

УДК 537.523

НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕННЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИЛЬНОТОЧНЫХ РАЗРЯДОВ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПЛОТНОМ ГАЗЕ

У. Юсупалиев

Исходя из теории подобия и размерности, а также на основе экспериментальных данных, определены некоторые обобщенные безразмерные переменные импульсных сильноточных разрядов в неограниченном плотном газе, обладающих цилиндрической симметрией.

Решение прикладных задач на основе импульсных сильноточных разрядов (ИСР) в неограниченном плотном газе значительно упрощается, если известны критерии подобия таких разрядов. Особую актуальность эта проблема приобретает из-за отсутствия количественной теории таких разрядов [1 – 6], учитывающей энергию излучения, давление магнитного поля разрядного тока, противодействие окружающей среды, процессы электронной и лучистой теплопроводности, диссоциацию и ионизацию вовлекаемого в разряд газа окружающей среды. Как известно из теории подобия и размерности [7 – 9], критерии подобия процесса устанавливаются на основе характерных для разряда безразмерных обобщенных переменных. В настоящее время для рассматриваемого разряда известна следующая размерная обобщенная переменная

$$q = \frac{CU^2}{\pi \cdot l_0 \cdot 2 \cdot T^2},$$

определенная авторами работы [10], исходя из экспериментальных данных работ [4, 11, 12] (l_0 – длина разрядного промежутка, T – период разряда, C – емкость батареи конденсаторов разрядного контура, U – падение напряжения на разрядном промежутке, $\pi = 3.14$). По сути, размерная обобщенная переменная q означает изменение средней мощности энерговыклада в разряд на единицу его длины за период. Что касается безразмерных обобщенных переменных ИСР, то они установлены не были и до сих пор не

известны. Целью данной работы как раз и является установление некоторых безразмерных обобщенных переменных ИСР в неограниченном плотном газе.

Прежде всего, составим полный перечень величин, определяющих скорость расширения разрядного канала V_d , обладающего цилиндрической симметрией. Экспериментальные данные показывают, что температура плазмы разрядного канала T_d зависит от величины V_d . Поэтому если мы установим безразмерные обобщенные переменные для V_d , то сможем определить соответствующие переменные и для температуры.

Проведенные нами эксперименты и анализ работ [4, 5, 10 – 19] показывают, что величина V_d таких сильноточных разрядов определяется следующим перечнем величин, не зависящих по отношению к V_d : текущим временем t ; напряжением на разрядном промежутке U ; скоростью нарастания электрического тока J разряда $F = \frac{dJ}{dt}$; индуктивностью L и емкостью C разрядного контура; длиной разрядного промежутка l_0 ; показателем адиабаты плазмы разрядного канала γ_d ; давлением p_α , плотностью ρ_α , температурой θ_α и показателем адиабаты γ_α окружающего разряд газа (температура в энергетических единицах $\theta_\alpha = kT_\alpha$, k – постоянная Больцмана); потенциалом ионизации I_i и процентным содержанием i -го сорта атомов μ_i окружающего разряд газа; потенциалом диссоциации D_j и процентным содержанием j -го сорта молекул β_j окружающего разряд газа; коэффициентами электронной χ_e и лучистой χ_R теплопроводности плазмы разряда.

Так как наша цель – установление безразмерных обобщенных переменных из перечисленных определяющих независимых величин, то сначала составим из них размерные комбинации, исходя из рассмотрения процессов, происходящих в разряде и в окружающем разряде газа. Так, с энергетической точки зрения естественным является размерный комплекс $\frac{UF}{l_0}$, характеризующий скорость изменения мощности разряда на единицу его длины. Оценки, проведенные согласно данным работ [4, 5, 10 – 19], показывают, что на начальной стадии развития ИСР величины размерных обобщенных переменных $\frac{UF}{l_0}$ и q по порядку величин совпадают. Согласно модели таких разрядов [20], возбуждение и диссоциация, а также ионизация вовлекаемого в разряд окружающего газа через его оболочки происходит сначала вследствие процессов электронной и лучистой теплопроводности, а затем – из-за ударного сжатия в ударной волне. Конечным результатом этих процессов является диссоциация вовлекаемого в разряд газа. Поэтому влияние коэффициентов χ_e и χ_R на динамику расширения канала разряда можно свести к следующей комбинации определяющих независимых размерных величин p_∞ , θ_∞ , I_j , D_i , β_i , μ_i :

$$M = \pi \frac{p_\infty}{\theta_\infty} \left(\sum_{i=1}^n D_i \beta_i + \sum_{j=1}^m I_j \mu_j \right),$$

