

УДК 533.951

## О ЗАТУХАНИИ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН В СЛАБОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ С ИОНАМИ БОЛЬШОЙ КРАТНОСТИ ИОНИЗАЦИИ

К. Ю. Вагин

*Для слабостолкновительной плазмы в широком интервале частот получен электронный вклад в продольную диэлектрическую проницаемость, учитывающий как бесстолкновительный, так и столкновительные механизмы диссипации энергии. Для частоты, волнового числа, кратности ионизации ионов и частоты электрон-ионных столкновений найдены условия, в которых реализуются различные режимы столкновительного электронного вклада в затухание ионно-звуковых волн. Приведены явные выражения для электронного декремента в этих режимах.*

Затуханию ионно-звуковых волн в различных условиях посвящено весьма большое количество работ. В свете современных экспериментов по взаимодействию мощного лазерного излучения с веществом в последнее время возник острый интерес к так называемой слабостолкновительной плазме, когда средняя длина свободного пробега электронов оказывается много больше характерного масштаба пространственной неоднородности физического процесса. Изучение диссипативных свойств таких объектов необходимо для адекватного описания параметрических неустойчивостей, которые могут развиваться при взаимодействии излучения с веществом. Именно затухание ионно-звуковых волн определяет, в частности, пороговые и влияет на спектральные свойства такой неустойчивости, как вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (см., напр., [1, 2]).

В пределе, когда плазму можно считать бесстолкновительной, затухание ионного звука определяется бесстолкновительным механизмом затухания Ландау звуковых волн на частицах (см. [3]). Очевидно, что учет столкновений частиц может приводить к новым механизмам диссипации энергии. Аналитическая теория слабостолкновительной

плазмы с высокой кратностью ионизации в квазистационарном пределе была развита в работах [4 – 6], где было показано, что в слабостолкновительной плазме всегда присутствует малая группа медленных сильностолкновительных электронов, которые играют определяющую роль в проблематике целого ряда явлений, в том числе, затухания ионного звука. В работе [5] построена теория квазистационарного возмущения электронной плотности в слабостолкновительной плазме на основе кинетического уравнения для электронов с интегралом столкновения Ландау, учитывающая влияние не-локальных эффектов при парных столкновениях электронов. В работе [7] в модели, использующей интеграл столкновений в форме Лорентца, получено выражение для нестационарного вклада в возмущение электронной плотности в слабостолкновительном пределе. Однако выбранная авторами работы [7] модель не позволяет указать точных условий применимости их результата в зависимости от значений параметров плазмы, а также частоты и волнового числа возмущений. В работе [8] изложена последовательная кинетическая теория нестационарного возмущения электронной плотности, учитывающая как бесстолкновительное затухание Ландау, так и влияние слабых столкновений электронов на диссипацию энергии возмущений в плазме, и позволившая указать условия применимости результатов, полученных в [5, 7].

В настоящем сообщении на основе выражения для нестационарного возмущения электронной плотности [8] получено выражение для электронного вклада в продольную диэлектрическую проницаемость слабостолкновительной плазмы с ионами большой кратности ионизации. В широком диапазоне частот вплоть до частоты, равной произведению волнового числа и тепловой скорости электронов, выявлены условия реализации различных режимов диссипации энергии возмущений в такой плазме, связанных как со столкновениями электронов, так и с их бесстолкновительным черенковским взаимодействием с распространяющимися волнами. Приведены явные выражения для электронного вклада в декремент затухания ионного звука в рассмотренных режимах диссипации и указаны условия их применимости. Полученные условия реализации этих режимов и возможность доминирования столкновительного механизма затухания над бесстолкновительным проиллюстрированы на примере пылевой плазмы.

