

УДК 53.3

ДИНАМИКА ВОЛАТИЛЬНОСТИ ЦЕН АКЦИЙ ПРИ ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИИ

И. М. Дремин¹, А. В. Леонидов²

Нетривиальная совокупность длиннодействующих корреляций и шума является одной из характерных черт динамики сложных систем. Фильтрация шума в таких системах является сложной задачей. В настоящей статье эта проблема изучается на примере динамики волатильности в вейвлет-фильтрованных временных рядах цен на акции. Используя универсальный пороговый метод вейвлет-фильтрации и принцип минимальности линейной автокорреляции шумовой компоненты мы обнаруживаем, что количественные характеристики эффектов длинной памяти в динамике волатильности отфильтрованного ряда заметно отличаются от этих характеристик для исходного ряда и шума.

Разделение полезной информации и шума является одной из важнейших проблем, возникающих как в физике, так и в прикладных задачах при анализе систем с нетривиальной динамикой, характеризующихся выраженной нелинейностью, длинной памятью и/или существенной нелокальностью, которые частично зашумлены. Фильтрация шумовой компоненты в динамике сложных систем является трудной и важной задачей, нуждающейся в подробном исследовании. В связи с этим представляет существенный интерес изучение такой фильтрации на примере динамики цен на акции, характеризующейся всеми чертами сложных систем и для которой наличие большого объема

¹e-mail dremin@lpi.ru

²Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва, Россия, e-mail leonidov@lpi.ru

высокочастотных экспериментальных данных позволяет осуществить детальное исследование процесса выделения шумовой компоненты.

В общем случае различают два базовых типа компонент динамики цен на акции. Участников рынка разделяют на принимающих рациональные решения согласно некоторой выбранной стратегии и тех, кто эффективно принимает случайные решения (шумовые трейдеры). Понимание роли рациональных стратегий требует поэтому фильтрации наблюдаемого ценового ряда по шуму. Главная трудность в выделении значимого сигнала состоит в невозможности дать строгое определение шума. Обычная интуиция представляет шум как высокочастотную некоррелированную добавку к более низкочастотному сигналу, несущему полезную информацию. При количественной реализации такого представления возникает два рода проблем. Во первых, шум может существовать не на одной, а на нескольких шкалах. В этом случае фильтрация шума должна производиться для каждого существенного масштаба. Во вторых, наличие шума с нулевой автокорреляцией не означает, что нелинейные корреляторы высших порядков также равны нулю. Полезным инструментом для мультимасштабной фильтрации шума является фильтрация, использующая вейвлеты, см., напр., [1, 2, 3]. Вопрос о наличии нелинейных корреляций высших порядков в шумовой компоненте будет рассмотрен в настоящей статье при обсуждении динамики волатильности. Упомянем также, что основанная на применении вейвлетов фильтрация шума недавно обсуждалась в [4, 5], где изучалось разбиение на активные (турбулентные) и пассивные (ламинарные) периоды в очищенном от шума сигнале. Можно также предположить [6], что шумовым трейдерам отвечают в квантовополевой формулировке [6] инфракрасные вклады (малые объемы), в то время как рациональным стратегиям, отвечают жесткие вклады (большие объемы).

В настоящей работе мы сконцентрируемся на изучении динамики волатильности вейвлет-очищенных временных финансовых рядов. Волатильность (амплитуда ценовых флуктуаций) является одной из их ключевых характеристик. В отличие от классической диффузии (броуновского случайного блуждания), для которой волатильность постоянна, финансовые временные ряды характеризуются перемежающимися периодами низкой и высокой волатильности. Такое поведение указывает на наличие эффектов длинной памяти для амплитуд ценовых приращений (волатильности), см., напр., [7, 8]. В частности, свойство длинной памяти для динамики волатильности приводит к

очень медленному степенному убыванию автокорреляции волатильности³. Адекватный учет роли различных временных горизонтов на динамику волатильности позволяет построить экономную модель ценовой динамики, объясняющую многие важные свойства наблюдаемой эволюции цен [9, 11].

В настоящей работе главное внимание уделяется анализу автокорреляционных свойств высокочастотной волатильности. Мы рассмотрим данные для 5-минутных удельных приращений цены для индекса MICEX10INDEX и пяти наиболее ликвидных акций EESR, RTKM, LKOH, SBER, SNGS, торгующихся на Московской международной валютной бирже ММВБ в 2003–2005 гг.