представляющей собой энергию, затраченную разрядом на диссоциацию и ионизацию единицы объема газа, вовлекаемого в разряд через поверхность его оболочки из окружающей среды (где n, m – число сортов молекул и атомов окружающей разряд газа). Рассмотрение баланса энергии разряда с учетом затрат на диссоциацию и ионизацию вовлекаемого в разряд газа, работы, совершаемой разрядом против давления окружающей среды, начальной тепловой энергии вовлекаемого в разряд газа и кинетической энергии расширяющейся плазмы разряда, позволяет объединить величины $p_\infty, \rho_\infty, \gamma_d, \gamma_\infty$ и M в следующие комплексы:

$$A = \pi \cdot p_\infty \left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1} \right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1} \right) - \left(\frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1} \right) + \frac{1}{\theta_\infty} \cdot \left(\sum_{i=1}^n D_i \beta_i + \sum_{j=1}^m I_j \mu_j \right) \right];$$

$$B = \pi \rho_\infty \left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1} \right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty + 1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right].$$

Множитель π в указанных комплексах появляется из-за цилиндрической симметрии разряда.

Определим безразмерную обобщенную скорость расширения ИСР в неограниченном плотном газе, используя метод, предложенный в [7]. Суть метода состоит в установлении обобщенных переменных путем составления отношений сил, действующих в исследуемой системе, и отношений слагаемых (членов) в энергетическом балансе такой системы. Для этого составим отношение суммы слагаемых в энергетическом балансе разряда, в выражения которых входит величина V_d , к сумме слагаемых, в выражениях которых V_d отсутствует. Это отношение имеет вид:

$$\frac{\left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1} \right) \cdot \left(\frac{\gamma_\infty + 1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] \gamma_\infty}{\left[\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_d - 1} \right) \left(\frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1} \right) - \left(\frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1} \right) + \left(\frac{1}{\theta_\infty} \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n D_i \beta_i + \sum_{j=1}^m I_j \mu_j \right) \right]} \left(\frac{V_d}{c_\infty} \right)^2 = C_0 \left(\frac{V_d}{c_\infty} \right)^2, \quad (1)$$

где $c_\infty = \sqrt{\gamma_\infty \frac{p_\infty}{\rho_\infty}}$ – скорость звука в плотном окружающем разряд газе. Из (1) видно, что множитель при величине $\left(\frac{V_d}{c_\infty} \right)^2$ не зависит от времени и параметров разрядного контура. Следовательно, при приведении уравнения энергетического баланса разряда

к безразмерному виду члены уравнения, связанные с безразмерной величиной $\left(\frac{V_d}{c_\infty}\right)^2$, должны присутствовать в виде (1). Поэтому безразмерную величину $u_d = \sqrt{C_0} \cdot \left(\frac{V_d}{c_\infty}\right)$ следует называть безразмерной обобщенной скоростью ИСР в неограниченном плотном газе.

Теперь исходный перечень размерных величин сводится к следующему ряду:

$$\frac{UF}{l_0}, B, t, C, L, A. \quad (2)$$

Из анализа размерностей величин перечня (2) следует, что в качестве системы опорных физических величин можно выбрать длину, массу, время и электрический ток, а их размерностями – метр, килограмм, секунду и ампер соответственно. Тогда общее число физических размерных величин, существенных для определения скорости расширения импульсного ИСР в неограниченном плотном газе, равно шести, а первичных (основных) величин – четырем. Следовательно, согласно π -теореме теории подобия и размерностей [7 – 9], можно ожидать существование двух независимых безразмерных комплексов. Для определения таковых представим обобщенную скорость расширения разрядного канала в виде:

$$u_d = f \left\{ \left(\frac{UF}{t_0} \right), A, B, t, L, C \right\}. \quad (3)$$

Тогда, согласно методу Рэлея [8], для размерных параметров ряда (2) при некоторых значениях a, b, c, d, e, f должно выполняться следующее соотношение:

$$\left(\frac{UF}{l_0} \right)^a B^b A^c t^d C^e L^f = \text{const}. \quad (4)$$

Заменив с учетом формул размерностей величины в (4) символами первичных физических величин, получим

$$(LMT^{-4})^a \cdot (ML^{-3})^b \cdot (MT^{-2}L^{-1})^c \cdot (T)^d \cdot (L^{-2}M^{-1}T^4I^2)^e \cdot (L^2MT^{-2}I^{-2})^f. \quad (5)$$

