

УДК 537.52

ТОРМОЖЕНИЕ И УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛОТНОМ ГАЗЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. Н. Ткачев, С. И. Яковленко

Проведено моделирование распространения электронов в газе при их энергии, превышающей энергию возбуждения К-оболочки атомов газа. Расчеты показывают, что в отсутствие внешнего поля глубина проникновения электронов в газ тяжелее азота ограничена, прежде всего, упругими столкновениями с ядрами атомов. При движении электронов в электрическом поле упругие столкновения приводят к тому, что нет точно определенного критического значения напряженности поля, при котором электрон с заданной энергией будет непрерывно ускоряться. Даже при существенном превышении критического значения напряженности поля ускоряется лишь некоторая доля электронов. Остальные электроны в результате упругих столкновений разворачиваются и теряют энергию за счет торможения полем. Центр тяжести группы электронов движется даже при больших значениях напряженности поля с установившейся постоянной скоростью.

При рассмотрении движения быстрых электронов в газах, находящихся в электрическом поле, сила их торможения о газ рассматривается обычно [1 – 4] как заданная функция энергии. Однако такой подход не учитывает лобовые столкновения, т.е. столкновения с изменением направления скорости на угол больше и порядка единицы. В то же время, роль лобовых столкновений может быть существенной [5]. Например, расчеты [5 – 7] показали, что из-за них группа быстрых электронов движется в среднем не с

ускорением, а с постоянной скоростью. Кроме того, при наносекундном разряде в газе атмосферного давления наблюдалось рентгеновское излучение не с поверхности анода, а из объема [7, 8]. Есть основания считать, что это объемное рентгеновское излучение обусловлено изменением скорости быстрых электронов при лобовых столкновениях.

В данной работе рассмотрена роль упругого рассеяния электронов на ядрах атомов газа в формировании характеристик распространения быстрых электронов в газе. Речь идет об электронах, имеющих энергию, большую энергии возбуждения K -оболочки атомов газа.

Постановка задачи и метод решения. Моделирование движения группы быстрых электронов, не взаимодействующих между собой, было проведено так же, как и в работах, подытоженных в обзорах [9, 10], на основе одной из модификаций метода частиц (подробнее см. [11]). Электроны рождались в начале координат. Была предусмотрена возможность различных распределений начальных направлений скоростей и начальной энергии электронов. В представленных ниже результатах расчетов начальная скорость всех электронов считалась направленной по направлению электрического поля (по оси x), а начальная энергия электронов – одинаковой. На малых временных шагах решались уравнения движения всех рассматриваемых электронов, и разыгрывались упругие и неупругие столкновения с атомами. Движение электронов рассматривалось на основе релятивистской механики, так же как в работах [12, 13].

Уравнение движения электрона. Движение отдельного электрона между упругими столкновениями описывалось уравнением:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} - F_{fr} \frac{\mathbf{p}}{p}, \quad \mathbf{p} = \frac{m_e \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1)$$

Здесь t – время; \mathbf{p} , \mathbf{v} – импульс и скорость электрона; e , m_e – его заряд и масса; $\beta = v/c$; c – скорость света в вакууме; \mathbf{E} – напряженность электрического поля; F_{fr} – сила трения (торможения), обусловленная неупругими столкновениями электрона с частицами (она направлена против направления скорости).

Для силы трения использовалось выражение [14]:

$$F_{fr}(\epsilon) = \frac{4\pi e^4}{mc^2} ZN \cdot f_{fr}(\beta), \quad (2a)$$

$$f_{fr}(\beta) = \frac{1}{2\beta^2} \left\{ \ln \frac{m_e^2 c^4}{2\epsilon_{cp}^2} + \ln \left[\beta^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \right] - \right. \\ \left. - (2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \right\}. \quad (2b)$$

Здесь Z – число электронов в атоме нейтрального газа; N – плотность атомов нейтрального газа; $\epsilon_{ср}$ – средняя энергия неупругих потерь;

$$\epsilon = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_e c^2 \quad (3)$$

– кинетическая энергия электрона, при этом $\beta(\epsilon) = v/c = \sqrt{1 - [(\epsilon/m_e c^2) + 1]^{-2}}$.

