

УДК 537.52

РАСПРОСТРАНЕНИЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ЛАВИНЫ В АЗОТЕ И ГЕЛИИ

А. Н. Ткачев, С. И. Яковленко

Проведено моделирование распространения быстрых электронов лавины в азоте и в гелии. Группа быстрых электронов движется в среднем не с ускорением, а с постоянной скоростью. При этом распределение быстрых электронов по проекции импульса на направление поля содержит большое количество электронов, движущихся против поля. Вычислены зависимости установившейся средней скорости и установившейся средней энергии группы быстрых электронов от напряженности электрического поля. Показано, что, вопреки традиционной точке зрения, явление убегания (постоянного ускорения) электронов в электрическом поле ограничено лобовыми столкновениями с нейтральными частицами.

1. Введение

Явление убегающих (постоянно ускоряющихся) электронов в газе, помещенном в электрическое поле, рассматривается давно (см. литературу в [1 – 4]). Однако долгое время даже в принципиальных положениях теории этого явления не было ясности. В частности, лишь недавно было показано, что при рассмотрении этого явления роль размножения электронов ранее недооценивалась, а критерий убегания электронов, вопреки традиционному подходу [1 – 4], существенно нелокален (см. обзоры [5, 6]). Более того, недавно проведенное моделирование движения быстрых электронов в гелии показало, что даже группа наиболее быстрых электронов лавины не испытывает постоянного ускорения [7], а движется с постоянной средней скоростью. Это приводит к необходимости пересмотреть всю концепцию явления убегающих электронов в газах.

В данной работе приведены качественные соображения, показывающие ограниченность традиционного подхода к рассмотрению явления убегания электронов. Представлены результаты моделирования движения группы быстрых электронов в азоте и гелии, демонстрирующие тот факт, что быстрые электроны не испытывают постоянного ускорения. Получены зависимости установившейся средней скорости движения группы быстрых электронов и их средней энергии от напряженности поля. Построены распределения быстрых электронов по проекции импульса на направление электрического поля. Дано качественное объяснение отсутствия эффекта убегания электронов в газе. Отсутствие эффекта убегания связано с тем, что воздействие лобовых столкновений с нейтральными частицами не сводится лишь к наличию силы торможения электронов.

2. О традиционном подходе

Сила трения. В рамках приближенного традиционного подхода [1 – 4] для энергии ε электрона, находящегося в электрическом поле напряженности \bar{E} , используется одно из следующих уравнений:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = eE - F_{fr}(\varepsilon), \quad (1a)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_e}}(eE - F_{fr}(\varepsilon)). \quad (1б)$$

Уравнение (1a) соответствует рассмотрению стационарного потока электронов от катода к аноду, уравнение (1б) соответствует рассмотрению движения одного электрона вдоль поля. Здесь x – расстояние до катода; t – время; $F_{fr}(\varepsilon)$ – сила трения, обусловленная столкновениями электрона с атомами газа; e , m_e – заряд и масса электрона.

Для силы трения в нерелятивистском случае часто используется простое выражение, основанное на приближении Бете [8] (см. рис. 1a):

$$F_{fr}(\varepsilon) = N \frac{2\pi e^4 Z}{\varepsilon} \sqrt{\frac{e}{2}} \ln \left(\frac{\varepsilon}{E_{cp}} \right). \quad (2a)$$

Здесь Z – число электронов в атоме или молекуле нейтрального газа; N – плотность частиц нейтрального газа; E_{cp} – средняя энергия неупругих потерь. В релятивистском случае справедливо более общее выражение [8] (см. рис. 1a,б):