Рассмотрим полностью ионизованную плазму с малым возмущением электрического потенциала, зависящим от времени и пространственной координаты следующим образом

$$\delta\varphi \sim e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)}. \quad (1)$$

Будем считать плазму слабостолкновительной, что возможно в условиях, когда характерный пространственный масштаб неоднородности  $k^{-1}$  мал по сравнению с длиной свободного пробега  $\ell_{ei} = v_T/\nu_{ei}$  основной массы электронов, движущихся с тепловыми скоростями, то есть выполнено неравенство

$$k\ell_{ei} \gg 1. \quad (2)$$

Здесь  $\nu_{ei} = 4\sqrt{2}\pi e^4 Z n \Lambda / (3m^2 v_T^3)$  – частота электрон-ионных столкновений,  $Z = \sum_{\alpha} Z_{\alpha}^2 N_{\alpha} / n$  – эффективный заряд ионов и суммирование проводится по всем сортам  $\alpha$  ионов плазмы,  $e, m, v_T$  и  $n$  – соответственно заряд, масса, тепловая скорость и плотность числа электронов, а  $Z_{\alpha}$  и  $N_{\alpha}$  – кратность ионизации и плотность числа ионов сорта  $\alpha$ .

В работах [4 – 6] показано, что при кулоновском рассеянии движущихся со скоростью  $v$  электронов на неподвижных ионах длина их свободного пробега пропорциональна четвертой степени скорости  $v^4$ . Это приводит к тому, что даже в слабостолкновительной плазме, удовлетворяющей условию (2), всегда присутствуют достаточно медленные электроны, которые испытывают на масштабе неоднородности  $k^{-1}$  много столкновений, то есть движение таких электронов определяется в основном их столкновениями. Характерное значение скорости электронов, при котором длина их свободного пробега оказывается сравнимой с масштабом неоднородности, определяется выражением [6]:

$$v_C = v_T (k\ell_{ei})^{-1/4} \ll v_T. \quad (3)$$

В области больших скоростей, когда выполнено условие  $v \gg v_C$ , столкновения весьма редки и слабо влияют на движение электронов. Напротив, электроны со скоростями  $v \ll v_C$  образуют группу медленных сильностолкновительных электронов.

Кроме условия (2) будем также полагать, что эффективный заряд ионов велик

$$Z \gg 1. \quad (4)$$

В условиях (2) и (4) решение кинетического уравнения для электронов имеет аналитическое решение в нескольких предельных случаях. В работе [8] в рамках кинетического подхода изложен последовательный вывод нестационарного возмущения электронной плотности слабостолкновительной плазмы с ионами большой кратности ионизации. В интервале достаточно низких частот [8]

$$\omega \ll \nu_{ei} (k\ell_{ei})^{4/7} / Z^{5/7} \quad (5)$$

выражение для возмущения плотности электронов, линейное по малому возмущению электрического потенциала, имеет вид

$$\delta n = -\frac{e\delta\varphi}{mv_T^2} n \left\{ 1 + i \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{kv_T} + 2.2 \frac{\omega}{\nu_{ei}} \frac{Z^{2/7}}{(kl_{ei})^{10/7}} \right] \right\}. \quad (6)$$

Здесь первое вещественное слагаемое отвечает возмущению плотности электронов, приводящему к дебаевской экранировке заряда в плазме, второе слагаемое связано с бесстолкновительным затуханием Ландау, третье же слагаемое описывает квазистационарный вклад в возмущение плотности электронов, обусловленный нелокальными явлениями, связанными с парными столкновениями медленных подтепловых электронов со скоростями  $v \ll v_C$  [6]. В интервале более высоких частот

$$\nu_{ei}(kl_{ei})^{4/7}/Z^{5/7} \ll \omega \ll \nu_{ei}(kl_{ei})^{3/4} \equiv kv_C \quad (7)$$

согласно [8] имеем:

$$\delta n = -\frac{e\delta\varphi}{mv_T^2} n \left\{ 1 + i \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{kv_T} + 1.8 \left( \frac{\omega\nu_{ei}}{k^2v_T^2} \right)^{3/5} \right] \right\}. \quad (8)$$

Здесь два первых слагаемых связаны с теми же физическими причинами, что и в (6), тогда как третье слагаемое описывает вклад в возмущение плотности электронов, отвечающий нестационарному возмущению функции распределения медленных подтепловых электронов по скоростям, нелинейному как по частоте этих возмущений, так и по частоте столкновений электронов [7, 8]. В области еще больших частот

$$\nu_{ei}(kl_{ei})^{3/4} \ll \omega \ll kv_T \quad (9)$$

столкновения электронов в слабостолкновительной плазме дают вклад в  $\delta n$ , заведомо меньший двух первых слагаемых формул (6) и (8) (см. [8]), и мы в дальнейшем будем им пренебрегать.