При движении электрона вдоль поля уравнение движения (1) принимает вид:

$$\frac{m_e c}{(1 - \beta^2(\epsilon))^{3/2}} \frac{d\beta(\epsilon)}{dt} = (eE - F_{fr}(\epsilon)). \quad (4)$$

Зависимость силы торможения от кинетической энергии имеет минимум при $\epsilon \approx 2.54 m_e c^2 \approx 1.3 \text{ МэВ}$, $\beta \approx 0.96$. Этому минимуму соответствует сила

$$F_{minB} = \frac{4\pi e^4}{m_e c^2} ZN = (5.3 \cdot 10^{-18} \text{ В} \cdot \text{см}^2) \cdot eZN.$$

Например, при $Z = 7$ (азот), $N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ имеем $E_{minB} = F_{minB}/e \approx 2 \text{ кВ/см}$.

Для моделирования движения электронов, как и в [12, 13], использовалось аналитическое решение для движения электрона во внешнем однородном электрическом поле. На каждом временном шаге по аналитическим формулам вычислялись новые координаты электрона и длина пути, пройденного электроном за этот шаг. Шаг по времени выбирался так, чтобы длина пути, проходимая наиболее энергичными из электронов за шаг, не превышала четверти длины пробега за счет столкновений с ядрами. Сила трения учитывалась в конце каждого временного шага уменьшением полной энергии электрона (соответственно и модуля импульса) на работу силы трения за данный временной шаг.

Рассеяние электрона на ядре. Упругие столкновения электронов с ядрами учитывались для прицельных параметров ρ , меньших радиуса орбиты K -электрона: $\rho < a_B/Z$, $a_B \equiv \hbar^2/m_e e^2$ – боровский радиус. При этом угол χ , характеризующий изменение направления скорости электрона в результате упругого рассеяния электрона на ядре, определялся выражением [15] (см. рис. 1):

$$\chi(y, \gamma) = \begin{cases} \pi \left[\frac{2y}{\sqrt{(y-1)(y+1)}} - 1 \right] - \frac{2y}{\sqrt{(y-1)(y+1)}} \arccos \left[\frac{2}{\sqrt{y^2 - \gamma^{-2}(y-1)(y+1)}} \right], & \text{при } y > 1 \\ \pi - \frac{2y}{\sqrt{(y-1)(y+1)}} \operatorname{arccch} \left[\frac{2}{\sqrt{y^2 - \gamma^{-2}(y-1)(y+1)}} \right], & \text{при } y < 1 \end{cases} \quad (5)$$

где $y = \rho r c / Z e^2$ – приведенный момент импульса (прицельное расстояние); $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ – полная энергия электрона, нормированная на энергию покоя. Величины y и γ рассматриваются как функции кинетической энергии ϵ . Отметим, что при

$y \gtrsim 1$, согласно релятивистской механике, электрон совершает несколько оборотов вокруг ядра.