Динамика волатильности в вейвлет-фильтрованных ценовых рядах. Хорошо известно, что динамические свойства ценовых рядов близки, на первый взгляд, к свойствам случайного блуждания. Это относится, в частности, к практически нулевой автокорреляции ценовых приращений. Более детальный анализ показывает, однако, что нулевая автокорреляция не означает, что последовательные ценовые приращения независимы. Их зависимость проявляется в более сложных нелинейных корреляциях, например, корреляциях модулей ценовых приращений.

Для всех изучаемых инструментов мы рассматриваем ряды 5-минутных логарифмических удельных приращений с нулевым средним и единичным стандартным отклонением:

$$r_n^0 = \log \left(\frac{p(t_n + \Delta T)}{p(t_n)} \right) \Rightarrow r_n = \frac{r_n^0 - \langle r_n \rangle}{\sigma}, \quad (1)$$

где $p(t)$ – цена акций.

Фильтрация исходного ряда $\{r\}$ состоит в его разделении на очищенную (отфильтрованную) и шумовую компоненты:

$$r = r_F + r_N. \quad (2)$$

Как отмечалось во введении, очистка финансового временного ряда от шума является критически важным шагом при выявлении замаскированных шумом вероятностных зависимостей. Основная проблема состоит в том, что строгого определения шума, базирующегося на на каких-либо фундаментальных принципах теоретических финансов, не существует. Таким образом, при рассмотрении задачи выделения шума из временного

³Детальное изучение корреляций волатильности выявило наличие нескольких характерных масштабов, приводящих к наблюдаемым эффектам длинной памяти в динамике волатильности [9, 10].

ряда необходимо дать операционное определение шума. Для финансовых приложений наиболее важной характеристикой является, в идеальном случае, полное отсутствие предсказуемости, отвечающее полной вероятностной независимости членов рассматриваемого ряда. На самом деле практически невозможно предложить процедуру фильтрации, зануляющую все нелинейные корреляционные функции. Поэтому мы ограничимся рассмотрением обычной линейной автокорреляционной функции с лагом 1, потребовав, чтобы автокорреляция шумовой компоненты с единичным сдвигом $\rho_N(1)$ равнялась нулю:

$$\rho_N(1) \equiv \langle r_N(t) r_N(t + \Delta T) \rangle = 0. \quad (3)$$

Свойство (3) означает, что в шумовой компоненте отсутствует линейная предсказуемость, т.е. что условное среднее $\langle r_N(t + \Delta T) \rangle_{r_N(t)} = \rho_N \cdot r(t)$ равно нулю для всех $r_N(t)$, так что в шуме не содержатся компоненты с тривиальной доходностью.

Используемая нами процедура фильтрации основана на универсальной вейвлетной пороговой фильтрации [12, 13]. Она реализуется в три этапа:

– Дискретное вейвлет-преобразование (DWT) исходного ряда ценовых доходностей $r(t)$:

$$r(t) \implies w_{j,n} = 2^{-j/2} \int dt r(t) \psi(2^{-j}t - n) \quad (4)$$

где $\psi(t)$ есть материнский вейвлет, для которого мы используем функцию Добеши 2.

– Разделение набора вейвлет-коэффициентов $w_{j,n}$ на шумовые $w_{j,n}^N$ и отвечающие полезному сигналу $w_{j,n}^F$ вклады с использованием универсального порогового метода [12, 13], где компоненты полезного сигнала удовлетворяют, для каждого уровня разрешения j , следующему требованию:

$$|w_{j,n}^F| > \sqrt{2 \log n} \sigma_{j,n}, \quad (5)$$

где n есть число вейвлет-коэффициентов на уровне j , а $\sigma_{j,n}$ есть их стандартное отклонение.

– Обратное вейвлет-преобразование набора $\{w_{j,n}^F\}$, генерирующее очищенный временной ряд $r^F(t)$ и соответствующий шумовой ряд $r^N(t) \equiv r(t) - r^F(t)$.