$$F_{fr}(\varepsilon) = N \frac{2\pi e^4}{mc^2} Z f_{fr}(\beta), \quad (2б)$$

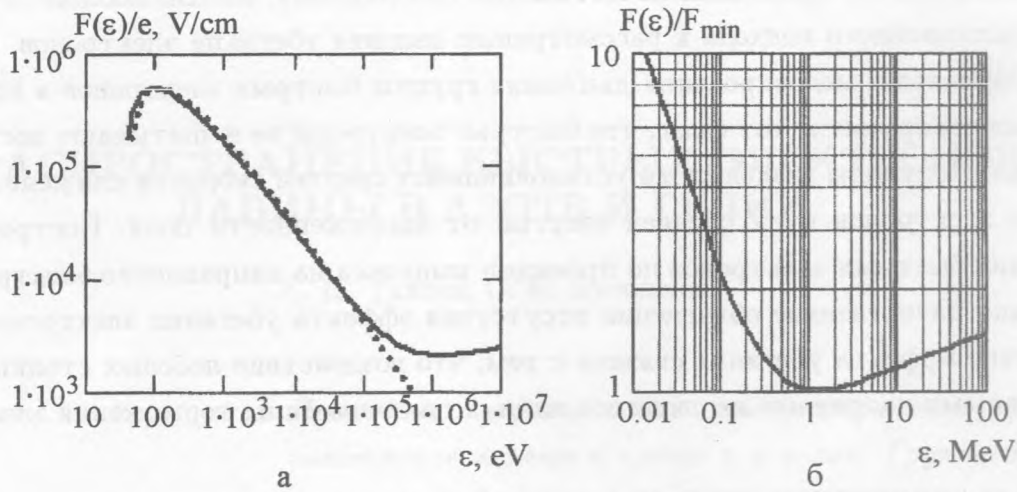


Рис. 1. Зависимость от энергии электрона силы ионизационного торможения, отнесенной к заряду электрона, для азота ($Z = 7$, $E_{cp} = 40$ эВ) при атмосферном давлении ($N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, при комнатной температуре), построенная на основе теории Бете (2). Сплошная кривая – расчет с учетом релятивистских эффектов (форм. 2б), пунктир – нерелятивистское рассмотрение (форм. 2а); а) дает зависимость в широкой области энергий, б) – зависимость вблизи минимума силы трения F_{min} , имеющего место при больших энергиях и обусловленного релятивистскими эффектами.

$$f_{fr}(\beta) = \beta^{-2} \left\{ \ln \frac{m_e^2 c^4}{2E_{cp}^2} + \ln \left[\frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \right] - (2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \right\}.$$

Здесь $\beta = v/c = \sqrt{1 - [(\epsilon/m_e c^2) + 1]^2}$, где v – скорость электрона, $\epsilon = m_e c^2((1 - \beta^2)^{-1/2} - 1)$ – кинетическая энергия налетающего электрона. Отметим, что зависимость силы торможения от ϵ в релятивистском случае имеет минимум при $\epsilon \approx 2.54 m_e c^2 \approx 1.3 \text{ МэВ}$, $\beta \approx 0.96$. Этот факт лежит в основе теории так называемого пробоя на убегающих электронах, подытоженной в обзоре [4].

Приближение Борна и вытекающее из него приближение Бете справедливы лишь для энергий ϵ , намного превышающих как энергию ионизации J , так и $E_{cp} \sim J$. Однако формулы (2), как и более точные расчеты, дают максимум зависимости силы от энергии электрона $F_{max} = F_{fr}(\epsilon_{max})$. Максимум выражения (2) имеет место при $\epsilon_{max} = 2.72 E_{cp}$.

Об ограниченности традиционного подхода. Согласно традиционному подходу [1 – 4] убегающими считаются электроны с такой энергией ε , при которой напряженность поля E превосходит величину $F_{fr}(\varepsilon)/e$. Считается также, что в случае достаточно большой напряженности поля $E > F_{max}/e$, когда электрическая сила превышает максимальное значение силы трения $F_{max} = \max(F_{fr}(\varepsilon))$, все электроны убегают.

Точка зрения об убегании почти всех электронов в сильном поле подверглась существенной критике в ряде работ (подробнее см. обзоры [5, 6]). Было показано, что убегающих электронов очень мало даже при выполнении условия $E > F_{max}/e$, если расстояние между электродами достаточно велико. В этом случае преобладают низкоэнергетические, вновь рожденные электроны.

Однако вопрос о том, в какой мере можно считать убегающими электронами небольшую долю быстрых электронов, удовлетворяющих условию $E > F_{fr}(\varepsilon)/e$, остался открытым. Расчеты, представленные ниже и в работе [7] показывают, что явления убегания не имеют места и для этой группы электронов. Точнее говоря, группа самых быстрых электронов не двигается с постоянным ускорением.