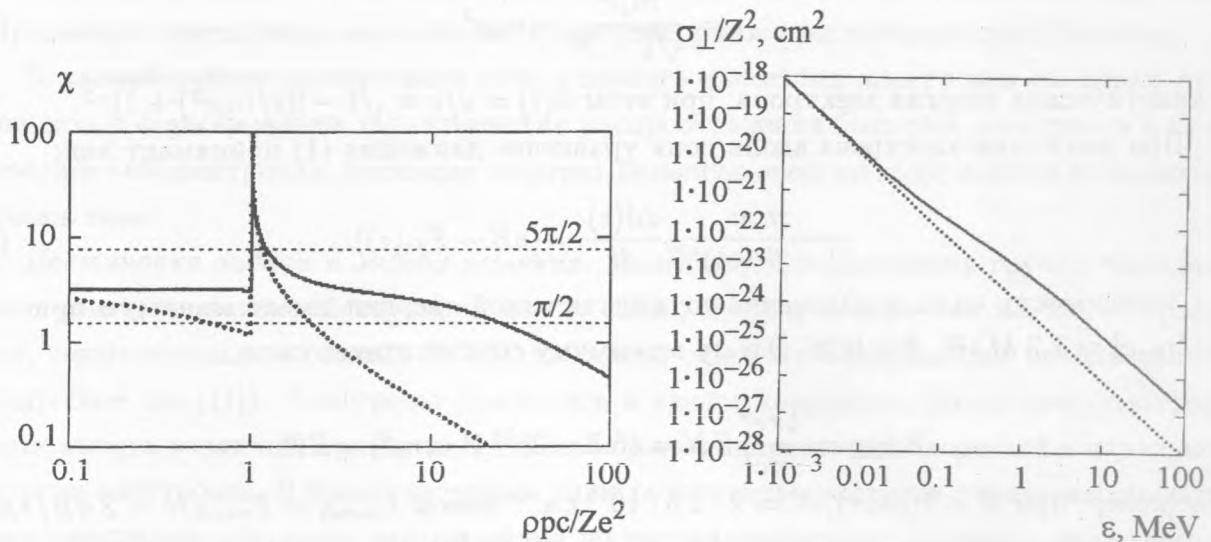


Рис. 1. Зависимость угла рассеяния электрона от нормированного прицельного параметра $\rho pc/Ze^2$. Сплошная кривая соответствует энергии налетающего электрона $\epsilon = 511 \text{ эВ}$, пунктирная кривая $\epsilon = 51.1 \text{ МэВ}$ (энергия налетающего электрона не учитывает энергию покоя).

Рис. 2. Зависимость от энергии электрона сечения, при котором в ходе столкновения происходит поворот скорости на угол $\pi/2$ (для максимального прицельного параметра). Пунктирная кривая соответствует нерелятивистскому случаю $\sigma_{\perp}(\epsilon)/Z^2 = \pi(e^2/2\epsilon)^2$.

Полагая в (5) $\chi = \pi/2$, имеем уравнение, определяющее максимальное прицельное расстояния ρ_{\perp} , при котором имеет место отклонение скорости на прямой угол, как функцию кинетической энергии ϵ :

$$\frac{\pi}{2} = \pi \left[\frac{2y_{\perp}}{\sqrt{(y_{\perp} - 1)(y_{\perp} + 1)}} - 1 \right] - \frac{2y_{\perp}}{\sqrt{(y_{\perp} - 1)(y_{\perp} + 1)}} \operatorname{arctg} \left[\sqrt{(y_{\perp} - 1)(y_{\perp} + 1)} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \right]. \quad (6)$$

Здесь $y_{\perp} = \rho_{\perp} pc/Ze^2$, $\rho_{\perp} > (Ze^2/m_e c^2)(1/\beta^2 - 1)^{1/2}$.

Решая численно уравнение (6) для различных значений ϵ , имеем зависимость соответствующего сечения $\sigma_{\perp} = \pi\rho_{\perp}^2$ от кинетической энергии налетающего электрона (рис. 2).

В конце каждого временного шага моделирования движения электронов с помощью генератора случайных чисел разыгрывалось – состоялось столкновение электрона с ядром атома или нет. Столкновение считалось состоявшимся, если выброшенное в интервале 0 – 1 случайное число не превышало $1 - \exp(-dx/l)$, где dx – пройденное электроном за 1 шаг расстояние, l – длина свободного пробега. В случае, если столкновение состоялось, направление импульса электрона изменялось в соответствии с (5). Угол рассеяния в плоскости, нормальной к направлению импульса электрона до рассеяния, принимался случайным в интервале углов 0 – 2π (с однородным распределением).