Возмущение плотности числа электронов  $\delta n$  в поле электрического потенциала (1) позволяет получить выражение для электронного вклада в комплексную продольную диэлектрическую проницаемость плазмы [3] согласно формуле  $\delta\epsilon_e(\omega, \mathbf{k}) = 4\pi e\delta n/(k^2\delta\varphi)$ . Используя выражения для возмущения плотности электронов (6) и (8), получаем

$$\delta\epsilon_e(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{k^2 r_{De}^2} \left\{ 1 + i \frac{\omega}{kv_T} \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} + 2.2 \frac{Z^{2/7}}{(kl_{ei})^{3/7}} \right] \right\} \quad (10)$$

в области частот (5) и

$$\delta\epsilon_e(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{k^2 r_{De}^2} \left\{ 1 + i \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k v_T} + 1.8 \left( \frac{\omega}{k v_T} \frac{1}{k \ell_{ei}} \right)^{3/5} \right] \right\} \quad (11)$$

в области частот (7). В этих формулах  $r_{De}$  – электронный дебаевский радиус.

Первое, вещественное слагаемое в формулах (10), (11) для электронной комплексной диэлектрической проницаемости описывает дебаевскую экранировку заряда в плазме. В свою очередь слагаемые, пропорциональные мнимой единице, определяют электронную диссипацию. В частности, второе слагаемое формул (10), (11) отвечает механизму бесстолкновительного затухания Ландау на тепловых электронах, тогда как третье слагаемое обусловлено затуханием возмущений из-за столкновений медленных подтепловых электронов. Как уже было отмечено выше, в области высоких частот (9) столкновения электронов не существенны и выражение для  $\delta\epsilon_e$  содержит лишь первые два слагаемых формул (10), (11), то есть электронная диссипация в области столь высоких частот определяется исключительно бесстолкновительным механизмом затухания Ландау. Таким образом, лишь для достаточно низкочастотных возмущений (1), фазовая скорость которых попадает в область скоростей медленных столкновительных электронов, то есть выполнено неравенство  $\omega/k < v_C$ , столкновения электронов могут влиять на диссипацию энергии возмущений.

Рассмотрим вначале случай, когда в рамках условий (2), (4) выполнено неравенство

$$1 \ll k \ell_{ei} \ll Z^{2/3}. \quad (12)$$

Из формулы (10) видно, что когда выполнено (12), то во всей области частот (5) диссипация, связанная со столкновениями электронов, превосходит бесстолкновительное затухание Ландау [6]. При этом оба мнимых слагаемых формулы (10), описывающих указанные механизмы диссипации, линейно растут с увеличением частоты  $\omega$ .

Согласно формуле (11) диссипация энергии возмущений (1) из-за столкновений электронов доминирует над бесстолкновительной также и в области больших частот

$$\nu_{ei}(k \ell_{ei})^{4/7} / Z^{5/7} \ll \omega \ll \nu_{ei}(k \ell_{ei})^{-1/2},$$

если выполнено правое неравенство условия (12). Отметим, что указанный здесь частотный интервал такого доминирования значительно уже частотного интервала (7), определяющего область применимости формулы (11). Это связано с тем, что бесстолкновительное затухание Ландау по-прежнему линейно возрастает с частотой, а последнее

слагаемое (11), описывающее столкновительную диссипацию нестационарного возмущения (1) электрического потенциала, растет медленнее, лишь как  $\omega^{3/5}$ . Это приводит к тому, что для еще больших частот  $\omega \gg \nu_{ei}(kl_{ei})^{-1/2}$  даже в условиях неравенства (12) вклад столкновений в электронную диссипацию становится несущественным по сравнению с бесстолкновительным затуханием Ландау.

Если же выполнено условие, противоположное правому неравенству (12), то есть  $kl_{ei} \gg Z^{2/3}$ , то для любых частот во всей области  $\omega \ll kv_T$  основным механизмом, определяющим электронную диссипацию, является бесстолкновительное затухание Ландау.

