

УДК 533.9

## ДЕБАЕВСКАЯ МОЛЕКУЛА В ПЛАЗМЕ

В. А. Гундиенков, С. И. Яковленко

*С использованием координат Кассини численно исследовано решение уравнения Пуассона–Больцмана для облака зарядов, окружающий две заряженные пылинки, рассматриваемые как дебаевские атомы, образующие дебаевскую молекулу. Сила воздействия электрического поля на пылинку со стороны другой пылинки определялась интегрированием электростатического давления на поверхность пылинки. Показано, что при малых расстояниях между пылинками имеет место отталкивание. Силы притяжения возникают при выполнении следующих двух условий. Во-первых, дебаевский радиус (соответствующий плотности электронов на половине среднего расстояния между пылинками) должен быть примерно равен половине среднего расстояния между пылинками. При этом притяжение пылинок возникает на расстоянии, примерно равном среднему расстоянию между пылинками. Во-вторых, притяжение имеет место, если заряды одного из знаков сосредоточены преимущественно на пылинках. Если пылинки несут малую долю заряда одного из знаков, на всех расстояниях имеет место отталкивание пылинок.*

Эта работа является продолжением нашего рассмотрения [1] сил взаимодействия заряженных пылинок в облаках термодинамически равновесных зарядов. В [1] основное внимание уделено термоэмиссионной плазме, когда положительно заряженные пылинки окружены электронными облаками. Здесь мы больше внимания уделяем ситуации, когда в облаках, окружающих пылинки, имеются заряды обоих знаков.

*Уравнение Пуассона–Больцмана.* Как и в работах [1 – 9] мы будем исходить из уравнения Пуассона–Больцмана в безразмерном виде:

$$\Delta\varphi = \exp(\varphi) - \delta \exp(-\varphi), \quad \nabla\mathbf{E} = -(\exp(\varphi) - \delta \exp(-\varphi)), \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi. \quad (1)$$

Здесь длина измеряется в единицах дебаевского радиуса  $r_D = (T/4\pi e^2 N_{e0})^{1/2}$ , соответствующего плотности электронов  $N_{e0}$  в тех точках, где потенциал равен нулю;  $T$  – температура газа. Связь безразмерных величин (потенциала  $\varphi$ , напряженности поля  $\mathbf{E}$  и плотности электронов  $n_e$ ) с соответствующими размерными величинами ( $\phi, -\nabla\phi, N_e$ ) определяется соотношениями:  $\varphi = \phi e/T$ ;  $\mathbf{E} = -\nabla\phi \cdot er_D/T$ ;  $n_e = r_D^3 N_e = n_D \exp(\varphi)$ , где  $n_D = r_D^3 N_{e0}$ . В уравнении (1)  $\delta = N_{i0}/N_{e0}$  – параметр, характеризующий дополнительную ионизацию газа;  $N_{i0}$  – плотность положительно заряженных ионов в тех точках, где потенциал равен нулю. В силу квазинейтральности плазмы:  $0 \leq \delta \leq 1$ .

Ниже при оценках мы, как правило, будем ориентироваться на условия экспериментов [10], в которых  $N_{e0} = 2.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 0.146 \text{ эВ} = 1700 \text{ К}$ , для характерных величин имеем:  $r_D = 18 \text{ мкм}$ ,  $T/e = 0.146 \text{ В}$ ,  $T/er_D = 80 \text{ В/см}$ . При среднем радиусе пылинки  $r_p = 0.4 \text{ мкм}$  ( $r_0 = r_p/r_D = 2.23 \cdot 10^{-2}$ ) и ее заряде  $Z_p e = 500e$  имеем напряженность поля на поверхности частицы  $Z_p e/r_0^2 = 4.5 \cdot 10^4 \text{ В/см}$  ( $E_0 = E(r_0) = 550$ ).

*Граничные условия.* Одиночную заряженную пылинку, окруженную облаком более легких зарядов, находящихся в термодинамическом равновесии, следуя [2], будем называть дебаевским атомом, а две или несколько пылинок – дебаевской молекулой [3, 4]. Рассмотрение дебаевского атома и дебаевской молекулы с формальной точки зрения отличается лишь геометрией задачи.

В реальной физической задаче задан заряд пылинок  $Z_p e$  и их радиус  $r_p$  (о формировании заряда пылинки см. [4, 6, 7]). Следовательно, одним из граничных условий является условие на напряженность поля на поверхности пылинок  $S$ :  $\mathbf{E}_0 = -\nabla\varphi|_S$ . При этом заряд частицы определяется выражением:

$$Z_p = \frac{-r_D^2}{4\pi e} \int_S \nabla\phi ds, \quad z_p = \frac{1}{4\pi} \int_S \mathbf{E} ds. \quad (2)$$

Здесь  $z_p$  – безразмерный заряд частицы, он связан с зарядом частицы в единицах электронного заряда  $Z_p$  выражением  $Z_p = 4\pi \cdot z_p \cdot n_D$ ; площадь поверхности измеряется в квадратах дебаевского радиуса.

Вторым граничным условием должно быть задание поверхности  $S'$ , на которой поле равно нулю:

$$\nabla\varphi|_{S'} = 0. \quad (3)$$

Нулевое значение электрического поля на границе следует из квазинейтральности рассматриваемой системы зарядов. Поверхность  $S'$  задает границу рассматриваемой дебаевской системы.