Как уже упоминалось выше, для полного определения процедуры оптимальной фильтрации необходимо дать операционное определение шума. Определим оптимальную фильтрацию как приводящую, для рассматриваемой процедуры, к наименьшему коэффициенту автокорреляции шумовой компоненты с лагом 1. В рамках универсального порогового метода естественным свободным параметром является число уровней, вовлеченных в процесс фильтрации. Рассматриваемые временные ряды включают $16384 = 2^{14}$

5-минутных интервалов, так что всего имеется 14 уровней разрешения. Обычная процедура состоит в универсальной пороговой фильтрации по всем уровням разрешения, начиная с третьего. Мы рассматривали глубину фильтрации в качестве подгоночного параметра, позволяющего достичь оптимальной (т.е. приводящей к наименьшей автокорреляции с единичным сдвигом для шумовой компоненты). Анализ показал, что для индекса MICEX10INDEX оказывается оптимальным начинать фильтрацию с 7-го уровня, в то время как для всех пяти акций оптимальным стартовым уровнем является 3-й. Эффект фильтрации иллюстрирует рис. 1, на котором изображена эволюция удельных ценовых приращений для исходного и очищенного рядов индекса MICEX10INDEX и акции ЛКОН. На рис. 1 ясно виден эффект выбора начального уровня: На рис. 1(а) пунктирная линия, показывающая очищенный ряд, маскируется исходным рядом, т.е. фильтрация индекса начинается при существенно большем разрешении, чем фильтрация для акций.

Сравним некоторые свойства исходного и очищенного рядов $r(t)$ и $r^F(t)$ и рассмотрим три наиболее интересных вопроса:

- Индуцирует ли фильтрация автокорреляцию очищенного ряда?
- Является ли очищенный ряд более/менее негауссовым, чем исходный?
- Каковы, в сравнении с исходным и шумовым рядом, корреляционные свойства очищенного ряда?

Для ответа на первый вопрос необходимо изучить коэффициент автокорреляции с единичным сдвигом $\rho(1)$. Для ответа на второй вопрос необходимо ввести количественную меру расстояния между распределениями удельных приращений $\mathcal{P}(r)$ и $\mathcal{P}(r^F)$ и гауссовыми распределениями, имеющими те же стандартные отклонения. Удобной количественной мерой этого расстояния является (нормированный) гиперкумулянт [7]:

$$\kappa = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\langle |r| \rangle}{\sigma_r}. \quad (6)$$

Для гауссового распределения $\kappa = 1$, а $\kappa < 1$ означает, что распределение имеет положительный аномальный эксцесс и тяжелые хвосты. Соответствующие характеристики для рассматриваемых инструментов приведены в табл. 1.

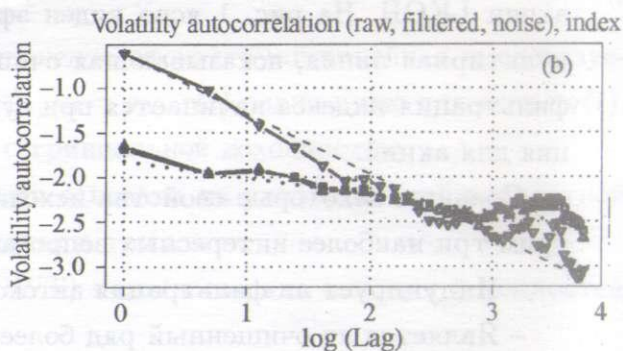
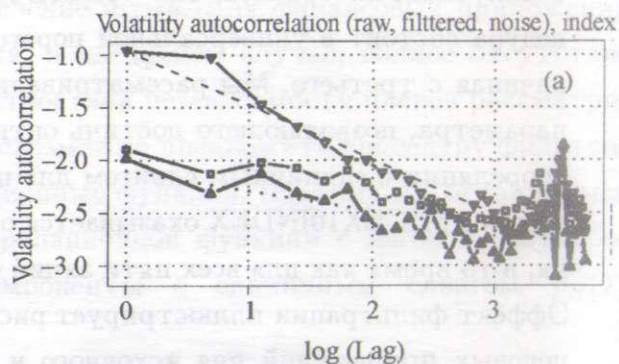
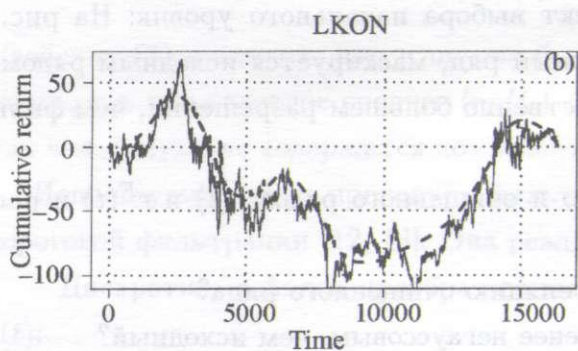
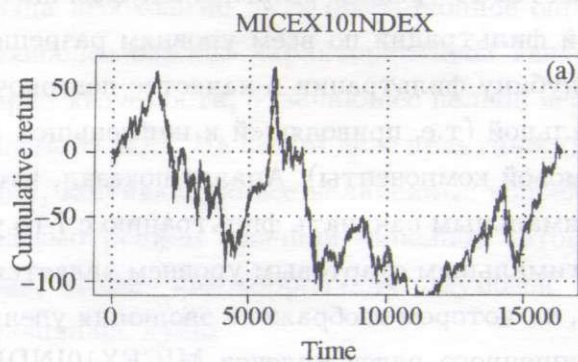


