УДК 504.3.054

О ВЛИЯНИИ РЕЛЬЕФА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ПРОЦЕСС РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В АТМОСФЕРЕ

Б. В. Дементьев, С. А. Решетняк

Теоретически анализируется распространение загрязняющей атмосферу Земли примеси с учетом ее диффузии, переноса ветром и наличия пограничного слоя, обусловленного шероховатостью земной поверхности. Показано, что в отличие от плоской поверхности, влияние пограничного слоя на величину общего содержания примеси, измеряемую ИК-радиометром, следует учитывать при относительно небольших радиусах поля зрения прибора. В случае больших радиусов поля зрения, а также для малых высот пограничного слоя, полученные нами ранее результаты для ровной поверхности сохраняют свою силу.

Из-за выбросов в атмосферу различного рода загрязняющих примесей контроль её состояния в настоящее время является весьма актуальной задачей [1, 2]. В частности, этот контроль можно осуществлять с помощью метода газокорреляционной ИК-радиометрии [3 – 5], в рамках которого измеряется общее содержание какой-либо примеси на длине пути зондирования атмосферы. Данный метод выгодно отличается от других методов [5], поскольку позволяет обнаруживать примеси с процентной точностью от их фонового содержания при длительности измерения порядка долей секунды. Однако детальный анализ мощности источников примесей по результатам измерений должен опираться на модель их пространственного распределения. Построению такой модели и посвящена данная работа. Причём, в отличие от моделей [6 – 8], здесь учитываются результаты работы [9], в которой показано, что учёт рельефа земной поверхности с небольшими характерными размерами неровностей приводит к экспоненциальной зависимости среднего поля скорости движения атмосферы от высоты в пограничном слое атмосферы.

Отметим, что в анализе процесса распространения примеси имеются два характерных размера. Первый – это радиус R_H поля зрения радиометра при вертикальном зондировании атмосферы. В зависимости от высоты зондирования R_H может принимать достаточно большие значения порядка $10^{2\div3}$ *м*. Второй характерный размер d представляет собой среднюю горизонтальную длину неровности земной поверхности. В зависимости от их соотношения возможны два случая. При $R_H << d$ анализ переноса примеси необходимо проводить с учётом задания уравнения рельефа земной поверхности и, по-видимому, он может быть выполнен только с привлечением численных методов. Ниже будет рассмотрен случай $R_H >> d$. Здесь в поле зрения прибора находится большое число выступов и впадин на земной поверхности, т.е. неровности должны иметь сравнительно небольшие размеры.

Обратимся к модели точечного источника примеси, расположенного на поверхности Земли в начале координат. Предполагаем, что перенос примеси осуществляется за счёт регулярного движения воздуха со средней скоростью u и диффузии в нём примеси. Поэтому рассматриваем следующее уравнение для пространственной плотности n примеси:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + u\frac{\partial n}{\partial x} = D\Delta n + Q\delta(r), \tag{1}$$

где координатная ось 0X направлена вдоль вектора скорости u движения атмосферы, высотная зависимость которой, как показано в [9], имеет вид

$$u = u_0[1 - \exp(-z/h)],$$

где u_0 – скорость ветра выше пограничного слоя, h – высота пограничного слоя. Остальные обозначения в (1) следующие: D – коэффициент турбулентной диффузии, Q – мощность источника примеси, т.е. число её частиц, рождаемых источником за единицу времени, $\delta(r)$ – дельта-функция, r – радиус-вектор.

Будем интересоваться стационарной функцией распределения, так как именно она представляет наибольший интерес с практической точки зрения. Хотя, на первый взгляд, уравнение (1) имеет достаточно простой вид, нам не удалось получить его аналитического решения. Ниже мы приведём оценку влияния пограничного слоя атмосферы на процесс распространения примеси на основе найденного в [8] решения уравнения (1) для постоянной скорости u. Это решение имеет вид

$$n_{st} = \frac{Q}{2\pi D r}\exp[\alpha(x - r)], \tag{2}$$

где $\alpha = u/2D$, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ – расстояние от источника примеси до точки наблюдения.