Основная цель рассмотрения дебаевской молекулы состоит в том, чтобы найти зависимость результирующей электростатической силы, действующей на пылинки, от расстояния  $d$  между ними. В этом случае удобнее исходить из других граничных условий. На поверхности пылинок задается не поле, а постоянный потенциал

$$\varphi|_S = \varphi_0 = \text{const.} \quad (4)$$

Из решения уравнения Пуассона–Больцмана находится напряженность поля  $E_0$  на поверхности пылинки. Результирующая сила, определяется с помощью интеграла от электростатического давления по поверхности пылинки. Для того, чтобы получить нужное значение заряда  $z_p$  (2), надо соответствующим образом изменить значение потенциала  $\varphi_0$ .

В рассматриваемом случае сила взаимодействия пылинок направлена вдоль оси  $z$  и определяется выражением:

$$F = \frac{1}{8\pi} \int_S (\nabla\phi)^2|_S ds_z, \quad f = \int_S E_0^2 ds_z. \quad (5)$$

Здесь  $ds_z$  – проекция элемента поверхности  $ds$  на ось  $z$ ; сила  $F$  связана с безразмерной силой  $f$  выражением  $F = (T^2/8\pi e^2) \cdot f$ .

Энергия взаимодействия пылинок вычислялась по формуле

$$U(d) = \int_d^\infty f(x) dx + \text{const.} \quad (6)$$

Радиус дебаевского атома определяется как расстояние  $r = a_0$ , на котором заряд пылинки полностью компенсируется свободными зарядами плазмы ( $E(a_0) = 0$ ). Считая, что каждая пылинка компенсируется "своими" свободными зарядами, величину  $a_0$  мы выберем равной половине среднего расстояния между пылинками  $a_0 = a_p/r_D \equiv (N_p^{-1/3}/2r_D)$ , где  $N_p$  – плотность пылинок (рис. 1). Величина  $a_p \equiv N_p^{-1/3}/2$  на 24% меньше радиуса Вигнера–Зейца  $r_{WZ} \equiv (4\pi N_p/3)^{-1/3}$ .

Рассмотрим наиболее интересную ситуацию, когда радиус пылинки  $r_p$  много меньше расстояния между пылинками  $r_0 = r_p/r_D \ll a_0$  (подробнее см. [9]). В экспериментах [10]  $N_p = 5 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$ , соответственно,  $a_p = 0.755$ , при этом условие малости радиуса пылинки выполняется:  $a_0/r_0 = 34$ .

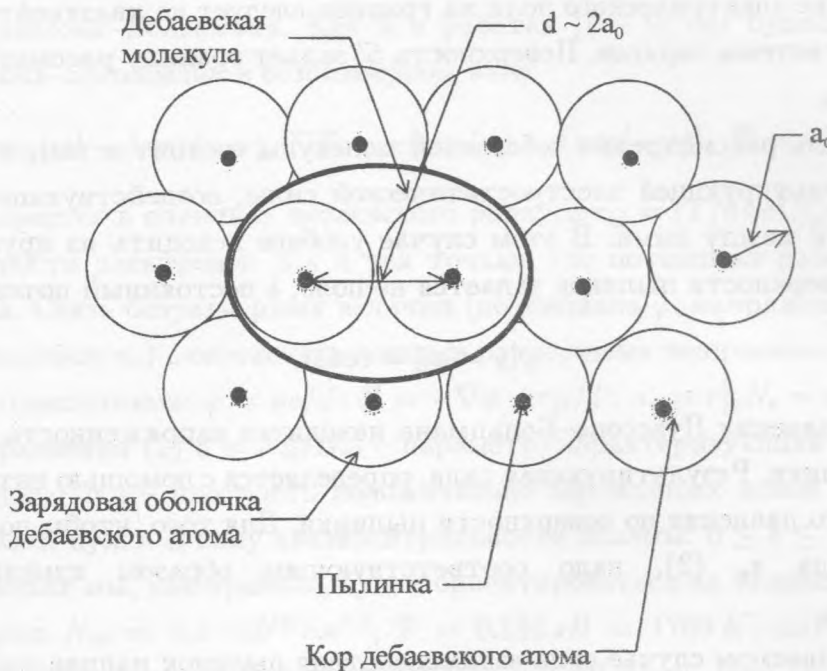


Рис. 1. Схема совокупности дебаевских атомов и дебаевская молекула.

При  $\delta \rightarrow 1$  радиус дебаевского атома стремится к бесконечности:  $a_0 \rightarrow \infty$ . Это соответствует уединенной заряженной частице в квазинейтральной плазме. Дело в том, что конечный заряд частицы  $z_0$  может полностью компенсироваться квазинейтральной плазмой только при ее бесконечных размерах. Если  $\delta < 1$ , радиус дебаевского атома конечен.

*О структуре дебаевского атома.* Результаты рассмотрения уравнения Пуассона-Больцмана для сферически симметричного случая показывают [9], что при большом заряде пылинки дебаевский атом имеет некоторый кор из зарядовой оболочки вблизи поверхности пылинки. Заряд пылинки вместе с кором равен  $z_{cor} \equiv a_0^3/3$ . Экранировка этого "оставшегося" заряда имеет место на большом расстоянии  $r$ , близком к  $a_0$ . В связи с тем, что дебаевский атом имеет кор, экранирующий заряд пылинки, рассматривая взаимодействие дебаевских атомов, нельзя придавать пылинке неэкранированное значение заряда.

