла вылета электрона при его выбивании из катода ионизованным атомом (точнее, речь идет о среднем косинусе угла вылета). Если же индикатриса углов вылета известна, появляется возможность более точного определения напряженности поля у катода по сравнению с рецептом, предложенным в предыдущей работе [1], а именно, в выражениях, полученных в [1], вместо модуля скорости вылета электронов из катода  $v$  следует использовать среднюю нормальную составляющую этой скорости, т.е.  $v \rightarrow v \cdot \langle \cos \theta \rangle$ .

Автор благодарит А. В. Азарова, С. В. Митько и В. Н. Очкина за обсуждение ряда вопросов в связи с настоящей работой.

#### Приложение

Пусть задана случайная величина  $\xi$  с непрерывной функцией распределения  $w(x)$  на отрезке  $(a, b)$ . Функция распределения предполагается нормированной:

$$\int_a^b w(x) dx = 1.$$

Нетрудно убедиться, что генерация случайной величины  $\xi$  достигается решением уравнения

$$p = \int_a^x w(x') dx', \quad (1)$$

где  $p$  – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[0, 1]^2$ . Действительно, пусть  $f(\xi)$  – некоторая функция случайной величины  $\xi$ . Использование генератора случайных чисел  $p$  дает (см. (1))

$$\langle f(x) \rangle = \int_0^1 f[x(p)] dp = \int_a^b f(x) \frac{dp}{dx} dx = \int_a^b f(x) w(x) dx,$$

т.е. действительно среднее значение  $f(\xi)$ .

<sup>2</sup>Генераторы подобных псевдослучайных величин обычно уже встроены или легко могут быть встроены в современные вычислительные системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рубин П. Л. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9, 25 (2000).
- [2] Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М., 1992.
- [3] Азаров А. В., Очкин В. Н. Препринт ФИАН N 36, М., 2003.
- [4] Phelps A. V. Plasma Sources Sci. Technol, **10**, 329 (2001).
- [5] Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. Госатомиздат, 1961.
- [6] Энгель А. Ионизованные газы. Физматгиз, 1959.
- [7] Nahar S. N. and Wadehra J. M. Phys. Rev., A, **35**, 2051 (1987).

Поступила в редакцию 28 декабря 2004 г.