Функции распределения электронов по проекции импульса и полной энергии вычислялись по задаваемому отрезку времени на заданной сетке. На каждом временном шаге выбранного для набора статистики временного отрезка для каждой ячейки соответствующей сетки подсчитывалось и запоминалось (суммировалось) количество попаданий проекций импульса и энергии электрона в ячейку.

Релаксация электронов в отсутствие поля. При инжекции быстрых электронов в газ вдоль оси x их скорость хаотизуется за счет упругих столкновений, а энергия падает за счет трения о газ. Хаотизация скорости приводит к тому, что координата центра тяжести группы электронов x_{mean} не вырастает более некоторой величины d_{ϵ} (рис. 3), которую мы будем называть глубиной проникновения электронов в газ.

Величина d_{ϵ} характеризуется длиной свободного пробега между упругими столкновениями электрона с ядрами. Как известно, при кулоновских столкновениях рассеяние электронов на большие углы происходит за счет накопления небольших изменений скорости при дальних пролетах. При этом совокупность таких столкновений характеризуется сечением кулоновского столкновения $\sigma_{Coul} = \pi(2\rho_{\perp})^2\Lambda$ [16, 17], где Λ – кулоновский логарифм. В данном случае в качестве кулоновского логарифма следует брать величину: $\Lambda = \ln(a_B/Z\rho_{\perp})$. Для длины свободного пробега имеем: $l_{Coul} = 1/(\sigma_{Coul}N)$.

Длина свободного пробега характеризует расстояние, на котором происходит поворот скорости электрона на угол $\chi \sim \pi/2$. Глубина проникновения соответствует повороту на угол $\chi \sim \pi$. Поэтому естественно сравнивать величины d_{ϵ} и $2l_{Coul}$ (рис. 4).

Трение ограничивает пробег (т.е. длину траектории) электронов в среде величиной:

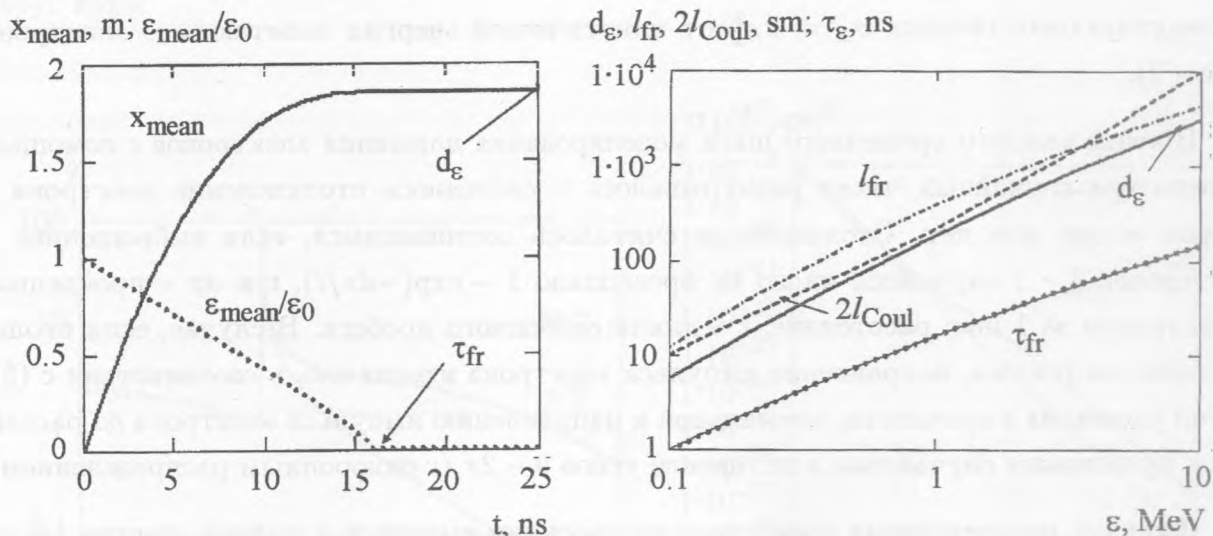


Рис. 3. Зависимость от времени средней координаты x_{mean} и средней энергии ϵ_{mean} электронов. Начальная энергия электронов $\epsilon_0 = 1$ МэВ, азот ($Z = 7, \epsilon_{cp} = 40$ эВ) при атмосферном давлении ($N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$).