Условие большого заряда частицы  $z_p \equiv Z_p e^2 / r_D T > z_{cor}$  может быть переписано для заряда пылинки, измеренного в единицах электронного заряда:  $Z_p > Z_{cor} \equiv (\pi N_{e0}) / (6N_p)$ . Согласно измерениям [10] заряд пылинок велик:  $Z_p = 500 > Z_{cor} = 262$ ,

$z_p = 0.273 > z_{cor} = 0.143$ . Однако из расчетов следует, что при измеренных в [10] значениях плотности и температуры электронов для данного радиуса пылинок их заряд в состоянии теплового равновесия должен иметь значение  $Z_p = 286$  ( $z_p = 0.156$ ), меньшее измеренного  $Z_p \approx 500$ . Следовательно, либо измерения параметров плазмы существенно неточны, либо заряд пылинок в условиях экспериментов [10] неравновесен (см. также [6]).

*Зарядовый состав дебаевского атома.* Электронный и ионный безразмерный заряды, содержащиеся в зарядовой оболочке, определяются выражениями:

$$z_{0e} = \int_{r_0}^{a_0} \exp(\varphi(r)) r^2 dr, \quad z_{0i} = \delta \int_{r_0}^{a_0} \exp(-\varphi(r)) r^2 dr, \quad z_0 = z_{0e} - z_{0i}. \quad (10)$$

Величина  $\delta_1 \equiv z_{0i}/z_{0e}$  дает отношение свободного заряда ионов в дебаевском атоме к заряду электронов. Вообще говоря, величина  $\delta_1$  должна быть сложной функцией параметров  $\delta$ ,  $a_0$  и  $\varphi_0$ . Однако, в тех случаях, когда основной вклад в интегрирование (10) вносит область малых значений потенциала  $\varphi(r) \ll 1$ , можно приближенно положить  $\delta_1 \approx \delta$ .

Зависимости  $z_{0e}$ ,  $z_{0i}$ , и  $\delta_1$  от  $\delta$  иллюстрирует рис. 2. В результатах, представленных на рис. 2, величина  $a_0$  для разных значений  $\delta$  выбиралась максимально большой для радиуса пылинки, соответствующего экспериментам [10]:  $r_0 = r_p/r_D = 2.23 \cdot 10^{-2}$ . Это осуществлялось пристрелкой: при выборе значения  $a_0$  больше того, которое представлено на рис. 2, заряд частицы становится бесконечно большим:  $z(r_0) \rightarrow \infty$ . Полученные зависимости  $z(r)$ ,  $\varphi(r)$  использовались для определения  $z_0 = z(r_0)$ ,  $\varphi_0 = \varphi(r_0)$  при  $r_0 = 0.1$ .

Видно, что с ростом  $\delta$  за счет увеличения объема дебаевского атома растет число как положительных, так и отрицательных зарядов в его оболочке. В то же время, число некомпенсированных зарядов  $z_0 = z_{0e} - z_{0i}$  практически не меняется с изменением  $\delta$ . В рассмотренной области параметров  $\delta_1 \approx \delta$ .

*Результаты расчетов.* Для точного нахождения величины силы, действующей на частицу, метод решения уравнения Пуассона–Больцмана должен обеспечивать максимальную точность в области вблизи поверхности пылинок. При этом основной интерес представляют расстояния между пылинками намного превышающие их диаметр. В обычных системах координат этого трудно добиться. Мы использовали координаты, построенные на основе известного овала Кассини [11, 12] для некоторого его частного случая (подробнее см. [1]).

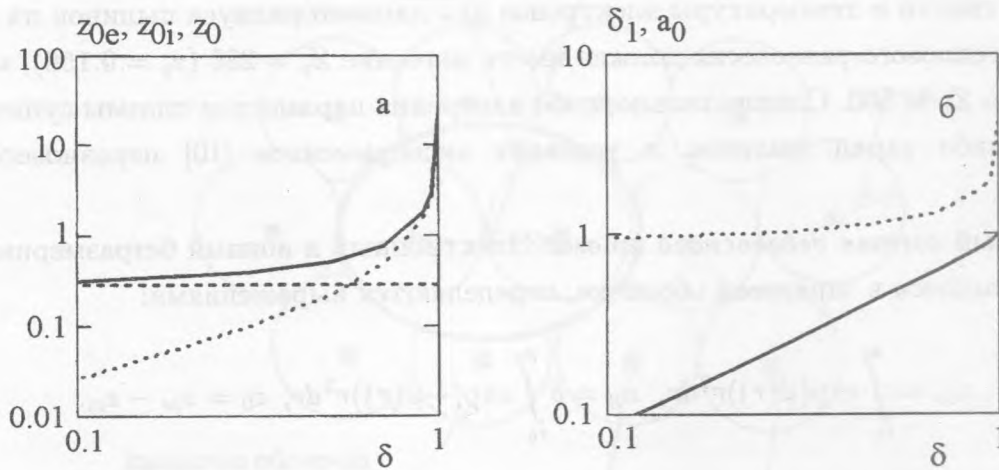


Рис. 2. Связь параметров, характеризующих пылевую плазму с параметрами дебаевского атома: а) зависимость безразмерного заряда электронной, ионной оболочки  $z_{0e}$  (сплошная кривая),  $z_{0i}$  (пунктирная кривая) от параметра  $\delta$ ; штриховая прямая – их разность. б) зависимость параметра  $\delta_1$ , характеризующего отношение полного числа ионов к полному числу электронов в оболочке дебаевского атома (сплошная кривая) и радиуса дебаевского атома  $a_0$  (пунктирная кривая) от параметра  $\delta$ , характеризующего отношение числа ионов к числу электронов на границе дебаевского атома. Параметры пылинки  $r_0 = 0.1$ ,  $\varphi(r_0) = 2.4$ ,  $z(r) = 0.28$ .

