

УДК 537.591.15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ РАДИОМЕТОДОМ. СЛУЧАЙ ДВУХ СРЕД

Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, И. А. Кроль,
В. А. Царев, В. А. Чечин

Рассматривается возможность определения энергии каскада, рожденного в одной среде (лед, реголит и т.п.) по амплитудам и поляризациям когерентного излучения Вавилова–Черенкова от этого каскада, измеренным двумя пространственно-разнесенными приемниками в другой среде (атмосфера или вакуум).

В последние годы, в связи с проблемами регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий, широко обсуждается возможность использования радиометода, предложенного более 40 лет назад Аскарьяном [1]. В настоящее время этот метод положен в основу ряда экспериментов и проектов (см., например, обзоры [2, 3]). В работе [4] было показано, что при использовании радиометода энергия каскада, рожденного частицей высоких энергий, может быть определена путем измерения амплитуды и поляризации радиоизлучения с помощью двух пространственно-разнесенных приемников. При этом рассматривается ситуация, когда рождение каскада и регистрация излучения происходят в одной среде (как это имеет место, например, при регистрации радиосигнала от ливней в атмосфере). В настоящей работе эти результаты обобщаются на случай двух сред, когда рождение каскада происходит в одной среде (например, во льду, как это имеет место в экспериментах ANITA [5], CREED [3], или в лунном реголите, как в экспериментах GLUE [6], КАЛЯЗИН [7] или ЛОРД [8 – 11]), а регистрируются в другой (соответственно, в атмосфере и вакууме). Будет показано, что с учетом преломления и прохождения радиоволн на границе раздела двух сред, оценки, полученные в [4] в основном сохраняются. Постановка задачи для двух однородных сред с плоской границей раздела в целом близка к рассмотренному в [4] случаю однородной среды, и ряд

соотношений, полученных в [4], сохраняется также и для двух сред. В данной работе мы будем ссылаться на результаты работы [4] и используем принятые там обозначения.

Предполагается, что источник излучения – каскад находится в точке O в плотной среде с показателем преломления n (≈ 1.8 для реголита и льда; среда 1). Излучение преломляется на границе раздела и регистрируется двумя приемниками в среде 2 (атмосфера или вакуум), расположенными в точках A и A_1 . В отличие от случая однородной среды, здесь надо учесть, во-первых, преломление волн на границе и, во-вторых, поворот плоскости поляризации при преломлении. Как и ранее, будем пока считать, что диаграммы направленности обеих антенн очень узкие.

Пусть с помощью первого приемника (с многолучевой антенной) найдено направление излучения в среде 2, т.е. определен вектор \mathbf{n}_2 . Отметим, что точка возникновения каскада O , вообще говоря, не совпадает с точкой O_{ref} , в которой преломляется луч излучения и которая определяет направление вектора \mathbf{n}_2 вдоль отрезка $(O_{ref}A)$. Однако расстояние r между точками O и O_{ref} для рассматриваемых здесь плотных сред меньше нескольких десятков метров: оно близко к длине поглощения радиоволн (для каскадов, рожденных при взаимодействиях нейтрино) либо к длине адронных взаимодействий (для каскадов, рожденных космическими лучами). Поскольку r ничтожно мало по сравнению с расстоянием до приемника R , можно считать, что точки O и O_{ref} (и O_{ref1}) совпадают.