Рассмотрим возмущения (1), отвечающие длинноволновому ионному звуку со спектром  $\omega_S = kv_S$ , где скорость звука  $v_S = \omega_{Li}r_{De}$  удовлетворяет неравенству  $v_S \ll v_C \ll v_T$  (то есть  $\omega_S \ll kv_C$ ) в интервале волновых чисел  $kr_{De} \ll 1$ . Здесь  $\omega_{Li}$  – ленгмюровская частота ионов. Тогда затухание такого ионного звука на электронах будет слабым и определяется декрементом согласно формуле  $\gamma_e = \omega_S^3 \text{Im}[\delta\epsilon_e(\omega_S, \mathbf{k})]/(2\omega_{Li}^2)$  [3]. Используя выражения (10), (11) для электронного вклада в продольную диэлектрическую проницаемость плазмы для электронной части декремента затухания, получаем

$$\gamma_e = \gamma_L + \gamma_{St},$$

где

$$\gamma_L = \sqrt{\pi/8} kv_S^2/v_T \quad (13)$$

– бесстолкновительный декремент затухания Ландау ионно-звуковых волн на электронах, а  $\gamma_{St}$  – отвечает вкладу в декремент затухания ионного звука, связанному со столкновениями электронов, и в зависимости от соотношения значений параметра слабостолкновительности  $kl_{ei}$ , величины скорости звука и кратности ионизации ионов может определяться различными физическими механизмами.

Для не очень больших значений  $v_S$ , когда

$$v_S/v_T \ll (kl_{ei})^{-3/7} Z^{-5/7} \quad (14)$$

столкновительное затухание  $\gamma_{St}$  отвечает последнему слагаемому в выражении (6) для возмущения плотности медленных электронов, обусловленному нелокальными явлениями в слабостолкновительной плазме в квазистационарном режиме (5), связанными с парными столкновениями электронов, и определяется следующим выражением (см. [6]):

$$\gamma_{St} \equiv \gamma_{St, nl} = 1.1 \frac{kv_S^2}{v_T} \frac{Z^{2/7}}{(kl_{ei})^{3/7}}. \quad (15)$$

Отметим, что в условиях неравенства (14)  $v_S$  не может быть очень маленькой, поскольку для выполнения условия слабого затухания ионного звука также и на ионах его скорость должна быть больше тепловой скорости ионов. Таким образом, при достаточно больших значениях параметров  $kl_{ei}$  и  $Z$ , как это следует из (14), режим слабозатухающего ионного звука с декрементом, определяющимся выражением (15), связанным с нелокальными эффектами, не реализуется. Из сравнения (13) и (15) видно, что в условиях правого неравенства (12) выражение (15) превосходит (13) и, таким образом, даже в слабостолкновительной плазме (2) затухание ионно-звуковых волн на электронах в основном определяется столкновениями электронов.

Для больших значений скорости звука

$$(kl_{ei})^{-3/7} Z^{-5/7} \ll v_S/v_T \ll (kl_{ei})^{-1/4}, \quad (16)$$

вклад в электронный декремент затухания ионно-звуковых волн, обусловленный столкновениями медленных электронов, определяется выражением

$$\gamma_{St} \equiv \gamma_{St, \omega} = 0.9kv_S \left( \frac{v_T}{v_S} \frac{1}{kl_{ei}} \right)^{3/5} \equiv 0.9 \frac{kv_S^2}{v_T} \frac{(v_T/v_S)^{2/5}}{(kl_{ei})^{3/5}} \quad (17)$$

и отвечает относительно высокочастотному режиму (7), в котором нестационарное распределение медленных столкновительных электронов приводит к нелинейному по частоте ионно-звуковой волны столкновительному вкладу, определяющемуся последним слагаемым (8) (см. также [7]). Столкновительный электронный вклад в декремент (17) может превосходить бесстолкновительный декремент затухания Ландау  $\gamma_L$  (13), если

$$(kl_{ei})^{-3/7} Z^{-5/7} \ll v_S/v_T \ll (kl_{ei})^{-3/2}. \quad (18)$$

Область (18) существует, если выполнено правое неравенство (12). Таким образом, столкновительная диссипация в плазме тем сильнее, чем больше эффективный заряд ионов.