Расчеты проводились для таких параметров  $\varphi_0$ ,  $r_0$ ,  $a_0$ , которые при  $d \gg a_0$  соответствуют уединенному дебаевскому атому. Для этого сначала решалась сферически симметричная задача, в которой значения поля и потенциала в точке  $r = a_0$  полагались равными нулю. Из решения этой задачи определялся потенциал  $\varphi_0$  на частице заданного радиуса  $r_0$ . Затем с этими значениями  $\varphi_0$ ,  $r_0$ ,  $a_0$  решалась двуцентровая задача для  $d = 10a_0$ . Результаты решения для сферически симметричной и для двуцентровой задачи совпадали с высокой точностью. В дальнейшей серии расчетов переходили к меньшим значениям  $d$ .

Для определения зависимости силы взаимодействия пылинок от расстояния между ними  $d$  проведены серии расчетов с заданными значениями  $\varphi_0$ ,  $r_0$ ,  $a_0$ . При этом заряд частицы  $z_0$  также оказывается функцией  $d$ . Поэтому проводились дополнительные расчеты со значениями  $\varphi_0$  или  $a_0$ , измененными таким образом, чтобы заряд частицы  $z_0$  не зависел от  $d$ .

Серия расчетов, ориентированная на параметры плазмы работы [10], представлена в [1].

Расчеты показали, что при малых расстояниях между частицами  $d \sim r_0$  имеет место отталкивание. Это не согласуется с результатами численных расчетов [4, 5], в которых при  $d \sim r_0$ , имело место притяжение. По-видимому, в расчетах [4, 5] была высокой погрешность вычисления производной потенциала вблизи поверхности пылинки [1].

В расчетах, ориентированных на параметры плазмы работы [10] ( $a_0 = 7.55$ ), смена притяжения отталкиванием происходит на расстоянии  $d_0 \approx 1.3$ , что несколько меньше среднего расстояния между пылинками  $2a_0 = 1.51$ . Положение точки  $r = d_0$ , в которой происходит смена знака силы, слабо зависит от того, какие величины ( $\varphi_0$ ,  $a_0$  или  $z_0$ ,  $a_0$ ) сохранялись в расчетах при изменении  $d$ . Изменение  $a_0$  (при постоянных значениях  $z_0$ ,  $\varphi_0$ ) влияет на значение  $d_0$  более существенно. По-видимому, удержание постоянного заряда  $z_0 = \text{const}$  за счет изменения потенциала частицы  $\varphi_0 = \varphi_0(d)$  больше соответствует физике взаимодействия заряженных пылинок.

Зная силу притяжения пылинок  $F(2a_0)$  на среднем межчастичном расстоянии  $2a_0$ , можно оценить электростатическое давление сжимающее газ пылинок

$$P_E \approx F(2a_0) \cdot N_p^{2/3} = (T^2/8\pi e^2) \cdot N_p^{2/3} \cdot f(2a_0) \quad (11)$$

и поверхностное натяжение "пылевой жидкости"  $\sigma_E \approx F \cdot N_p^{1/3} = (N_p^{1/3} T^2/8\pi e^2) \cdot f(2a_0)$ .

Сравнивая электростатическое давление на пылинки с газокинетическим давлением пылинок и газокинетическим давлением свободных электронов имеем:  $P_E/N_p T = (T/8\pi e^2 N_p^{1/3}) \cdot f(2a_0)$ .

В условиях экспериментов [10]:  $|f(2a_0)| \approx 0.2$ ;  $P_E = 9.7 \cdot 10^{-7} \cdot |f(2a_0)| \cdot T \text{orr} \approx 2 \cdot 10^{-7} \cdot T \text{orr}$ ;  $\sigma_E = 3.5 \cdot 10^{-9} \cdot |f(2a_0)| \cdot H/\text{м} \approx 7 \cdot 10^{-10} \cdot H/\text{м}$ ;  $P_E/N_p T \approx 20$ .

Из приведенных оценок следует, что газ дебаевских атомов в смеси с инертным газом должен проявлять в условиях экспериментов [10] тенденцию к сжатию. Такого рода ситуация рассмотрена в [13 – 15]. Рассмотрение вопросов влияния взаимодействия дебаевских атомов на газодинамические свойства пылевой плазмы выходит за рамки данной работы.

Было проведено несколько серий расчетов для различных значений  $a_0$  (рис. 3). Расчеты показали, что притяжение имеет место лишь при  $a_0 \leq 1$ . Уже при  $a_0 > 1.12$  точка смены знака удаляется на большое расстояние  $d_0 > 4a_0$ .