Дело в том, что движение электрона в газе в общем случае нельзя рассматривать на основе динамического уравнения, т.е. уравнения типа (1) с заданной (а не случайной) силой трения. Иначе говоря, даже для быстрых электронов, для которых можно пренебречь трением (2), задача является кинетической, а не динамической.

При динамическом подходе, если сила торможения меньше электрической силы, движение быстрых электронов всегда будет ускоренным. Однако простейшие соображения показывают, что это не так. При движении быстрого электрона имеют место более редкие (по сравнению с обычно учитываемыми), “лобовые” столкновения, разворачивающие направление скорости на большие углы ($> \pi/2$), при которых после столкновения имеет место уже не ускорение, а торможение быстрых электронов. Лобовые столкновения приводят к тому, что быстрые электроны постоянно выбывают из игры, а в группу самых быстрых электронов начинают входить электроны с меньшей энергией. В результате у группы самых быстрых электронов устанавливается постоянная средняя скорость, хотя сила торможения (2) пренебрежимо мала. Следовательно, необходимо пересмотреть саму возможность существования убегающих, т.е. бесконечно набирающих энергию электронов.

Казалось бы, указанные эффекты должны учитываться более строгой теорией [4], базирующейся на кинетических уравнениях. Однако известные в настоящее время рассмотрения не учитывают лобовые столкновения. В частности, в качестве исходного

используется известный интеграл столкновений Ландау [9, 10], учитывающий лишь малые отклонения направления импульса при столкновении. В то же время известно, что эффективные сечения упругих столкновений [11], используемые в интеграле столкновений Ландау и характеризующие накопление отклонений за счет малой передачи импульса, превосходят сечения с большим ($\sim \pi/2$) отклонением направления движения всего лишь на величину порядка кулоновского логарифма $\Lambda \sim 10$ (см., напр., [12, 13]).

Для доказательства высказанных выше соображений рассмотрим движение группы быстрых электронов методом численного моделирования.

3. Постановка задачи и метод решения

Общие сведения. Моделирование размножения и убегания электронов в азоте было проведено так же, как и в работе [14], на основе одной из модификаций метода частиц (подробнее см. [15]). Иницирующий лавину электрон рождался в начале координат с хаотически направленной скоростью и начальной энергией, распределенной по Пуассону со средним значением ϵ_0 (обычно выбиралось значение $\epsilon_0 = 0.2 \text{ эВ}$). Кроме того, была предусмотрена возможность рождения многих иницирующих электронов, имеющих либо хаотическое, либо одинаковое направление вдоль поля.

На малых временных шагах решались уравнения движения всех рассматриваемых электронов, и разыгрывались упругие и неупругие столкновения с атомами. Движение электронов рассматривалось на основе релятивистской механики, так же как в работах [16, 17]. Взаимодействие электронов друг с другом не учитывалось. Были проведены также расчеты для гелия по программе, реализованной в работе [7].

При моделировании движения электронов в азоте использованы характеристики столкновений из работы [14]. При этом сечения ионизации экстраполированы в релятивистскую область так же, как это сделано для гелия в работах [16, 17] (см. рис. 2).

Группы быстрых электронов. Для моделирования быстрых электронов невозможно использовать непосредственно расчеты, аналогичные проведенным в работах [14 – 17]. Дело в том, что интерес представляет таунсендовский режим размножения электронов, когда расстояние, проходимое электроном x , много больше обратного коэффициента Таунсенда $x \gg 1/\alpha_i$, а время рассмотрения лавины t много больше обратной частоты ионизации $t \gg 1/\nu_i$. В этих условиях общее количество электронов n_e растет экспоненциально $n_e \sim (\alpha_i x)$, $n_e \sim \exp(\nu_i t)$, а доля быстрых электронов экспоненциально мала. Ввиду того, что за всеми рожденными электронами проследить невозможно, в данной работе был применен такой же метод, как и в работе [7].