Рассмотрим, как в зависимости от величины эффективного заряда ионов  $Z$  и волнового числа  $k$  видоизменяется электронный декремент затухания. Для не очень больших значений  $Z$ , когда выполнено условие

$$Zv_S < v_T, \quad (19)$$

в интервале волновых чисел (12) основной вклад в электронный декремент затухания связан с нелокальными эффектами и определяется выражением  $\gamma_{st, nl}$  (15). В области больших значений  $kl_{ei} \gg Z^{2/3}$  электронный декремент затухания определяется бесстолкновительным затуханием Ландау  $\gamma_L$  (13). Таким образом, для плазм с не очень большими  $Z$ , удовлетворяющими неравенству (19), режим столкновительного затухания, определяющийся декрементом (17), не реализуется.

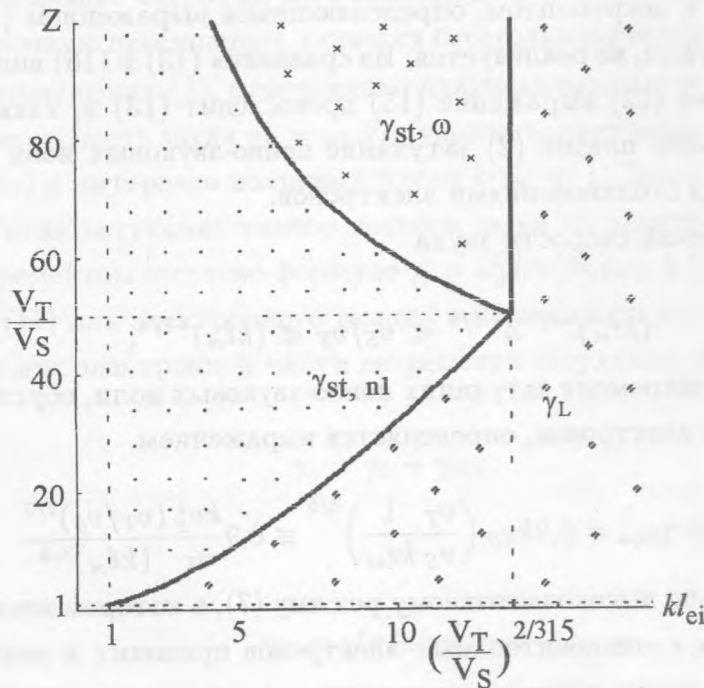


Рис. 1. На плоскости параметров  $kl_{ei}$  и  $Z$  изображены области, каждая из которых обозначена символом электронного вклада в декремент затухания ионного звука, соответствующего доминирующему в этой области механизму.

В плазмах с большим эффективным зарядом ионов, когда выполнено условие  $Zv_S > v_T$ , противоположное (19), возможно проявление большого количества механизмов электронного затухания. В интервале волновых чисел  $1 \ll kl_{ei} \ll (v_T/v_S)^{7/3}/Z^{5/3}$  главный механизм, определяющий электронное затухание, обусловлен нелокальными эффектами при столкновениях электронов и  $\gamma_e \approx \gamma_{st, nl}$ . В интервале  $(v_T/v_S)^{7/3}/Z^{5/3} \ll kl_{ei} \ll (v_T/v_S)^{2/3}$  основной вклад в электронный декремент затухания ионного звука  $\gamma_e \approx \gamma_{st, \omega}$  и отвечает нестационарному режиму (7). Для еще больших значений волнового числа  $kl_{ei} \gg (v_T/v_S)^{2/3}$ , главным опять становится бесстолкновительное затухание Ландау. Таким образом, в пределе больших значений параметра слабостолкновительности (2)



электронное затухание становится чисто бесстолкновительным. Описанные здесь области проявления доминирования различных механизмов электронного затухания ионно-звуковых волн схематично представлены на рис. 1 на плоскости параметров  $k\ell_{ei}$  и  $Z$  для значения параметра  $v_T/v_S = 50$ . Напомним здесь, что длина свободного пробега электронов относительно столкновений с ионами зависит от величины их эффективного заряда  $\ell_{ei} \sim \ell_{ee}/Z$ , тогда как электрон-электронная длина свободного пробега уже не содержит такой зависимости.