Условие  $a_0 = a_p/r_D < 1$  можно переписать для размерных величин в виде:

$$N_{e0} > N_{\text{кр}} \equiv \frac{T}{\pi e^2} N_p^{3/2}. \quad (12)$$

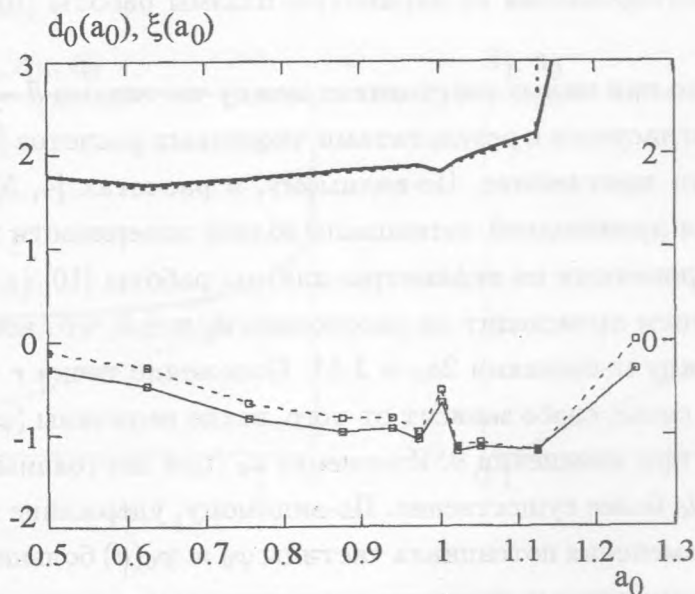


Рис. 3. Зависимость координаты  $d_0$  точки смены знака силы (жирные кривые) и крутизны силы  $\xi$  в точке  $d_0$  (тонкие кривые с квадратиками) от размера дебаевского атома  $a_0$ . Сплошные кривые соответствуют не зависящему от  $d$  потенциалу на поверхностях пылинок  $\varphi_0$ ; пунктирные кривые соответствуют постоянному заряду пылинки, обеспеченному подбором  $\varphi_0(d)$ . Потенциал  $\varphi_0$  определялся при  $\tau_0 = 1$  для заданного значения  $a_0$ .

Электростатические силы сжатия обращаются в нуль, когда  $d_0 = 2a_0$ , т.е. при  $a_0 = 1$ . Соответственно условие  $a_0 = 1$  или  $N_e = N_{ecr}$  является условием равновесия сил отталкивания и притяжения в газе дебаевских атомов.

При этом условие большого заряда частицы  $z_p > 1/3$  может быть переписано для заряда пылинки в единицах электронного заряда следующим образом:

$$Z_p > Z_{ecr} \equiv \frac{\pi}{6} \frac{N_{ecr}}{N_p}.$$

В условиях эксперимента имеем  $N_{ecr} = 4.4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $Z_{ecr} = 460$ . Эти величины порядка измеренных в экспериментах [10]:  $N_{e0} \approx 2.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $Z_p \approx 500$ .

Ввиду того, что на основании рассмотрения двух дебаевских атомов нельзя определить глубину потенциальной ямы без учета воздействия других частиц, силу взаимодействия дебаевских атомов будем характеризовать крутизной в точке пересечения с осью абсцисс:  $\xi = f'(d)|_{d=d_0} = -U''(d)|_{d=d_0}$ .



Через величину  $\xi$  выражается частота колебаний пылинок вокруг положения равновесия:  $\omega = |\xi|^{1/2} \cdot \omega_0$ , где  $\omega_0 = \nu_T/a_p$ ,  $\nu_T = (2T/m_p)^{1/2}$  – тепловая скорость пылинок,  $m_p$  – их масса. В условиях экспериментов [10] имеем  $m_p \sim 2 \cdot 10^{-12}$  г,  $\nu_T \sim 0.5$  см/с,  $a_p \sim 1.4 \cdot 10^{-3}$  см. Отсюда следует  $\omega_0 = 357$  с<sup>-1</sup> частота колебаний,  $2\pi/\omega_0 = 18$  мс – период колебаний. Из рис. 3 видно, что наиболее сильная связь имеет место при  $0.5 < a_0 < 1$ . В этих условиях газ дебаевских атомов должен стремиться к сжатию (ср. [15]).

Для пылинок малого радиуса меньше и размер дебаевского атома. Например, максимальное значение радиуса дебаевского атома  $a_{0max} \equiv a_0(z_0 \rightarrow \infty)$ , как функция  $r_0$  может быть аппроксимирована выражением:  $a_{0max} = 3 \cdot r_0^{0.3}$ , или  $r_0 = (a_{0max}/3)^{10/3}$  при  $r_0 < 0.02$  [1]. Поэтому радиус пылинки должен быть не слишком большим и не слишком маленьким. При  $0.5 < a_{0max} < 1$  имеем условие  $2.5 \cdot 10^{-3} < r_0 < 2.6 \cdot 10^{-2}$ . В экспериментах [10]  $r_0 = 2.23 \cdot 10^{-2}$ , и это условие выполняется.