Рис. 4. Зависимость от энергии характерных длин (d_ϵ – глубины проникновения электронов, l_{fr} – длины торможения, $2l_{Coul}$ – удвоенной длины свободного пробега относительно кулоновских столкновений), а также времени релаксации энергии τ_{fr} , для азота ($Z = 7, E_{cp} = 40$ эВ) при атмосферном давлении ($N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$). Тонкая кривая τ_{fr} , полученная на основе формулы (76), практически совпадает с пунктирной кривой τ_{fr} , полученной на основе численного моделирования.

$$l_{fr}(\beta) = l_{fr0} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{x dx}{(1+x^2)^{3/2} f(x)}, \quad l_{fr0} \equiv \frac{m_e^2 c^4}{4\pi e^4 Z N}, \quad (7a)$$

где $\beta_0 = 2(2E_{cp}/m_e)^{1/2}/c$.

Время пробега электрона дается выражением:

$$\tau_{fr}(\beta) = \tau_{fr0} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2} f(x)}, \quad \tau_{fr0} \equiv \frac{m_e^2 c^3}{4\pi e^4 Z N}. \quad (76)$$

Эти формулы следуют из уравнения (4).

Время пробега τ_{fr} , рассчитанное по формуле (76), практически совпадает с результатами моделирования (см. рис. 4). В то же время пробег l_{fr} превышает глубину проникновения d_c . Это естественно, поскольку электрон движется не по прямой линии. Самой короткой длиной оказывается глубина проникновения, поскольку в нее вносят вклад как упругое рассеяние, так и торможение. Из рис. 4 видно, что вклад упругого рассеяния наиболее существенен даже для азота ($Z = 7$). Для более тяжелых газов, например, для ксенона ($Z = 54$) вклад упругих столкновений еще более существенен, поскольку эффективность упругих столкновений $\propto Z^2$, а эффективность неупругих потерь $\propto Z$.

Движение электронов в поле. При инжекции быстрых электронов в газ вдоль оси x , по которой направлено поле напряженности E , длина и время их пробега вдоль поля описываются выражениями (см. (4)):

$$l_{fr}(\beta, E) = l_{fr0} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{x dx}{(1+x^2)^{3/2} [f(x) - E/E_0]}, \quad \tau_{fr}(\beta, E) = \\ = \tau_{fr0} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2} [f(x) - E/E_0]}, \quad (8)$$

где $E_0 = \frac{4\pi e^3}{m_e c^2} Z N$ ($E_0 \approx 180$ В/см, при $Z = 7$, $\epsilon_{cp} = 40$ эВ, $N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$).

Напряженность критического поля E_{cp} , при котором, согласно [8], должно иметь место постоянное увеличение энергии электронов, определяется выражением $E_{cr}(\epsilon) = F_{fr}(\epsilon)/e$ (рис. 5).

Численное моделирование показывает, что ситуация несколько сложнее. При полях, ненамного выше критического, электроны по-прежнему тормозятся за время пробега τ_{fr} . Однако это время заметно превосходит время, определяемое по формуле (8). При существенном превышении критического поля падение средней энергии электронов как функции времени через некоторое время сменяется ее ростом (рис. 6). При этом координата центра тяжести группы электронов x_{mean} монотонно растет.