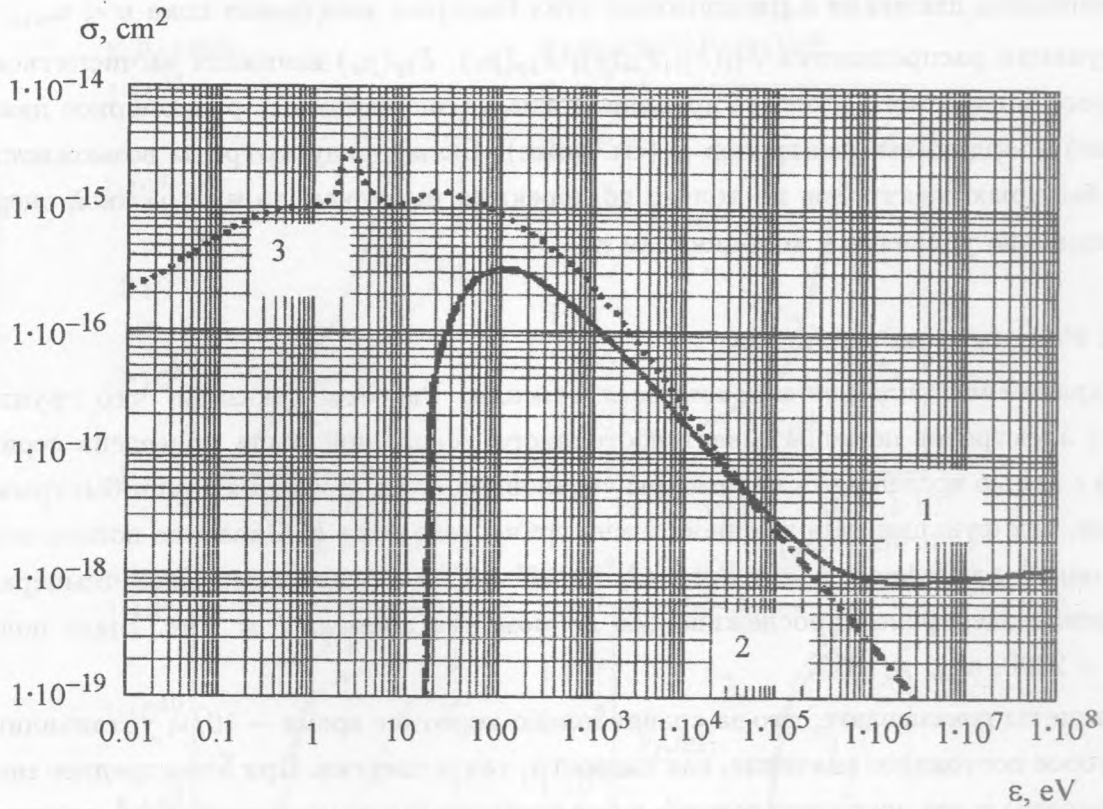


Рис. 2. Зависимость сечений ионизации молекулы азота от энергии электрона: 1 – сечение ионизации; 2 – сечение упругого столкновения; 3 – сечение ионизации, использованное в работе [14]. При $\epsilon > 40$ кэВ сечение упругого столкновения совпадает с сечением ионизации.

Прослеживались координаты и импульсы группы самых быстрых электронов. В процессе моделирования отслеживалось общее число электронов n . Если это число на некотором временном шаге превышало заданное значение n_{max} , то выполнялась процедура отбрасывания части медленных электронов, так чтобы число оставшихся было равно n_{min} . Оставлялись электроны с максимальными значениями проекции импульса на направление поля. Перед отбрасыванием вычислялись и запоминались средние значения координаты вдоль поля l_1 , энергии ϵ_1 и импульса p_1 , а также уточнялось распределение электронов по полной энергии $F_{1\epsilon}(\epsilon)$ и по проекции импульса на направление поля по всем рассматриваемым электронам $F_{1p}(p_x)$. После отбрасывания вычислялись и запоминались средние координаты l_2 , энергии ϵ_2 и импульса p_2 , а также уточнялось распределение электронов по полной энергии $F_{2\epsilon}(\epsilon)$ и по проекции импульса на направление поля по всем электронам в группе быстрых электронов $F_{2p}(p_x)$. Далее рас-

сма тривалось движение и размножение этих быстрых электронов пока $n < n_{max}$.