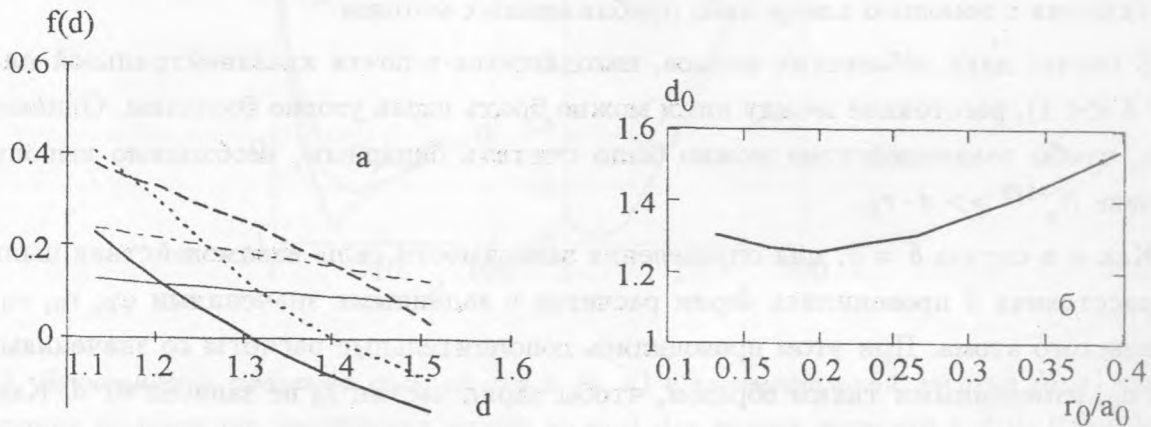


Рис. 4. Иллюстрация зависимости положения координаты  $d_0$  точки смены силы от радиуса пылинки  $r_0$ : а) зависимость силы от расстояния между частицами  $d$  вблизи точки  $d_0$  для различных значений  $r_0$  (сплошная кривая –  $r_0 = 0.2$ , пунктирная кривая –  $r_0 = 0.25$ , сплошная кривая –  $r_0 = 0.3$ , штрих-пунктирная кривая –  $r_0 = 0.4$ , сплошная тонкая кривая –  $r_0 = 0.5$ ); б) зависимость координаты  $d_0$  точки смены знака силы от  $r_0/a_0$ . Здесь  $r_0$  можно рассматривать, как радиус области, в которой пренебрегается поляризацией зарядового облака. Потенциал  $\varphi_0$  для  $r = r_0$  определялся при  $a_0 = 0.755$ .

В расчетах небольшой заряженный проводящий шарик заменяется проводящим шариком большего размера с зарядом, частично компенсированным свободными зарядами оболочки дебаевского атома. Возникает естественный вопрос, насколько такая замена

адекватна. Для этого было проведено несколько серий расчетов с разными значениями  $r_0$  и, соответственно,  $\varphi_0$ . При радиусах пылинки, малых по сравнению с радиусом дебаевского атома  $a_0$ , различие результатов расчетов невелико. Например, в случае  $a_0 = 0.755$  (рис. 4) при изменении радиуса пылинки в диапазоне  $r_0 = 0.1 - 0.2$  (и выборе значения  $\varphi_0$ , соответствующего данному значению  $r_0$ ) отличия в положении точки смены притяжения отталкиванием  $d_0 = 1.28$  имеют разброс менее 2%, что соответствует имеющейся точности расчета.

Существенное влияние размеров пылинки имеет место при  $r_0 > 0.3a_0$ . При  $r_0 > 0.4$  поляризационное притяжение настолько уменьшается, что точка смены знака силы становится больше среднего межчастичного расстояния  $d_0 > 2a_0$ . Из этого можно заключить, что существенный вклад в поляризационные силы вносят заряды, находящиеся на расстоянии  $r \approx 0.3a_0$  от центра пылинки, а не только периферия дебаевского атома  $r \approx a_0$ . Иначе говоря, сила притяжения формируется за счет поляризации большинства электронов зарядовой оболочки. В связи с этим сложно надеяться на вычисление сил притяжения с помощью каких-либо приближенных методов.

В случае двух дебаевских атомов, находящихся в почти квазинейтральной плазме ( $1 - \delta \ll 1$ ), расстояние между ними можно брать сколь угодно большим. Однако для того, чтобы взаимодействие можно было считать бинарным, необходимо выполнить условие  $N_p^{-1/3} \gg d \cdot r_D$ .

Как и в случае  $\delta = 0$ , для определения зависимости силы взаимодействия пылинок от расстояния  $d$  проводились серии расчетов с заданными значениями  $\varphi_0$ ,  $r_0$ ,  $a_0$  для дебаевского атома. При этом проводились дополнительные расчеты со значениями  $\varphi_0$  или  $a_0$ , измененными таким образом, чтобы заряд частиц  $z_0$  не зависел от  $d$ . Как и в случае  $\delta = 0$  мы выбирали  $r_0$  больше радиуса кора атома, моделируя пылинку проводящим шариком большего размера с зарядом, частично компенсированным свободными зарядами оболочки дебаевского атома. Тем самым поляризацией кора пренебрегалось.

В результатах представленных на рис. 5, величина  $a_0$  для разных значений  $\delta$  (см. табл.) выбиралась соответствующей предельно большому заряду для радиуса пылинки, соответствующего экспериментам [10]:  $r_0 = 2.23 \cdot 10^{-2}$ . Это осуществлялось пристрелкой (ср. выше). Полученные зависимости  $z(r)$ ,  $\varphi(r)$  использовались для определения  $z_0 = z(r_0)$ ,  $\varphi_0 = \varphi(r_0)$ , при  $r_0 = 0.1$ .

При  $1 - \delta \ll 1$  в рассмотренном диапазоне параметров притяжение пылинок на расстоянии, меньшем среднего межчастичного состояния, обнаружить не удалось. Притяжение при  $d < 2a_0$  возникает лишь в тех случаях, когда заметную долю положитель-

ного заряда плазмы несут пылинки (при  $\delta < 0.5$ , см. рис. 5). При этом, чем меньше доля зарядов плазмы, тем больше максимальная сила притяжения и глубина потенциальной ямы.