Так как безразмерные обобщенные переменные являются величинами нулевой размерности, то на основании (4) можно записать следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно a, b, c, d, e, f :

$$\begin{cases} a - 3b - c - 2e + 2f = 0 \\ a + b + c - e + f = 0 \\ -4a - 2c + d + 4e - 2f = 0 \\ 2e - 2f = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Из системы (6) находим $b = a$; $c = -2a$; $e = -\frac{1}{2}d$; $f = \frac{1}{2}d$. Подставляя в (4) значения показателей степени (b, c, e, f), получим

$$\left(\frac{UF}{l_0}\right)^a B^a A^{-2a} t^d C^{-d/2} L^{-d/2} = \text{const.} \quad (7)$$

Далее группировка величин с одинаковыми показателями в (7) дает следующее соотношение:

$$\left(\frac{UFB}{l_0 A^2}\right)^a \cdot \left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)^d = \text{const.} \quad (8)$$

Теперь зависимость (3), после приведения ее к безразмерному виду, можно представить так:

$$u_d = f \left\{ \left(\frac{UFB}{l_0 A^2}\right), \left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \right\}. \quad (9)$$

Таким образом, искомая безразмерная величина u_d является функцией следующих безразмерных обобщенных переменных

$$\Xi = \frac{UFB}{l_0 A^2}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

По физическому смыслу безразмерная обобщенная переменная Ξ представляет собой, по сути, отношение скорости изменения полной мощности разряда на единицу его длины к скорости изменения мощности на единицу длины, затрачиваемой разрядом на диссоциацию и ионизацию вовлекаемого в разряд газа окружающей среды.

Из (9) следует, что размерная обобщенная переменная q содержится в составе безразмерной обобщенной переменной Ξ . Действительно, на начальной стадии развития ИСР $F \approx \frac{U}{L} = (2\pi)^2 \left(\frac{CU}{T^2}\right)$ и $\Xi = \left(\frac{2\pi B}{A^2}\right) \cdot \frac{CU^2}{\pi \cdot l_0 \cdot 2 \cdot T^2}$.

Анализ экспериментальных работ по исследованию сильноточных разрядов в неограниченном плотном газе [4, 5, 10 – 19] показывает, что при малости роли электронной теплопроводности по сравнению лучистой (теплопроводностью) температура плазмы T_d таких разрядов определяет следующий перечень величин:

$$\left(\sum_{i=1}^n D_i \beta_i + \sum_{j=1}^m I_j \mu_j \right), \theta_\alpha, \sigma T_{in}^4, n_\alpha, V_d,$$

где σ – постоянная Стефана–Больцмана, n_α – концентрация газа окружающей среды, T_{in} – начальная температура разряда. Из указанного перечня величин видно, что в качестве системы опорных единиц физических величин можно выбрать для длины метр, для массы килограмм, а для времени секунду. Далее, повторяя такую же процедуру как для скорости расширения разряда, получим следующую зависимость T/T_{in} от двух обобщенных переменных:

$$\frac{T_d}{T_{in}} = \Psi \left[\left(\frac{n_\alpha \left(\sum_{i=1}^m D_i \mu_i + \sum_{j=1}^n I_j \beta_j \right) V_d}{\sigma T_{in}^4} \right), \left(\frac{n_\alpha k \theta_\alpha V_d}{\sigma T_{in}^4} \right) \right]. \quad (10)$$

Обобщенная переменная

$$\bar{\lambda} = \frac{n_\alpha \left(\sum_{i=1}^n D_i \beta_i + \sum_{j=1}^m I_j \mu_j \right) V_d}{\sigma T_{in}^4} = G_0(n_\alpha, D_i, I_j, \sigma T_{in}^4) \cdot \frac{c_\infty \cdot f(\Xi, \tau)}{\sqrt{C_0}}$$

по своему физическому смыслу представляет собой отношение энергии разряда, затраченной за единицу времени на диссоциацию и ионизацию вовлекаемого в разряд газа окружающей среды через единицу его поверхности, к мощности его начального теплового излучения с единицы поверхности.