Это связано с тем, что некоторая доля (δ) рассматриваемых электронов начинает набирать энергию от поля (рис. 7). В распределении электронов по энергии $f_\epsilon(\epsilon)$ формируется группа быстрых электронов. В то же время существенная доля электронов ($1-\delta$) теряет энергию. Конкуренция этих процессов и приводит к немонотонной зависимости средней энергии ϵ_{mean} от времени. Доля ускорившихся электронов δ растет с увеличением напряженности поля, причем основная доля электронов становится убегающей лишь при напряженности поля, вдвое превышающей E_{cr} (рис. 8).

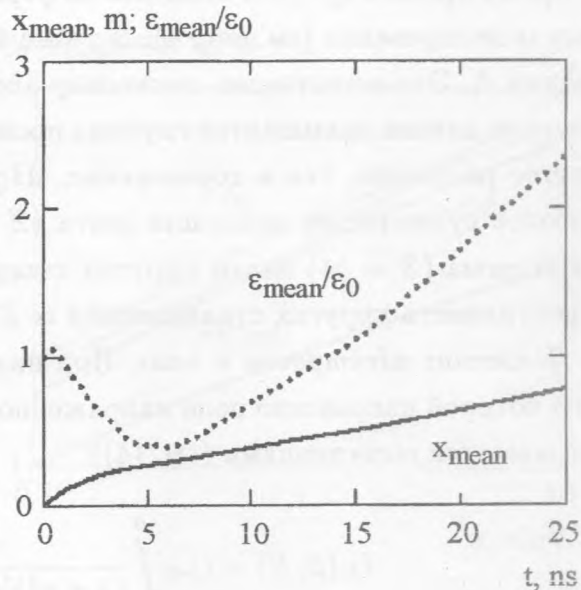
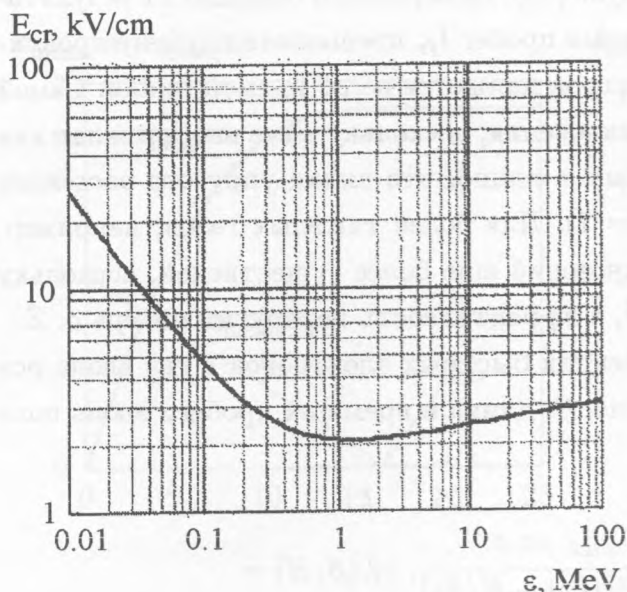


Рис. 5. Зависимость от энергии критической напряженности поля, при которой должно происходить убегание электрона, ($Z = 7, N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$).

Рис. 6. Зависимость от времени средней координаты x_{mean} и средней энергии ϵ_{mean} электронов при наличии поля напряженностью $E = 7 \text{ кВ}$ (выше критической, $E_{\text{cr}} = 4.68 \text{ кВ}$). Начальная энергия электронов $\epsilon_0 = 0.1 \text{ МэВ}$, азот ($Z = 7, \epsilon_{\text{cp}} = 40 \text{ эВ}$) при атмосферном давлении ($N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$).

Существенное различие времени пробега, вычисленного на основе формулы (8) и полученного на основе моделирования (рис. 8) при $E \approx E_{\text{cr}}$ связано с тем, что электрическое поле мешает набрать большую совокупность малых отклонений в кулоновских столкновениях. Это приводит к уменьшению эффективного кулоновского сечения σ_{Coul} , которое может в принципе упасть до сечения лобовых столкновений σ_{\perp} .