Функции распределения $F_{1\varepsilon}(\varepsilon)$, $F_{2\varepsilon}(\varepsilon)$, $F_{1p}(p_x)$, $F_{2p}(p_x)$ начинали вычисляться с некоторого задаваемого момента времени, когда устанавливалось равномерное движение средней координаты электронов l_1 (см. ниже). Были предусмотрены возможности отбора быстрых электронов не только по проекции импульса, но и по полной энергии и максимально удаленным координатам x .

4. Результаты расчетов

Характеристики установившегося режима. Расчеты показали, что группа быстрых электронов не испытывает постоянного ускорения. Была проведена серия расчетов с целью исследовать параметры установившегося движения групп быстрых электронов, как функции напряженности электрического поля E . Давление полагалось равным одной атмосфере: $p = 1 \text{ атм}$ ($N \approx 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ при комнатной температуре). Движение электронов прослеживалось до момента времени $t = 2 \text{ нс}$. Было положено $n_{max} = 2000$, $n_{min} = 1000$.

Расчеты показывают, что за сравнительно короткое время $\sim 10/\nu_i$ устанавливается некоторое постоянное значение, как скорости, так и энергии. При этом среднее значение координаты x для всех электронов l_1 и для наиболее быстрых электронов l_2 практически не отличалось $l = l_1 \approx l_2$. Это объясняется малой величиной ионизационного пробега по сравнению со средней координатой l , так что родившиеся электроны оказываются недалеко от электронов, их породивших. Действительно, при прохождении расстояния l происходит много актов ионизации: $\alpha_i l \gg 1$, $\nu_i \tau \gg 1$. Соответственно, одинакова установившаяся скорость движения центров тяжести всех электронов и наиболее быстрых электронов $v = v_1 \approx v_2$.

Установившиеся значения средних скоростей и энергий ε_1 , ε_2 электронов представлены на рис. 3. Там же приведена зависимость отношения силы трения к напряженности поля $F_{fr}(\varepsilon_1)/eE$ от величины E/p для атмосферного давления. Например, при давлении азота 10 Торр и напряженности поля $E > 2.6 \text{ кВ/см}$ сила трения будет меньше электрической силы. Однако средняя скорость и энергия быстрых электронов будут постоянными.

Видно, что скорости и энергии группы быстрых электронов начинают заметно превышать значения дрейфовой скорости u_d и средней энергии электронов ε^* в лавине [5, 6] при $E/p > 100 \text{ кВ/(см} \cdot \text{атм)}$ в азоте и при $E/p > 20 \text{ кВ/(см} \cdot \text{атм)}$ в гелии. При генерации интенсивных пучков электронов в газах атмосферного давления [5] возле ка-