Понятно, что на достаточно больших высотах z решение уравнения (1) должно совпадать с (2) при $u = u_0$. Как следует из (2), на расстояниях от источника, меньших или порядка α^{-1}, распределение примеси имеет сферически-симметричный характер, т.е. диффузия является более быстрым процессом по сравнению с переносом примеси ветром. Мы предполагаем, что существует сравнительно протяжённая область пространства, в которой распределение n примеси описывается формулой (2) с зависящей от высоты z скоростью u или с $\alpha = \alpha(z)$. В этой области процесс диффузии примеси по высоте играет подчинённую роль по сравнению с её переносом за счёт ветра. Определим эту область. Характерный размер по высоте равен h, поэтому диффузионный член в (1) по порядку величины равен Dn/h^2. Так как из двух размерных величин D и u можно составить только одну величину D/u с размерностью длины, то эта величина как раз и является характерным масштабом изменения плотности n за счёт переноса примеси ветром. Поэтому член, ответственный за перенос примеси ветром, по порядку величины равен u^2n/D. Отсюда перенос примеси за счёт ветра преобладает над диффузией по высоте, если

$$\frac{u^2 n}{D} >> \frac{Dn}{h^2} \Rightarrow \alpha_0 h(1 - e^{-z/h}) >> 1, \tag{3}$$

где $\alpha_0 = u_0/2D$. Это неравенство и определяет область пространства, в котором распределение примеси n описывается формулой (2) с $\alpha = \alpha(z)$.

Ниже будет рассмотрен наиболее интересный случай, когда высота пограничного слоя $h >> \alpha_0^{-1}$. Случай $h \leq \alpha_0^{-1}$ малоинтересен, так как здесь неровности настолько малы, что практически не влияют на процесс распространения примеси. Для $h >> \alpha_0^{-1}$ неравенство (3) принимает вид $z >> \alpha_0^{-1}$. Поэтому полагаем, что при $z > \alpha_0^{-1}$ распределение примеси подчиняется формуле (2) с $\alpha = \alpha(z)$, а при $z < \alpha_0^{-1}$ имеет сферически симметричный вид (2) с $\alpha = 0$:

$$n_{st} \cong \begin{cases} \frac{Q}{2\pi D r}\exp[\alpha(x - r)], & z > \alpha_0^{-1} \\ \frac{Q}{2\pi D r}, & z < \alpha_0^{-1} \end{cases}, \tag{4}$$

где $\alpha = \alpha_0[1 - \exp(-z/h)]$.

Перейдём теперь к оценке общего содержания примеси при вертикальном зондировании атмосферы. Если радиометр расположен на высоте H с углом поля зрения ϕ, то поле зрения прибора S_H представляет собой круг с радиусом $R_H = \phi H$. Определим аналогично [8] общее содержание примеси при вертикальном зондировании следующим интегралом

$$K_z = \int_0^\infty dz \iint_{S_H} dxdyn_{st}. \tag{5}$$

В [8] было показано, что для плоской земной поверхности и постоянной скорости ветра u общее содержание $K_z = QR_H/u$. Оценим теперь, как изменятся результаты измерений, если распределение примеси определяется формулой (4). Подставляя (4) в (5) и переходя к полярным координатам при вычислении интеграла по S_H, имеем

$$K_z = K_{z1} + K_{z2},$$

$$K_{z1} = \frac{Q}{2\pi D} \int_0^{\alpha_0^{-1}} dz \iint_{S_H} \frac{dxdy}{r} = \frac{Q}{2\pi D} \int_0^{\alpha_0^{-1}} dz \int_0^{R_H} \frac{2\pi\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}},$$

$$K_{z2} = \frac{Q}{2\pi D} \int_{\alpha_0^{-1}}^{\infty} dz \int_0^{R_H} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\exp(\alpha\rho\cos\varphi - \alpha\sqrt{\rho^2+z^2})}{\sqrt{\rho^2+z^2}}. \tag{6}$$

Для поля зрения с радиусом $R_H >> \alpha_0^{-1}$ общее содержание K_{z1} легко вычисляется и с точностью до численного множителя порядка единицы имеет вид

$$K_{z1} = \frac{Q}{D} \int_0^{\alpha_0^{-1}} \left(\sqrt{R_H^2 + z^2} - z\right) dz \cong \frac{QR_H}{u_0}. \tag{7}$$

Проведём теперь оценку общего содержания K_{z2}. Прежде всего, отметим характерные особенности функции распределения (4). Во-первых, распределение примеси в основном локализовано в направлении средней скорости движения атмосферы, т.е. вдоль оси координат 0X. Во-вторых, на небольших высотах данное распределение медленно по степенному закону убывает с расстоянием от источника, который расположен в начале координат. Поэтому с ростом радиуса поля зрения R_H наблюдаемое общее содержание примеси в вертикальном столбе атмосферы увеличивается и, как следствие этого, главный вклад в K_{z2} даёт область интегрирования по ρ вблизи верхнего предела R_H.