При $E > E_{\text{cr}}$ движение как центра тяжести электронов, так и группы быстрых электронов происходит с установившимися постоянными скоростями

$$v_{\text{mean}} = \frac{dx_{\text{mean}}}{dt}, \quad v_{\text{max}} = \frac{dx_{\text{max}}}{dt}.$$

Зависимость этих скоростей от напряженности поля представлена на рис. 8. Более резкая зависимость v_{mean} от E связана с тем, что увеличивается доля быстрых частиц.

Итак, в данной работе проведено моделирование распространения электронов в газе

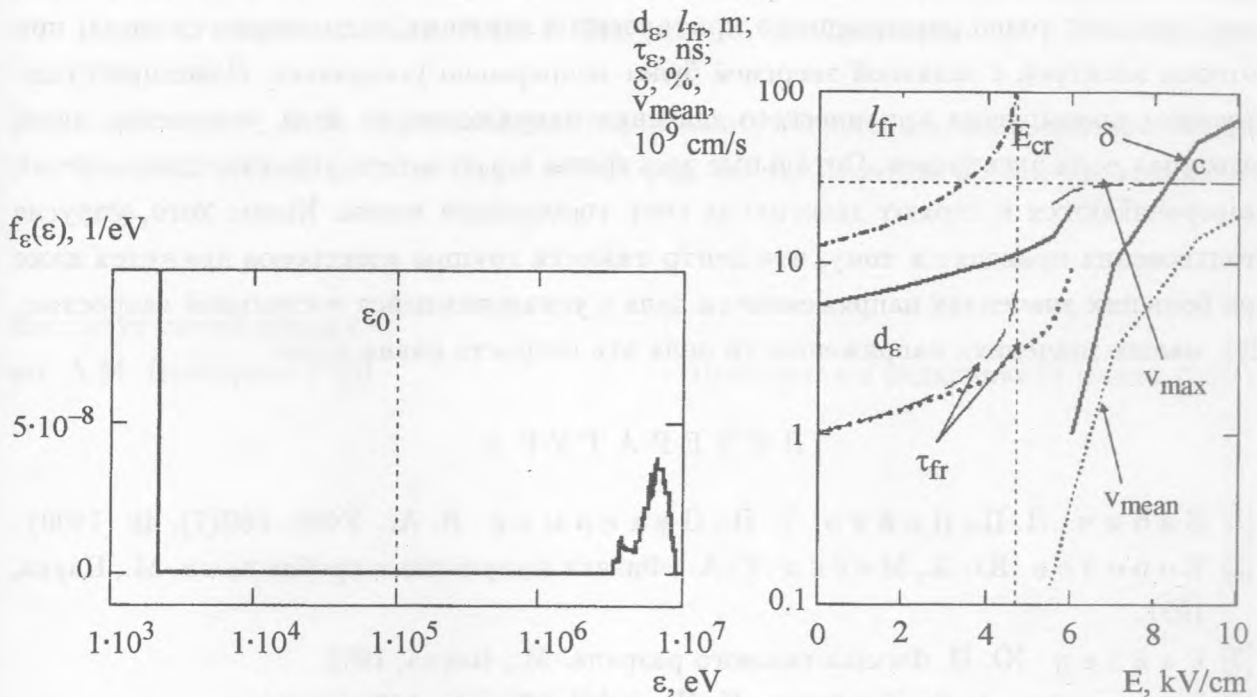


Рис. 7. Распределение по энергии электронов при наличии поля напряженностью $E = 7$ кВ (выше критической, $E_{cr} = 4.68$ кВ). Начальная энергия электронов $\epsilon_0 = 0.1$ МэВ, азот ($Z = 7$, $\epsilon_{cp} = 40$ эВ) при атмосферном давлении ($N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$). Распределение получено на временном промежутке 50 нс $< t < 70$ нс и нормировано условием $\int f(\epsilon)d\epsilon = 1$.