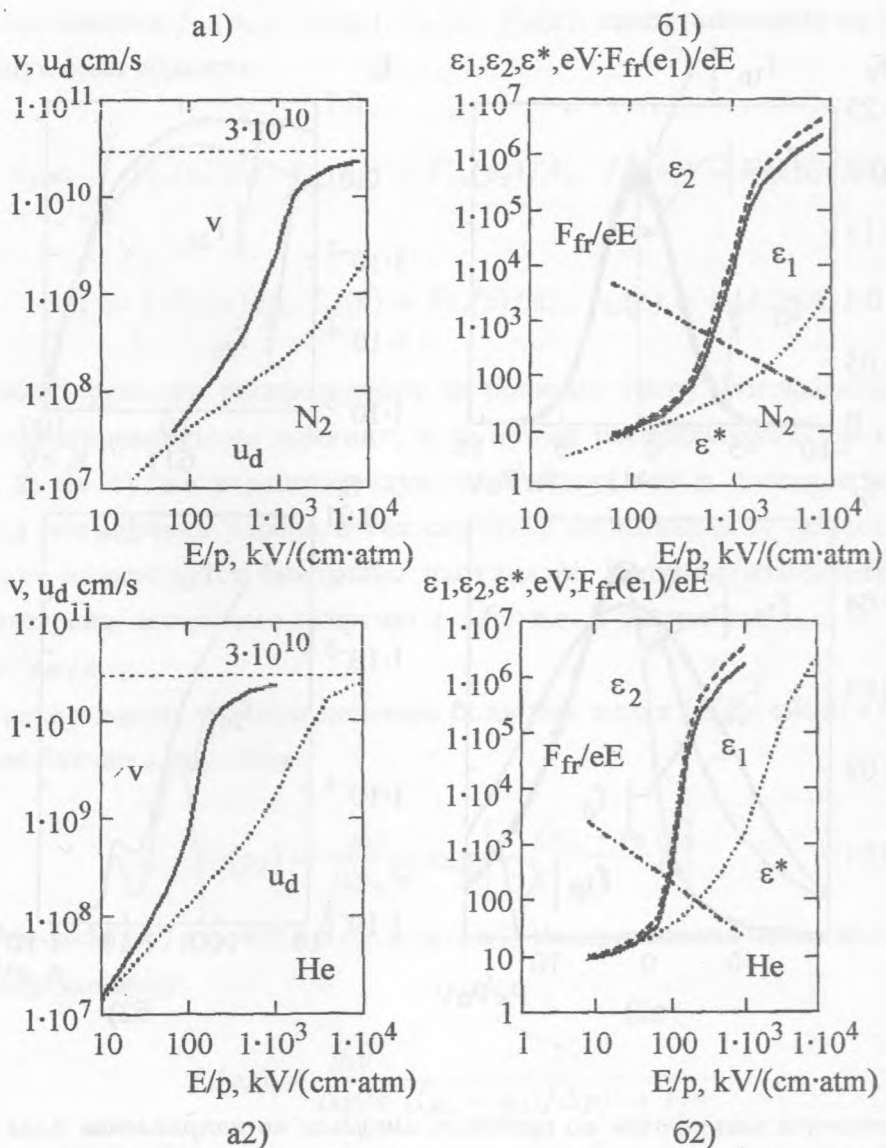


Рис. 3. Зависимость установившихся средних значений скорости движения быстрых электронов $v = v_1 \approx v_2$ (a1, a2) и установившихся значений средней энергии ϵ_1, ϵ_2 (б1, б2) для азота (a1, б1) и гелия (a2, б2) от приведенной напряженности поля E/p . u_d – дрейфовая скорость электронов лавины; ϵ^* – средняя энергия электронов лавины (по данным [14] для азота и [16, 17] для гелия). Зависимости $F_{fr}(\epsilon_1)/eE$ построены для $N = 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

тогда (в частности, в районе катодных плазменных образований) напряженность поля может достигать величины $E/p > 1000 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$. В этих областях могут ро-