В заключение приведем пример физического объекта, для которого рассмотренные выше столкновительные механизмы электронной диссипации могут проявляться. Таким объектом может служить слабонеидеальная пылевая плазма, в которой распространяются пылевые ионно-звуковые волны со спектром  $\omega_{S,di} = kv_{S,di}$ . Отличительной особенностью пылевой плазмы является большое значение заряда пылинок  $Z_d \gg 1$ , величина которого может превосходить элементарный заряд электрона на несколько порядков. Это приводит к тому, что электроны наиболее эффективно рассеиваются на тяжелых сильно заряженных пылинках. Для применимости представленного в нашей работе подхода величина заряда пылинок  $Z_d$  должна слабо меняться на временах, характеризующих период и декремент затухания пылевого ионного звука. Такие условия достаточно легко реализуются и рассмотрены в работе [9]. В этой работе уже был рассмотрен столкновительный механизм электронной диссипации (15), связанный с проявлением нелокальных эффектов. Покажем, что нестационарный режим (7), характеризующийся декрементом (17), также может реализовываться в широкой области параметров пылевой плазмы.

Действительно, в пылевой плазме с одним сортом однократно заряженных ионов условие электронейтральности имеет вид  $N_i = Z_d N_d + n > n$ , где  $N_d$  – плотность числа пылинок. Такое неравенство приводит к увеличению скорости пылевого ионного звука [10]  $v_{S,di} = \sqrt{N_i T / n M_i}$  в  $N_i/n > 1$  раз по сравнению с плазмой того же ионного состава ( $M_i$  – масса ионов) без пыли при той же температуре электронов  $T_e$  и, следовательно, к увеличению частоты звуковых возмущений, облегчая тем самым условия реализации нестационарного режима (7) столкновительного затухания с электронным декрементом (17). В пылевой плазме эффективный заряд тяжелых частиц определяется громадным зарядом пылинок  $Z = (N_i + Z_d^2 N_d) / n \cong Z_d^2 N_d / n \gg 1$ . В таких условиях правое неравенство условия (12), обеспечивающего возможность доминирования столкновительного электронного затухания над бесстолкновительным, реализуется в весьма широком интервале значений волнового числа. Для типичных экспериментальных условий [11, 12]

значение заряда пылинки составляет  $Z_d \approx 10^3$ , а параметр  $N_i/n \approx 2$ , так что условие (12) принимает вид  $1 \ll k\ell_{ed} \ll 10^2$ , где  $\ell_{ed}$  – длина свободного пробега электронов относительно их столкновений с пылинками. Последние неравенства определяют весьма широкие области значений длин волн возмущений и плотностей пылевой плазмы, в которых электронная диссипация определяется столкновениями медленных электронов, тогда как вклад бесстолкновительного затухания Ландау сравнительно невелик. Подставляя значение  $k\ell_{ed} = 10$  в двойное неравенство (18), получаем, что для скоростей пылевого ионного звука на достаточно широком отрезке  $0.003 \ll v_{S,di}/v_T \ll 0.03$  доминирует столкновительный декремент (17), отвечающий нестационарному режиму (7).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект N 02-02-16047), ФЦ НТП “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники на 2002 – 2006 годы” (Госконтракт N 40.165), при государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (проект НШ-1385.2003.2) и при поддержке “Фонда содействия отечественной науке”.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горбунов Л. М. ЖЭТФ, **55**, 2298 (1968).
- [2] Вагин К. Ю., Овчинников К. Н., Силин В. П., Урюпин С. А. Квантовая электроника, **32**, N 7, 629 (2002).
- [3] Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.
- [4] Максимов А. В., Силин В. П. ЖЭТФ, **103**(1), 73 (1993).
- [5] Максимов А. В., Силин В. П. ЖЭТФ, **105**(5), 1242 (1994).
- [6] Силин В. П. УФН, **172**, N 9, 1021 (2002).
- [7] Koch R. A. and Horton W. Jr. Phys. of Fluids, **18**(7), 861 (1975).
- [8] Вагин К. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 14 (2005).
- [9] Вагин К. Ю., Овчинников К. Н., Силин В. П., Урюпин С. А. Физика плазмы, **30**, N 8, 691 (2004).
- [10] Shukla P. K. and Silin V. P. Physica Scripta, **45**, 508 (1992).
- [11] Rosenberg M. Astrophysics and Space Science, **277**(6), 125 (2001).
- [12] Нефедов А. П., Петров О. Ф., Фортвов В. Е. УФН, **167**, N 11, 1215 (1997).

Поступила в редакцию 30 декабря 2004 г.