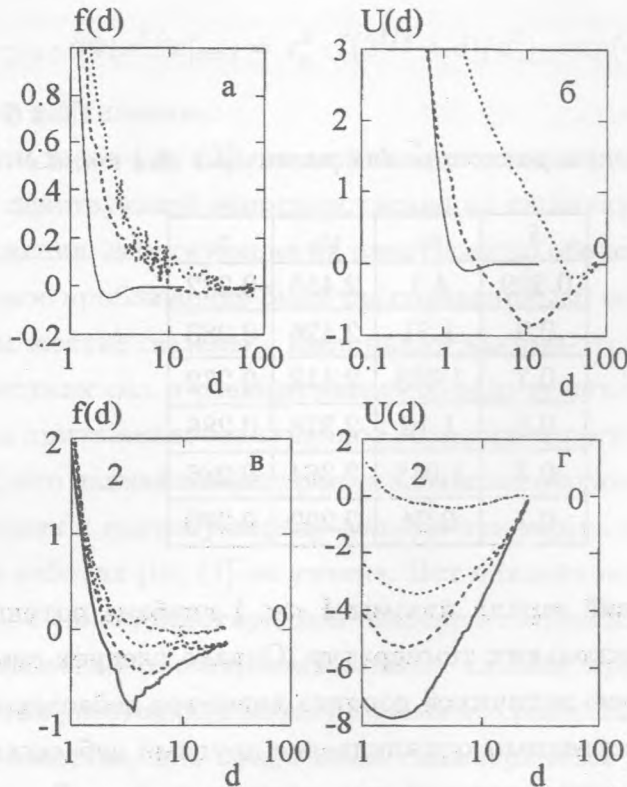


Рис. 5. Зависимость проекции силы на ось  $x$  (а, в) и потенциальной энергии (б, г) взаимодействия пылинок от расстояния между ними  $d$  для разных значений  $\delta \neq 0$ . Нормировка потенциальной энергии выбрана так, чтобы выполнялось условие:  $U(75) = 0$  для (б),  $U(25) = 0$  для (г). Во всех случаях  $\tau_0 = 0.1$ . На рис. а, б сплошные кривые соответствуют аналитическим выражениям работы [17] при  $s = 12$ . Пунктирные кривые на рис. а, б соответствуют  $\delta = 0.999$ , штриховые кривые соответствует  $\delta = 0.9$ . На рис. в, г сплошные кривые соответствуют  $\delta = 0.1$ ; пунктирные кривые –  $\delta = 0.3$ ; штриховые кривые –  $\delta = 0.5$ ; штрих-пунктирные кривые –  $\delta = 0.7$ .

Ослабление сил притяжения с ростом  $\delta$  имеет простое объяснение. Силы притяжения возникают за счет того, что электроны скапливаются вблизи оси  $x$  между центрами пылинок, и обеспечивают притяжение к центру дебаевской молекулы. Это притяжение превышает силу отталкивания зарядов пылинок, экранированную внутренними слоями

электронных оболочек дебаевских атомов. При  $1 - \delta \ll 1$  эффект экранировки заряда пылинки внутренними слоями электронных оболочек остается прежним. Однако притяжение к центру молекулы существенно ослабевает из-за того, что в этой области концентрируются не только электроны, но и положительные заряды, отталкивающие пылинки.

## Т а б л и ц а

Параметры расчетов для различных значений  $\delta$

$\delta$	$a_0$	$\varphi_0$	$z_0$
0.999	4.1	2.455	0.282
0.9	1.71	2.426	0.283
0.7	1.288	2.413	0.272
0.5	1.12	2.378	0.286
0.3	1.018	2.364	0.286
0.1	0.94	2.292	0.279

В случае малых значений заряда плазмы  $\delta \ll 1$  глубина потенциальной ямы довольно велика, порядка нескольких температур. Однако следует помнить, что бинарное рассмотрение ограничено величиной порядка диаметра дебаевского атома  $2a_0$ . При  $d \gg 2a_0$  становится существенным отталкивание другими дебаевскими атомами (см. рис. 1). Поэтому глубину потенциальной ямы оценить нельзя. Расчеты, проведенные для больших расстояний  $d \gg 2a_0$ , могут лишь качественно характеризовать энергию удаления дебаевского атома с поверхности дебаевской жидкости.

Изложенный выше вывод об отсутствии притяжения при  $1 - \delta \ll 1$  не согласуется с данными недавних приближенных аналитических рассмотрений [16, 17, рис. 11]. Из результатов этих работ следует, что при  $\delta = 1$  в области  $r > (3^{1/2} + 1)/2^{1/2} = 1.93$  при рассмотрении линеаризованного уравнения Пуассона–Больцмана имеет место притяжение пылинок.

Этот результат вызывает удивление. Дело в том, что в линейном приближении [16, 17] воздействие точечных зарядов (находящихся в точках  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ ) на плазму считается независимым, так что значение в точке  $\mathbf{r}$  определяется суммой экранированных потенциалов точечных зарядов:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) + \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|), \quad \Phi(x) = (z_p 2^{1/2}/x) \cdot \exp(-x/2^{1/2}), \quad |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| = d.$$

Согласно простым соображениям, изложенным в [1], в отсутствие перестройки зарядовой оболочки одной пылинки под воздействием другой пылинки для одноименно заряженных пылинок не могут иметь место силы притяжения. В линейном приближении [16, 17] должно быть:

$$f(d) = -z_p \cdot \partial\Phi(x)\partial x|_{x=d} = z_p^2 \cdot ((2^{1/2} + d)/d^2) \cdot \exp(-d/2^{1/2}) > 0, \quad (13)$$

что соответствует отталкиванию.