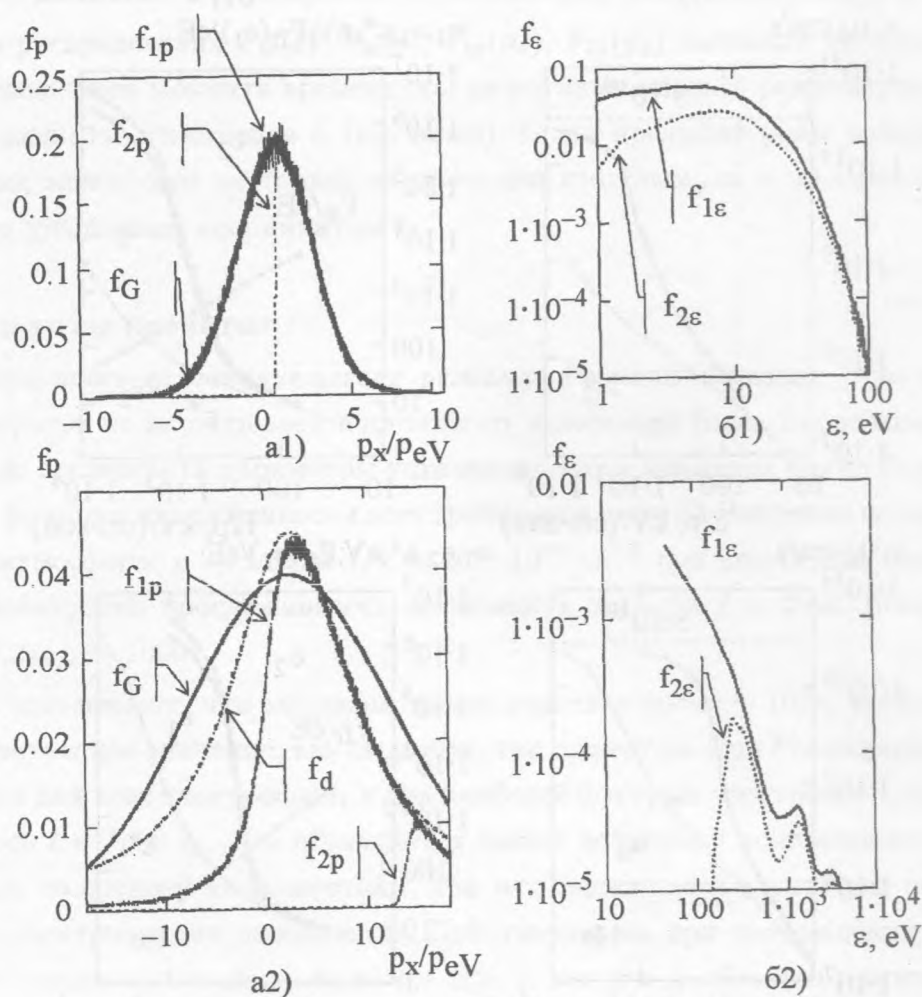


Рис. 4. Распределения электронов по проекции импульса на направление поля (a1, a2) и по полной энергии (b1, b2). Рис. a1, b1 $E/p = 128 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$, $\Delta p/p_{eV} = 2.9$, $p_0/p_{eV} = 0.8$; Рис. a2, b2 $E/p = 2000 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$, $\Delta p/p_{eV} = 14.3$, $p_0/p_{eV} = 2.9$, $p_{eV} = (2m_e \alpha V)^{1/2} = 5.4 \cdot 10^{-20} \text{ гм} \cdot \text{см}/\text{с}$.

ждаться электроны с энергией до десятка киловольт, обеспечивающие предыонизацию разрядного промежутка.

Об установившемся распределении электронов. Для того, чтобы непосредственно продемонстрировать роль лобовых столкновений, разворачивающих направление движения электронов, были проведены расчеты функции распределения электронов по проекции импульса на направление поля $F_{1p}(p_x)$, $F_{2p}(p_x)$ и по полной энергии $F_{1ε}(ε)$, $F_{2ε}(ε)$.

Функции распределения $f_{1p}(p_x)$, $f_{2p}(p_x)$, $f_{1\varepsilon}(\varepsilon)$, $f_{2\varepsilon}(\varepsilon)$, представленные на рис. 4, нормировались следующим образом:

$$A_p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{1p}(p_x) dx, \quad f_{1p}(p_x) = F_{1p}(p_x)/A_p, \quad f_{2p}(p_x) = F_{2p}(p_x)/A_p;$$

$$A_\varepsilon = \int_0^{\infty} F_{1\varepsilon}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad f_{1\varepsilon}(\varepsilon) = F_{1\varepsilon}(\varepsilon)/A_\varepsilon, \quad f_{2\varepsilon}(\varepsilon) = F_{2\varepsilon}(\varepsilon)/A_\varepsilon.$$

Иначе говоря, функции распределения по полному числу учитываемых электронов (группа 1) нормировались на единицу, а функции распределения быстрых электронов (группа 2) на ту же нормировочную константу, что и функции полного числа частиц. Такая нормировка удобна в тех случаях, когда какая-то область распределения полностью определяется быстрыми частицами. Импульс измеряется в единицах импульса электрона, имеющего энергию 1 эВ , т.е. в величинах $p_{eV} = (2m_e \text{ эВ})^{1/2} = 5.4 \cdot 10^{-20} \text{ гм} \cdot \text{см/с}$.