Рис. 8. Зависимость от напряженности поля характерных длин (d_ϵ – глубины проникновения электронов, l_{fr} – длины торможения), а также времени релаксации энергии τ_{fr} . Начальная энергия электронов $\epsilon_0 = 0.1$ МэВ, $Z = 7$, $E_{cp} = 40$ эВ, $N = 2 \cdot 2.5 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$, $E_{cr} = 4.68$ кВ. Тонкая штриховая кривая τ_{fr} , полученная на основе формулы (8), существенно отличается пунктирной кривой τ_{fr} , полученной на основе численного моделирования. Глубина проникновения электронов d_ϵ для $E > E_{cr}$ определялась для моментов времени $t = \tau_{fr}$.

при их энергии, превышающей энергию возбуждения К-оболочки атомов газа. Такие электроны рассеиваются преимущественно на атомном ядре, а теряют энергию за счет неупругих столкновений с электронными оболочками атомов. Расчеты показывают, что в отсутствие поля глубина проникновения электронов в газ тяжелее азота ограничена, прежде всего, упругими столкновениями с ядрами атомов. Длина траектории электрона существенно меньше глубины проникновения электронов в газ.

При движении электронов в электрическом поле упругие столкновения приводят к тому, что нет точно определенного критического значения напряженности поля, при котором электрон с заданной энергией будет непрерывно ускоряться. Даже при существенном превышении критического значения напряженности поля ускоряется лишь некоторая доля электронов. Остальные электроны в результате упругих столкновений разворачиваются и теряют энергию за счет торможения полем. Кроме того, упругие столкновения приводят к тому, что центр тяжести группы электронов движется даже при больших значениях напряженности поля с установившейся постоянной скоростью. При малых значениях напряженности поля эта скорость равна нулю.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Б а б и ч Л. П., Л о й к о Т. В., Ц у к е р м а н В. А. УФН, **160**(7), 49 (1990).
- [2] К о р о л е в Ю. Д., М е с я ц Г. А. Физика импульсного пробоя газов. М., Наука, 1991.
- [3] Р а й з е р Ю. П. Физика газового разряда. М., Наука, 1992.
- [4] Г у р е в и ч А. В., З ы б и н К. П. УФН, **171**(11), 1177 (2001).
- [5] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 4, 36 (2005).
- [6] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 8 (2005).
- [7] К о с т ы р я И. Д., Т а р а с е н к о В. Ф., Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, 2005 (в печати).
- [8] Р е п и н П. Б., Р е п ь е в А. Г. ЖТФ, **74**(7), 33 (2004).
- [9] Т а р а с е н к о В. Ф., Я к о в л е н к о С. И. УФН, **174**(9), 953 (2004).
- [10] Т к а ч е в А. N. and Я к о в л е н к о S. I. Central European Journal of Physics (CEJP), **2**(4), 579 (2004). (www.cesj.com/physics.html).
- [11] Т к а ч е в А. N. and Я к о в л е н к о S. I. Laser physics, **12**(7), 1022 (2002).
- [12] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 2, 43 (2004).
- [13] Т к а ч е в А. Н., Я к о в л е н к о С. И. ЖТФ, **75**(4), 118 (2005).
- [14] Д а л г а р н о А. Пробег и потери энергии. В сб. Атомные и молекулярные процессы. Под ред. Д. Бейтса, М., Мир, 1964.
- [15] Б а т ы г и н В. В., Т о п т ы г и н И. Н. Сборник задач по электродинамике М., ГИФМЛ, 1962.

- [16] Трубников Б. А. Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме. Вопросы теории плазмы. Вып. 1. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963, с. 98.
- [17] Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме. Вопросы теории плазмы. Вып. 4. Под ред. М. А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1964, с. 81.

Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 18 марта 2005 г.