Неточность результатов [16, 17], по-видимому, связана со следующим обстоятельством. К силе (13), действующей непосредственно на пылинку, в работах [16, 17] прибавлена сила притяжения, действующая на электронную оболочку пылинки со стороны второй пылинки. Такое приближение было бы оправданным, если бы зарядовые оболочки пылинок были бы жестко связаны с пылинками какими-то другими силами. Однако таких сторонних жестких сил в рассматриваемой задаче нет. Наличие вычисленной в работах [16, 17] силы притяжения электронной оболочки одного заряда к другому заряду говорит лишь о том, что данная конфигурация зарядовой оболочки не является равновесной, и сила притяжения к другому заряду должна приводить к поляризации зарядовой оболочки, которая в работах [16, 17] не учтена. Нет никаких оснований складывать эту поляризующую силу с силой, действующей непосредственно на пылинку.

Здесь уместна аналогия с поляризационными силами притяжения атомов, существенными на больших расстояниях между ядрами по сравнению с размерами электронных оболочек. Как известно, для сферически симметричных атомов поляризационное взаимодействие в первом порядке теории возмущений не имеет места. Оно возникает лишь во втором порядке теории возмущений, когда учитывается поляризация электронной оболочки одного атома зарядами другого атома. Обычный атом отличается от дебаевского атома лишь тем, что в нем электроны оболочки двигаются по квантовым, а не классическим законам. Природа же возникновения поляризационных сил у обычного атома и дебаевского атома одинакова.

Подведем итоги проведенного рассмотрения.

1. Дебаевский атом имеет структуру: кор и электронную оболочку. При больших зарядах пылинки область электронного облака высокой плотности (кор) существенно экранирует большой заряд пылинки вблизи ее поверхности. В связи с этим, рассматривая взаимодействие дебаевских атомов, нельзя приписывать пылинке незэкранированное значение заряда. Заряд пылинки, экранированной кором, имеет универсальное значение, определяемое расстоянием между пылинками. Он экранируется электронной оболочкой дебаевского атома.

2. Силы притяжения обусловлены поляризацией зарядовых оболочек дебаевских атомов. В отсутствие поляризации отсутствует и притяжение. Сила притяжения формируется за счет поляризации большей части электронов зарядовой оболочки. В связи с этим сложно надеяться на вычисление сил притяжения с помощью каких-либо приближенных методов. Поляризация кора несущественна.

3. Силы притяжения пылинок возникают на сравнительно большом расстоянии, примерно равном среднему расстоянию между пылинками. При этом дебаевский радиус должен быть примерно равен половине среднего расстояния между пылинками.

4. Притяжение имеет место, если заряды одного из знаков сосредоточены преимущественно на пылинках. Если пылинки несут малую долю заряда одного из знаков, на всех расстояниях имеет место отталкивание пылинок.

5. При некотором соотношении между плотностью электронов и плотностью пылинок имеет место равновесие дебаевской "жидкости": электростатические силы взаимодействия пылинок обращаются в нуль.

Ввиду того, что силы притяжения возникают на расстояниях порядка среднего расстояния между пылинками, корректно решить задачу о формировании пылевых жидкостей и кристаллов можно лишь, учитывая многочастичное взаимодействие пылинок. На самом деле поляризационные силы, действующие на пылинку, флуктуируют и зависят от конфигурации пылинок, ее окружающих. Однако из проведенного рассмотрения ясно, что равновесная конфигурация пылинок должна иметь место.

Авторы признательны А. Н. Ткачеву за обсуждение результатов данной работы и работ [12, 13], а также Ю. И. Сыцько за обсуждения вычислительных аспектов задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гундиенков В. А., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 12, 3 (2001).
- [2] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. ЖТФ, **69**, N 1, 53 (1999).
- [3] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **25**, N 1, 52 (1999).
- [4] Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **25**, N 16, 83 (1999).
- [5] Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9, 3 (1999).
- [6] Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **26**, N 16, 47 (1999).
- [7] Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **26**, N 26, 38 (2000).
- [8] Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **27**, N 9, 83 (2001).

- [9] Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 1, 3 (2002).
- [10] Ф ор т о в В. Е., Н е ф е д о в А. П., П е т р о в О. Ф. и др. ЖЭТФ, **111**, N 2, 467 (1997).
- [11] Математический энциклопедический словарь. Гл. ред. Ю. В. Прохорова. М., Научн. Изд. "Большая российская энциклопедия", 1995.
- [12] Б р о н ш т е й н И. Н., С е м е н д я е в К. А. Справочник по математике. М., Наука, 1964.
- [13] М а й о р о в С. А., Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Усп. физич. наук, **164**, N 3, 298 (1994).
- [14] М а у о г о в S. A., Т к а с h e v A. N., Y a k o v l e n k o S. I. Physica Scripta, **51**, 498 (1995).
- [15] Я к о в л е н к о С. И. Изв. ВУЗов, Физика. **38**, N 4, 3 (1995) [in Russian, for English translation see: Russian Physics J., **38**(4), 329 (1995)].
- [16] Г е р а с и м о в Д. Н., С и н к е в и ч О. А. Теплофизика высоких температур, **37**, N 6, 853 (1999).
- [17] I v a n o v A. S. Phys. Letters, **A290**, 304 (2001).

Поступила в редакцию 14 марта 2002 г.