Полагая в (6) $\cos\varphi \cong 1 - \varphi^2/2$, приходим к интегралу Гаусса по углу φ. Вычисляя его с учётом очевидного равенства

$$-\alpha\left(\sqrt{\rho^2+z^2}-\rho\right)=-\frac{\alpha z^2}{\rho+\sqrt{\rho^2+z^2}}\cong-\frac{\alpha z^2}{2\rho},$$

имеем

$$K_{z2}\cong\frac{Q}{D}\int\limits_0^{R_H}\frac{d\rho}{\sqrt{2\pi\rho}}\int\limits_{\alpha_0^{-1}}^{\infty}\exp\left(\frac{\alpha z^2}{2\rho}\right)\frac{dz}{\sqrt{\alpha}}. \quad (8)$$

Заметим также, что тот же самый результат (8) можно получить путём точного вычисления интеграла по φ, который равен $2\pi I_0(\alpha\rho)$, где $I_0(\alpha\rho)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Несложный анализ показывает, что с ростом ρ подынтегральная функция увеличивается и основной вклад в интеграл даёт область интегрирования вблизи верхнего предела R_H. Поэтому, используя асимптотику функции Бесселя для больших значений аргумента, получаем (8).

Интеграл в (8) по высоте разбиваем на сумму двух интегралов

$$I=\int\limits_{\alpha_0^{-1}}^{\infty}\exp\left(-\frac{\alpha z^2}{2\rho}\right)\frac{dz}{\sqrt{\alpha}}=I_1+I_2,$$

где

$$I_1=\int\limits_{\alpha_0^{-1}}^{h}\exp\left(-\frac{\alpha z^2}{2\rho}\right)\frac{dz}{\sqrt{\alpha}},\ I_2=\int\limits_{h}^{\infty}\exp\left(-\frac{\alpha z^2}{2\rho}\right)\frac{dz}{\sqrt{\alpha}}.$$

При вычислении I_1 будем полагать $\alpha(z)\cong\alpha_0 z/h$, а при вычислении $I_2-\alpha(z)\cong\alpha_0$.

В зависимости от соотношения между R_H и высотой пограничного слоя h возможны два случая оценки интеграла I. Рассмотрим сначала случай умеренных радиусов поля зрения радиометра, когда $R_H << \alpha_0 h^2$. Здесь, как показывает несложный анализ, интеграл I_2 экспоненциально мал и существенно меньше I_1, поэтому

$$I\cong I_1=\sqrt{\frac{h}{\alpha_0}}\int\limits_{\alpha_0^{-1}}^{h}\exp\left(-\frac{\alpha_0 z^3}{2h\rho}\right)\frac{dz}{\sqrt{z}}=2\sqrt{\frac{h}{\alpha_0}}\left(\frac{2h\rho}{\alpha_0}\right)^{1/6}\int\limits_{\xi_0}^{\xi_1}\exp(-\xi^6)d\xi,$$

где $\xi_0=\left(\frac{1}{2\alpha_0^2 hR_H}\right)^{1/6}$, $\xi_1=\left(\frac{\alpha_0 h^2}{2R_H}\right)^{1/6}$.

В рассматриваемом случае $\xi_0 << 1$, $\xi_1 >> 1$. Отсюда

$$\int_{\xi_0}^{\xi_1} \exp(-\xi^6)d\xi \cong \int_0^\infty \exp(-\xi^6)d\xi = \Gamma(7/6),$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Вычисляя интеграл по ρ и отбрасывая численный множитель порядка единицы, получаем

$$K_{z2} \cong \frac{Q}{D}\left(\frac{hR_H}{\alpha_0}\right)^{2/3}.$$

Рассмотрим теперь случай $R_H >> \alpha_0 h^2$. Здесь, наоборот, интеграл I_2 существенно больше I_1, поэтому

$$I \cong I_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}} \int_h^\infty \exp\left(-\frac{\alpha_0 z^2}{2\rho}\right) dz \cong \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\alpha_0 z^2}{2\rho}\right) dz = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2\alpha_0^2}}$$

и оценка содержания K_{z2}, после интегрирования по ρ и отбрасывания численного множителя порядка единицы, имеет вид

$$K_{z2} \cong \frac{QR_H}{u_0}.$$

Таким образом, общее содержание примеси при вертикальном зондировании атмосферы газокорреляционным радиометром с учётом неровностей земной поверхности оценивается следующей формулой

$$K_z \cong \begin{cases} \frac{QR_H}{u_0} + \frac{Q}{D}\left(\frac{hR_H}{\alpha_0}\right)^{2/3}, & R_H << \alpha_0 h^2, \\ \frac{2QR_H}{u_0}, & R_H >> \alpha_0 h^2. \end{cases} \qquad (9)$$