На рис. 1 представлена зависимость $u_d = f(\Xi)$ для сильноточных разрядов в различных газах, а на рис. 2 – зависимость $\frac{T_d}{T_{in}} = \Psi(\Xi)$ в воздухе и азоте. Эти зависимости построены по экспериментальным данным, взятым из работ [3, 4, 6, 10 – 19]. Здесь за скорость V_d и температуру взяты максимальная скорость расширения и максимальная температура плазмы разрядного канала на начальной стадии его развития. Экспериментальные точки для функций u_d и $\frac{T_d}{T_{in}}$, взятые из выполненных в разное время работ [3, 4, 6, 10 – 19], группируются около общей средней кривой. При малых значениях безразмерной обобщенной переменной Ξ скорости роста функций $f(\Xi)$ и $\Psi(\Xi)$ выше, чем при больших значениях Ξ . Тот факт, что дискретный набор экспериментальных данных (точек) допускает аппроксимацию непрерывной кривой, свидетельствует о существовании определенных функциональных зависимостей между u_d , $\frac{T_d}{T_{in}}$ и обобщенной переменной Ξ .

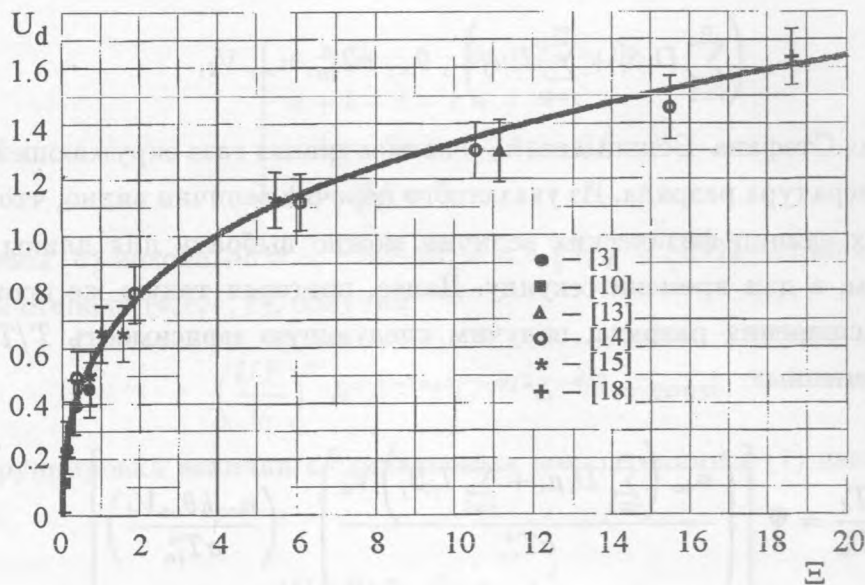


Рис. 1. Зависимость обобщенной безразмерной скорости расширения разрядного канала u_d от обобщенной безразмерной переменной Ξ . Литературные источники приведены на рисунке. Кривая – усреднение экспериментальных данных.

Более того, на основе установленных обобщенных переменных удастся определить зависимость радиуса разрядного канала R от обобщенной переменной τ (закон расширения разрядного канала). Действительно, на основе (9) для R можем написать $\frac{R}{R_0} = \varphi(\Xi, \tau)$ и при $\tau < 1$ (т.е. на начальной стадии развития сильноточного разряда) разложим функцию $\varphi(\Xi, \tau)$ в ряд Тейлора по обобщенной переменной τ при фиксированной величине Ξ_0 :

$$\varphi(\Xi_0, \tau) = \varphi(\Xi_0, 0) + \left. \frac{\partial \varphi(\Xi_0, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} \tau + o(\tau), \quad (11)$$

где $\left. \frac{\partial \varphi(\Xi_0, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = f(\Xi_0, 0)$, R_0 – начальный радиус. Начальное условие для радиуса $\varphi(\Xi_0, 0) = 1$. Отсюда видно, что на начальной стадии сильноточного разряда в плотном газе радиус разрядного канала пропорционален времени

$$\frac{R}{R_0} \approx \varphi(\Xi_0, 0) + f(\Xi_0, 0)\tau, \quad (12)$$

а скорость его расширения $f(\Xi_0, 0) = \text{const}$ не зависит от времени, что в действительности и наблюдается в экспериментах [3, 4, 6, 10 – 15].