Излучение в среде 1 имеет направление \mathbf{n}_1 . В сферической системе координат с осью z по нормали к поверхности в точке O ,

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_2 &= \{\sin \theta_2 \cos \varphi, \sin \theta_2 \sin \varphi, \cos \theta_2\}, \\ \mathbf{n}_1 &= \{\sin \theta_1 \cos \varphi, \sin \theta_1 \sin \varphi, \cos \theta_1\}, \quad \sin \theta_1 = \sin \theta_2/n. \end{aligned} \quad (1)$$

Для описания поляризации излучения в среде 2 введем два ортогональных единичных вектора в плоскости, перпендикулярной к вектору \mathbf{n}_2 (предполагается, что излучение приходит близко к направлению, совпадающему с осевой линией диаграммы направленности, так что третья компонента вектора поляризации отсутствует или пренебрежимо мала):

$$\mathbf{e}_\perp = [\mathbf{z} \times \mathbf{n}_2] / \sin \theta_2 = \{-\sin \varphi, \cos \varphi, 0\}, \quad \mathbf{e}_2 = [\mathbf{e}_\perp \times \mathbf{n}_2] = \{\cos \theta_2 \cos \varphi, \cos \theta_2 \sin \varphi, -\sin \theta_2\}. \quad (2)$$

Векторы $\{\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_\perp, \mathbf{n}_2\}$ образуют правый ортонормированный базис, причем вектор \mathbf{e}_2 лежит в плоскости $(\mathbf{z}, \mathbf{n}_2)$ преломления излучения, а вектор \mathbf{e}_\perp – перпендикулярен к ней.

Совершенно аналогично вводится базис $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_\perp, \mathbf{n}_1\}$, в котором определяется поляризация излучения в среде 1 (естественно, с общим вектором \mathbf{e}_\perp):

$$\mathbf{e}_\perp = [\mathbf{z} \times \mathbf{n}_1] / \sin \theta_1 = [\mathbf{z} \times \mathbf{n}_2] / \sin \theta_2, \quad \mathbf{e}_1 = [\mathbf{e}_\perp \times \mathbf{n}_1] = \{\cos \theta_1 \cos \varphi, \cos \theta_1 \sin \varphi, -\sin \theta_1\}. \quad (3)$$

Электрический вектор излучения в среде 1, т.е. вектор поляризации, является линейной комбинацией \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_\perp

$$\mathbf{E}_1 \propto \mathbf{p}_1 \propto \mathbf{e}_1 \cos \psi_1 + \mathbf{e}_\perp \sin \psi_1. \quad (4)$$

Здесь азимутальный угол колебаний ψ_1 есть угол между вектором поляризации и плоскостью преломления. После преломления на границе раздела, поляризация излучения в среде 2 является линейной комбинацией \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_\perp (поскольку теперь $\mathbf{p}_2 \perp \mathbf{n}_2$):

$$\mathbf{E}_2 \propto \mathbf{p}_2 \propto \mathbf{e}_2(T_{\parallel}^{12} \cos \psi_1) + \mathbf{e}_\perp(T_{\perp}^{12} \sin \psi_1) = \mathbf{e}_2 \cos \psi_2 + \mathbf{e}_\perp \sin \psi_2, \quad (5)$$

где T_{\parallel}^{12} и T_{\perp}^{12} – продольный и поперечный коэффициенты прохождения волн. Отсюда следует известная связь азимутальных углов колебаний в двух средах:

$$\operatorname{tg}(\psi_2) = \operatorname{tg}(\psi_1)(T_{\perp}^{12}/T_{\parallel}^{12}) = \operatorname{tg}(\psi_1)(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2) = \operatorname{tg}(\psi_1) \cos(\theta_1 - \theta_2). \quad (6)$$

Следовательно, если измерен азимут колебаний ψ_2 в среде 2, то единичный вектор поляризации в среде 1 можно записать в виде

$$\mathbf{p}_1 = \frac{\mathbf{e}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \mathbf{e}_\perp \operatorname{tg} \psi_2}{\sqrt{\cos^2(\theta_1 - \theta_2) + \operatorname{tg}^2 \psi_2}}. \quad (7)$$

Следуя логике работы [4], теперь необходимо найти единичный вектор $\mathbf{S} = [\mathbf{n}_1 \times \mathbf{p}_1]$. Учитывая $[\mathbf{n}_1 \times \mathbf{e}_1] = \mathbf{e}_\perp$ и $[\mathbf{n}_1 \times \mathbf{e}_\perp] = -\mathbf{e}_1$, получим