Расчеты показывают, что при не очень больших полях ($E/p < 400 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$) распределение близко к гауссову:

$$f_G(p_x) = \frac{p_{eV}}{\Delta p \sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{p_x - p_0}{\Delta} \right)^2 \right].$$

С увеличением поля ($E/p > 400 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$) распределение изменяется, становится ближе к дисперсионному:

$$f_d(p_x) = \frac{p_{eV}}{\Delta p 2\pi} \frac{1}{((p_x - p_0)/\Delta p)^2 + 1/4}.$$

При $E/p < 1200 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$ распределение близко к симметричному, причем при положительных проекциях импульса преобладают более быстрые электроны (электроны 2-й группы). Начиная с $E/p > 1200 \text{ кВ}/(\text{см} \cdot \text{атм})$, асимметрия распределения становится более явно выраженной, а электроны 2-й группы преобладают лишь в "хвосте" при положительных значениях проекции импульса.

Наличие большого числа электронов с отрицательной проекцией импульса на направление поля говорит о большой роли лобовых столкновений.

5. Заключение

Подведем наиболее существенные итоги работы.

Согласно традиционной точке зрения убегающими электронами считаются те, которые движутся с ускорением. При этом считается, что в газе ускорение возникает тогда, когда электрическая сила превышает силу ионизационного трения [1 – 4]. Простые соображения показывают, однако, что такой подход неверен. Дело в том, что сопротивление газа движению электронов, вообще говоря, нельзя рассматривать на основе динамического уравнения с заданной (а не случайной) силой трения. При движении быстрого электрона имеют место лобовые столкновения, разворачивающие направление скорости на большие углы, при которых имеет место уже не ускорение, а торможение быстрых электронов. При рассмотрении же явления убегания электронов на основе кинетических уравнений лобовые столкновения не учитывают [4].

Проведенное в данной работе моделирование распространения быстрых электронов, предшествующих электронной лавине, подтверждает эти соображения. Расчеты показывают, что группа наиболее быстрых электронов не испытывает постоянного ускорения. Их скорость, достигнув некоторого значения, остается постоянной. Соответственно, даже наиболее быстрые электроны не являются убегающими в общепринятом смысле [1 – 4].

Из результатов работы, таким образом, следует, что явление убегания (движения с ускорением) электронов даже в сколь угодно большом поле может иметь место лишь на конечном расстоянии между электродами – меньшим или порядка длины пробега для лобового столкновения быстрого электрона с частицей газа. Ограничение явления убегания межэлектродным расстоянием показано ранее для основной массы электронов лавины [5, 6]. В данной работе это показано для группы наиболее быстрых электронов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бабич Л. П., Лойко Т. В., Цукерман В. А. УФН, **160**(7), 49 (1990).
- [2] Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Физика импульсного пробоя газов. М., Наука, 1991.
- [3] Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М., Наука, 1992.
- [4] Гуревич А. В., Зыбин К. П. УФН, **171**(11), 1177 (2001).
- [5] Гарасенко В. Ф., Яковленко С. И. УФН, **174**, вып. 9, 953 (2004).
- [6] Tkachev A. N., Yakovlenko S. I. Central European Journal of Physics (CEJP), **2**(4), 579 (2004) (www.cesj.com/physics.html)
- [7] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 4, 37 (2005).

- [8] Д а л г а р н о А. Пробеги и потери энергии. В сб. Атомные и молекулярные процессы. Под ред. Д. Бейтса, М., Изд. "Мир", 1964.
- [9] Л а н д а у Л. Д. ЖЭТФ, **7**, 203 (1937).
- [10] С и л и н В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М., Наука, 1971.
- [11] L a n g m u i r L. Proc. Nat. Acad., **14**, 627 (1928).
- [12] Т р у б н и к о в Б. А. Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963. - С. 98-182.
- [13] С и в у х и н Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы. Вып. 4 / Под ред. М.А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1964. - С. 81-187.
- [14] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Письма в ЖТФ, **30**, вып. 7, 14 (2004).
- [15] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Laser physics, **12**(7), 1022 (2002).
- [16] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 2, 43 (2004).
- [17] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. ЖТФ, **75**, вып. 4, 118 (2005).

Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 15 февраля 2005 г.