Рис. 1. Исходная (сплошные линии) и очищенная (штриховые линии) ценовая динамика (a) MICEX10INDEX; (b) LKON.

Рис. 2. (a) Автокорреляция волатильности для очищенного (треугольник вниз), исходного (треугольник вверх) и шумового (квадрат) рядов для индекса MICEX10INDEX. (b) Усредненная автокорреляция волатильности для очищенного (треугольник вниз), исходного (треугольник вверх) и шумового (квадрат) рядов для акций. Штриховые линии: степенные фиты автокорреляционных функций очищенных рядов. Пунктирные линии: степенные фиты автокорреляционных функций исходных рядов.

Т а б л и ц а 1

Инструмент	$\rho(1)$	$\rho_F(1)$	κ	κ_F
MICEX10IND	-0.0036	-0.0512	0.7872	0.3178
EESR	0.0013	0.0152	0.8038	0.203
RTKM	-0.0431	-0.0648	0.8533	0.1773
LKON	-0.0128	-0.0246	0.8641	0.2089
SNGS	-0.0602	-0.2872	0.8856	0.19
SBER	-0.0755	-0.2618	0.835	0.1747

Мы видим, что автокорреляции очищенного ряда несколько усилены по сравнению с исходным, однако по величине (за исключением SNGS и SBER) остаются незначительными. Более выраженным эффектом является разительное отличие значений нормированного гиперкумулянта κ в исходных и очищенных рядах. Мы видим, что очищенные ряды гораздо более негауссовы, чем исходные.

Для рассмотрения третьего вопроса обратимся к анализу динамики волатильности исходных, вейвлет-преобразованных и шумовых временных рядов. Мы будем использовать простое определение волатильности как модуля удельных ценовых приращений. Фундаментальной характеристикой динамики волатильности является автокорреляционная функция со сдвигом

$$g(k) = \frac{(\langle |r_n| - \langle |r| \rangle)(\langle |r_{n+k}| - \langle |r| \rangle)}{\sigma^2(|r|)}. \quad (7)$$

Одним из важнейших свойств финансовых рядов является медленное степенное убывание $g(k)$ с k , показывающее, что стохастический процесс, описывающий временную эволюцию волатильности, является процессом с длинной памятью, см., напр., [7].

Автокорреляционные функции волатильности для исходного, очищенного и шумового рядов для индекса MICEX10INDEX и соответствующих усредненных автокорреляционных функций волатильности для пяти акций показаны на рис. 2. Все эти функции характеризуются степенным поведением

$$g(k) = g_0 k^{-\alpha}. \quad (8)$$

Наклоны $\{\alpha\}$ для степенных фитов кривых, показанных на рис. 2, приведены в табл. 2:

Т а б л и ц а 2

Инструмент	Исходный	Очищенный	Шумовой
MICEX10INDEX	-0.19	-0.52	-0.13
Акции	-0.19	-0.68	-0.18

Яркой особенностью графиков на рис. 2 и, соответственно, значений наклонов в табл. 2, является тот факт, что хотя автокорреляционные свойства исходных и очищенных рядов приращений практически совпадают, значение g_0 для очищенных рядов примерно в два раза больше, чем для исходных, а наклоны, со значениями $\alpha = 0.67$ для акций и $\alpha = 0.52$ для индекса, существенно больше значения $\alpha = 0.19$ для исходных рядов. Таким образом, вейвлет-фильтрация вскрывает динамику волатильности, существенно

отличную от наблюдаемой в исходных зашумленных рядах⁴. Это свойство может быть очень важным при изучении вопроса о реальной степени предсказуемости для динамики волатильности, являющегося крайне важным для многих практических приложений. Этот факт составляет главный результат настоящей работы.