Перейдём к обсуждению полученных результатов. Прежде всего отметим, что общее содержание примеси (9) получено при выполнении следующих неравенств:

$$h >> \alpha_0^{-1}, \quad R_H >> \alpha_0^{-1}, \qquad (10)$$

где α_0^{-1} – расстояние от источника, ближе которого диффузионное распространение примеси является главным механизмом переноса. С учётом характерного значения турбулентного коэффициента диффузии данный размер $\alpha_0^{-1} \approx 1$ *м*, поэтому неравенства (10) практически всегда выполняются. Нами не был рассмотрен очень тонкий пограничный слой высоты $h \leq \alpha_0^{-1}$ из-за того, что такие неровности практически не влияют на процесс распространения примеси и земную поверхность можно считать ровной.

Формула (9) в предельном случае $h \to 0$ приводит к правильному результату $K_z = 2QR_H/u_0$ для плоской земной поверхности. Высота пограничного слоя h зависит от характерного размера d неровности земной поверхности, коэффициента турбулентной вязкости и состояния атмосферы, которое характеризуется критическим значением числа Рейнольдса. Из физических соображений ясно, что h больше или порядка размера d, который должен быть существенно меньше радиуса R_H поля зрения прибора.

При радиусах поля зрения радиометра $R_H << \alpha_0 h^2$, как это следует из формулы (9), результаты измерений должны зависеть от высоты пограничного слоя. Первый член в (9) совпадает с результатом [8] для плоской земной поверхности. Второй член представляет собой поправку, связанную с учётом высоты пограничного слоя. Для рассматриваемых радиусов R_H второй член превышает первый в $(\alpha_0 h^2/R_H)^{1/3}$ раз и, следовательно, пограничный слой существенным образом влияет на процесс распространения примеси в атмосфере.

Для больших полей зрения радиометра с радиусами $R_H >> \alpha_0 h^2$, как показывает оценка (9), результаты измерений не должны зависеть от высоты пограничного слоя. Это связано с тем, что радиометр измеряет среднее значение содержания примеси в вертикальном столбе атмосферы, и при больших радиусах поля зрения прибора неровности играют второстепенную роль.

Рассматривая вертикальное зондирование атмосферы с источником примеси в центре поля зрения прибора, оценка (9) получена в предположении стационарного распределения примеси в атмосфере Земли. Поэтому формула (9) справедлива для моментов времени $t > R_H^2/D$, начиная с момента $t = 0$ включения источника примеси. Отметим, что это условие практически всегда выполнимо.

Таким образом, проведённый анализ позволяет сделать следующие основные выводы. Результаты, полученные ранее в [8] для плоской земной поверхности, остаются в силе либо для очень малых высот пограничного слоя $h \leq \alpha_0^{-1}$, либо для больших зон наблюдения с полем зрения радиометра $R_H >> \alpha_0 h^2$. Для умеренных значений $R_H << \alpha_0 h^2$ влияние пограничного слоя на процесс распространения примеси в атмосфере Земли оказывается весьма существенным. Оценку данного влияния можно выполнить с помощью формулы (9), а более точные результаты должны базироваться на численном анализе уравнения (1).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Уорк К., Уорнер С. Загрязнение воздуха. Источники и контроль. М., Мир, 1980.

[2] Детри Ж. Атмосфера должна быть чистой. Загрязнения атмосферы и борьба с ними. М., Прогресс, 1979.

[3] Pan L., Edwards D. P., Gille J. C., Smith M. W., Drummond J. R. Appl. Opt., **34**, N 30, 6976 (1995).

[4] Drummond J.R. et al. Proceedings of SPIE, **3756**, 396 (1999).

[5] Виролайнен Я. А., Дементьев Б. В., Иванов В. В., Поляков В. В. Исследования Земли из космоса, N 6, 39 (2002).

[6] Иванов В. В., Решетняк С. А., Шелепин Л. А., Щеглов В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 4, 35 (2002).

[7] Дементьев Б. В., Иванов В. В., Решетняк С. А., Шелепин Л. А., Щеглов В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 18 (2003).

[8] Dement'ev B. V., Reshetnyak S. A., Shelepin L. A., and Shcheglov V. A. Journal of Russian Laser Research, **26**, N 3, 179 (2005).

[9] Дементьев Б. В., Решетняк С. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 1, 38 (2007).

Поступила в редакцию 20 октября 2006 г.