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{e}_\perp \cos(\theta_1 - \theta_2) - \mathbf{e}_1 \operatorname{tg} \psi_2}{\sqrt{\cos^2(\theta_1 - \theta_2) + \operatorname{tg}^2 \psi_2}}. \quad (8)$$

В эту формулу нужно подставить азимутальный угол колебаний ψ_2 , измеренный приемником, и векторы \mathbf{e}_\perp и \mathbf{e}_1 , которые формулами (2) и (3) однозначно связаны с направлением $\mathbf{n}_1(\mathbf{n}_2)$ на приемную антенну.

Используя измерения второго приемника, построим точно также вектор \mathbf{S}_1 (все величины будут со штрихом), а затем по формуле (1) работы [4] найдем направление каскада.

Подход данной работы несколько отличается от предыдущего, поскольку здесь явно используются азимутальные углы колебаний ψ_1 и ψ_2 в двух приемниках. Именно эти два параметра определяют два сферических угла направления каскада.

Оценим теперь дисперсию σ_v направлений скорости каскада. Формулы (5), (6) и (8) работы [4] остаются справедливыми и в неоднородной среде, причем дисперсии D_S и D_{S_1} направлений векторов \mathbf{S} и \mathbf{S}_1 выражаются через дисперсии D_{n_1} и D_{ψ_1} , относящиеся к среде 1:

$$D_S = \langle (\delta \mathbf{S} \cdot \delta \mathbf{S}) \rangle = \frac{D_{n_1}}{2} + D_{\psi_1}, \quad D_{S_1} = \langle (\delta \mathbf{S}_1 \cdot \delta |bf S_1|) \rangle = \frac{D_{n_{11}}}{2} + D_{\psi_{11}}. \quad (9)$$

Поскольку векторы \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 связаны формулой (1), а азимуты колебаний ψ_1 и ψ_2 – формулой (6), то

$$D_{n_1} = D_{n_2} \left| \frac{D(\theta_1, \varphi)}{D(\theta_2, \varphi)} \right| = D_{n_2} \frac{\cos \theta_2}{n^2 \cos \theta_1};$$

$$D_{\psi_1} = D_{\psi_2} \left[\frac{\cos^2 \psi_1}{\cos(\theta_1 - \theta_2) \cos^2 \psi_2} \right]^2 = D_{\psi_2} \left[\frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\cos^2(\theta_1 - \theta_2) \cos^2 \psi_2 + \sin^2 \psi_2} \right]^2. \quad (10)$$

Подставив (10) (и такие же соотношения для второго приемника) в (9), получим дисперсию направлений скорости каскада из (5), где \mathbf{S} и \mathbf{S}_1 определяются векторами (1) и (7) в среде 1: $(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1) = (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_{1'}) (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_{1'}) - (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{p}_{1'}) (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{n}_{1'})$. Впрочем, это скалярное произведение проще вычислить непосредственно из (8), используя выражения (1) – (3) для базисных векторов в сферических координатах.

Из формул (10) видно, что дисперсии в среде с границей раздела мало отличаются от таковых в однородной среде [4].

В эксперименте LORD азимут колебаний близок к плоскости преломления, так что $\psi \ll 1$. Кроме того, излучение от каскадов выходит из лунного грунта в основном под большими полярными углами $\theta_2 \approx 90^\circ$. При этом, $\sin \theta_1 \approx 1/n$, $\cos(\theta_1 - \theta_2) \approx \sin \theta_1 \approx 1/n$, и

$$D_{n_1} \approx D_{n_2} \frac{\cos \theta_2}{n \sqrt{n^2 - 1}}; \quad D_{\psi_1} \approx D_{\psi_2} \frac{1}{\cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \approx D_{\psi_2} n^2. \quad (11)$$

В данном случае, поскольку $\cos \theta_2 \ll 1$, дисперсия направлений излучения уменьшается при переходе из вакуума в плотную среду: регистрируемое излучение сконцентрировано вблизи полярного угла $\sin \theta_1 \approx 1/n$ в плотной среде 1 (вблизи угла полного внутреннего отражения). При этом, однако, дисперсия азимута колебаний увеличивается в n^2 раз.