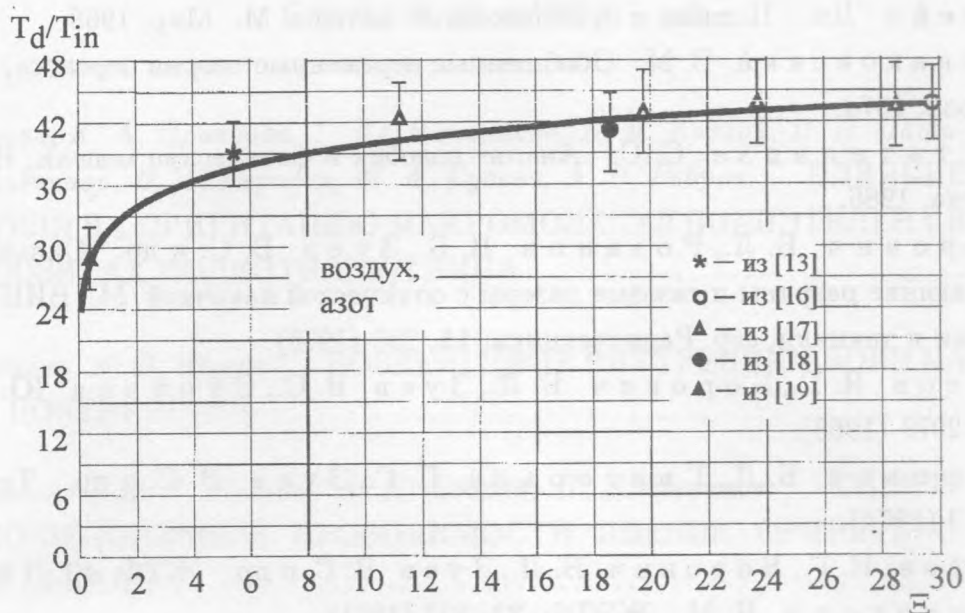


Рис. 2. Зависимость обобщенной безразмерной температуры $\frac{T_d}{T_{in}}$ от безразмерной обобщенной переменной Ξ . Литературные источники приведены на рисунке. Кривая — усреднение экспериментальных данных.

Таким образом, обобщенные безразмерные функции φ и f от обобщенных безразмерных переменных Ξ и τ , установленных на основе теории подобия и размерности, а также экспериментальных данных, при $\tau < 1$ удовлетворительно согласуются с опытными данными. Это обстоятельство свидетельствует о существовании реальных функциональных зависимостей $f(\Xi, \tau)$ и $\Psi(\Xi, \tau)$. Задача теперь состоит в определении видов этих функций, что является предметом отдельного рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брагинский С. И. ЖЭТФ, **34**, 1548 (1958).
- [2] Басов Н. Г., Борович Б. Л., Зуев В. С. и др. ЖТФ, **40**, N 4, 805 (1970).
- [3] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильноточных электро-разрядных источников света. М., Атомиздат, 1976.
- [4] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. УФН, **112**, вып. 2, 193 (1974).
- [5] Бобров Ю. К. ЖТФ, **44**, N 11, 2340 (1974).
- [6] Юсупалиев У. Прикладная физика, N 2, 96 (2001).

- [7] Клейн Дж. Подобие и приближенные методы. М., Мир, 1968.
- [8] Минаковский В. М. Обобщенные переменные теории переноса, Киев, Вища школа, 1978.
- [9] Кутателадзе С. С. Анализ подобия и физические модели, Новосибирск, Наука, 1986.
- [10] Борович Б. Л., Розанов В. Б., Зуев В. С. и др. Сильноточные излучающие разряды и газовые лазеры с оптической накачкой. М., ВИНТИ, Итоги науки и техники, сер. Радиотехника, **15**, 296 (1978).
- [11] Басов Н. Г., Борович Б. Л., Зуев В. С., Стойлов Ю. Ю. ЖТФ, **38**, 2079 (1968).
- [12] Борович Б. Л., Григорьев П. Г., Зуев В. С. и др. Труды ФИАН, **76**, 3 (1974).
- [13] Басов Н. Г., Борович Б. Л., Зуев В. С. и др. ЖТФ, **40**, N 3, 516 (1970).
- [14] Гегечкори Н. М. ЖЭТФ, **21**, 493 (1951).
- [15] Вульфсон К. С., Либин И. Ш. ЖЭТФ, **21**, 510 (1951).
- [16] Ванюков М. П., Мак А. А. ДАН СССР, **123**, N 6, 1022 (1958);
Ванюков М. П., Мак А. А. УФН, **66**, вып. 2, 302 (1958).
- [17] Черная Ф. А. Оптика и спектроскопия, **4**, N 6, 725 (1958).
- [18] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 58 (1970).
- [19] Александров А. Ф., Рухадзе А. А., Попов Ю. П. и др. ЖЭТФ, **61**, 1841 (1971).
- [20] Юсупалиев У. Модель сильноточного разряда в газе высокого давления с учетом ионизации и противодействия. Тез. докл. 31-ой Звенигородской международн. конф. по физике плазмы и УТС. г. Звенигород, 16 – 20 февраля 2004 г., с. 212.

Институт общей физики
им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 18 августа 2005 г.