Выше была вычислена дисперсия D_v направлений скорости каскада. Однако наибольший интерес представляет дисперсия величины $\cos\theta = (\mathbf{n}_1 \mathbf{v})$, т.е. косинуса угла излучения относительно направления каскада. С учетом вышесказанного,

$$D_{\cos\theta} = \langle \delta \cos\theta \delta \cos\theta \rangle = \langle (\delta \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{v})^2 + (\mathbf{n}_1 \cdot \delta \mathbf{v})^2 \rangle = \frac{D_{n1} + D_v}{2} \sin^2 \theta.$$

Подставим сюда дисперсию D_v (5) и используем связь (9) (для простоты, полагаем $D_S = D_{S1}$, $D_{n1} = D_{n1,1}$, $D_{\psi1} = D_{\psi1,1}$). Тогда

$$\langle \delta \cos\theta \delta \cos\theta \rangle = \langle (\delta \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{v})^2 + (\mathbf{n}_1 \cdot \delta \mathbf{v})^2 \rangle = \frac{\sin^2 \theta}{2} \left[\frac{1.5D_{n1} + D_{\psi1}(1 + 2(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2)}{1 - (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2} \right]. \quad (12)$$

Эта формула является основной при определении относительной ошибки измерения энергии каскада. Дисперсия косинуса угла излучения выражена здесь через дисперсии D_{n1} и $D_{\psi1}$ измерений направления излучения и его поляризации в среде 1. Эти дисперсии связаны формулами (11) с величинами D_{n2} и $D_{\psi2}$, которые определяются параметрами приемников. Очень важно, что дисперсия D_v направлений скорости каскада зависит от характеристик и взаимного расположения двух приемников (по предположению, одинаковых): в (12) входит скалярное произведение $\mathbf{S} \mathbf{S}_1$. Как отмечалось выше, $1 - (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1)^2 = \sin^2(\Phi_{vnn_1})$, где Φ_{vnn_1} – угол между плоскостями излучения ($\mathbf{v} \mathbf{n}_1$) и ($\mathbf{v} \mathbf{n}_{1,1}$). Следовательно, ошибка измерения $\cos\theta$ резко возрастает, если угловое расстояние между приемниками мало: в этом случае, приемники регистрируют излучение, мало отличающееся по азимуту вокруг скорости каскада.

Далее, следуя работе [4], будем делать численные оценки в условиях эксперимента ЛОРД [7 – 10] с учетом того, что точность измерения напряженности E_f определяется отношением SN сигнала к шуму, которое должно выбираться не слишком малым, чтобы обеспечить условия регистрации на фоне шума.

В отличие от формулы работы [4] амплитуду электрического поля излучения под углом θ к оси каскада следует записать с учетом коэффициента прохождения из среды 1 в среду 2 в виде [7 – 10]:

$$|\mathbf{E}_f| = E_f = N(f, R)T(\theta_1)W \exp[-\alpha(f)(\cos\theta - 1/n)^2]. \quad (13)$$

Это приведет к некоторому увеличению ошибки измерения энергии каскада в области быстрой зависимости $T(\theta_1)$ (то есть в малой области углов падения вблизи угла полного внутреннего отражения), но основной вклад в ошибку по-прежнему дает дисперсия в углах θ , поэтому, не приводя формул (10) – (13) работы [4], приведем только

формулу (12) для относительной ошибки определения энергии каскада без учета коэффициента прохождения

$$\langle \delta W/W \rangle \approx \sqrt{0.25 + 165f^2(GHz)(1.5D_{n1} + D_{\psi1})} \quad (14)$$

и воспользуемся полученными там выводами о том, что при малом отношении сигнал/шум, то есть вблизи порога регистрации, относительная ошибка измерения каскада будет велика из-за большого множителя во втором слагаемом под корнем в формуле (14). В качестве варианта уменьшения ошибки в работе [4] указан путь уменьшения частоты регистрации. В частности, согласно формуле (13) работы [4], получается приемлемая точность измерения энергии каскада при частоте 100 МГц:

$$\langle \delta W/W \rangle \approx \sqrt{0.5} \approx 0.7, \quad W \approx 10^{19} \text{ эВ}, \quad f \approx 100 \text{ МГц}. \quad (15)$$

Здесь пренебрежено вкладом коэффициента прохождения в ошибку измерения энергии каскада, это можно сделать, за исключением области непосредственно вблизи порога. Это заведомо имеет место при большом превышении порога, то есть при больших регистрируемых энергиях. В этом случае при отношении сигнал/шум = 20 и при умеренных частотах около 300 МГц получаются довольно малые значения дисперсий D_{n1} и $D_{\psi1}$, а первое слагаемое под корнем в формуле (14) пренебрежимо мало. Тогда достигается точность определения энергии каскада, даваемая формулой (15).

Выше мы предполагали, что точка O возникновения каскада и, следовательно, расстояние R в (13) точно известны. В действительности, в экспериментах типа CREED и ЛОРД величина R определяется геометрией эксперимента с некоторой ошибкой, которая должна учитываться при нахождении ошибки нахождения энергии W . Очевидно, что повысить точность определения R и направления прихода сигнала можно с помощью триангуляции, измеряя временные задержки прихода сигналов при его регистрации тремя или большим числом приемников.

Полученные выше результаты можно использовать при разработке аппаратуры для бортовых радиоволновых телескопов и оптимизации ее параметров. В случае лунного орбитального эксперимента ЛОРД их использование позволяет также оптимизировать параметры орбит группы окололунных спутников, параметры антенных систем, выбор чувствительности радиотрактов и способов триггирования сигналов. Без таких результатов невозможна интерпретация результатов будущих экспериментов по регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий с помощью орбитальных окололунных или околоземных радиотелескопов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] А с к а р ь я н Г. А. ЖЭТФ, **41**, 616 (1961); **48**, 988 (1965).
- [2] Царев В. А. ЭЧАЯ, **35**, 187 (2004).
- [3] T s a r e v V. A. Proc. Int. Conf. "P. A. Cherenkov and Modern Physics" J. Rad. Phys. Chem., 2006 (in press).
- [4] Гусев Г. А., Ломоносов Б. Н., Крoль И. А. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 20 (2006).
- [5] B a r w i c k S., B e a t h y J., B e s s o n D., et al. Proc. of SPIE, **4858**, 191 (2003).
- [6] G o r h a m P. W., L i e w e r K. M., N a u d e t C. J., et al. 2001. arXiv astro-ph/0102435.
- [7] D a g k e s a m a n s k y R. D. Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2005, p. 142.
- [8] L e h t i n e n N. G., G o r h a m P. W., J a c o b s o n A. R., et al. Phys. Rev., **D69**, (2004).
- [9] Гусев Г. А., Ломоносов Б. Н., Пичхадзе К. М. и др. Космические исследования, **44**, 22 (2006).
- [10] T s a r e v V. A., C h e c h i n V. A., F e i n b e r g E. L., et al. Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2005, p. 231.
- [11] C h e c h i n V. A., F e i n b e r g E. L., G u s e v G. A., et al. Proc. ARENA Workshop Zeuten, Germany, 2005, p. 237.
- [12] Гусев Г. А., Ломоносов Б. Н., Пичхадзе К. М. и др. ДАН, **406**, N 3, 327 (2006).

Поступила в редакцию 27 апреля 2006 г.