Сформулируем еще раз главные выводы настоящей работы. Нами применялась процедура обработки исходных рядов удельных ценовых доходностей, использующая метод универсальной пороговой фильтрации коэффициентов дискретного вейвлет-преобразования. Мы показали, что:

- Очищенные ряды существенно более негауссовы, чем исходные.
- Очищенные ряды характеризуются динамикой волатильности, разительно отличной, с большими амплитудами и наклонами, от динамики волатильности исходных рядов.
- Автокорреляционная функция волатильности шума весьма близка к автокорреляционной функции волатильности исходных рядов.

В настоящей работе мы рассматривали, главным образом, лишь одну из характеристик вейвлет – фильтрованных рядов: автокорреляционную функцию волатильности. Недавние исследования выявили несколько ярких зависимостей, характеризующих высокочастотную динамику цен на акции [14, 15, 16, 17]. Было бы весьма интересно изучить, как изменяются эти свойства при рассмотрении очищенных от шума рядов. Эти вопросы в настоящее время изучаются.

Работа поддержана грантом РФФИ 06–06–80357.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] I. M. Dremin, O. V. Ivanov, and V. A. Nechitailo, *Physics-Uspekhi* **44** 447 (2001).
- [2] R. Gencay, F. Selcuk, and B. Whitcher, *An Introduction to Wavelets and other Filtering Methods in Finance and Economics*, (Springer, Berlin, 2001).
- [3] J. B. Ramsey, *Wavelets in Economics and Finance: Past and Future*, C. V. Starr Center for Applied Economics, report RR 2002-02.
- [4] M. Bartolozzi, D. B. Leinweber and A. W. Thomas, *Self-Organized Criticality and Stock Market Dynamics: an Empirical Study*, [ArXiv:cond-mat/0405257].

⁴Отметим, что чувствительность калибровки динамики волатильности к эффектам шума очень значительны, см., напр., комментарий в [11].

- [5] M. Bartolozzi, D. B. Leinweber and A. W. Thomas, Scale-free avalanche dynamics in the stock market, [arXiv:physics/0601171].
- [6] I. M. Dremin, A. V. Leonidov, On distribution of number of trades in different time windows in the stock market, *Physica A* **383** 388 (2005), [arXiv:cond-mat/0409179].
- [7] J.-P. Bouchaud and M. Potters, *Theory of Financial Risk and Derivative Pricing*, (Oxford Univeristy Press, Oxford, 2003).
- [8] G. Zumbach, *Quantitative Finance* **4**, 70 (2004).
- [9] B. LeBaron, *Quantitative Finance* **1**, 631 (2001).
- [10] P. E. Lynch and G. O. Zumbach, *Quantitative Finance* **3**, 320 (2003).
- [11] L. Borland and J.-P. Bouchaud, On a multi-timescale statistical feedback model for volatility correlations, [ArXiv:physics/0507073].
- [12] D. Donoho and I. Johnstone, *Biometrika* **81**, 425 (1994).
- [13] D. Donoho and I. Johnstone, *Journ. Am. Stat. Ass.* **90**, 1200 (1995).
- [14] A. Leonidov, V. Trainin, and A. Zaitsev, On collective non-gaussian dependence patterns in high frequency financial data, ArXiv:physics/0506072.
- [15] A. Leonidov, V. Trainin, A. Zaitsev, and S. Zaitsev, Market Mill Dependence Pattern in the Stock Market: Asymmetry Structure, Nonlinear Correlations and Predictability, arXiv:physics/0601098.
- [16] A. Leonidov, V. Trainin, A. Zaitsev, and S. Zaitsev, Market Mill Dependence Pattern in the Stock Market: Distribution Geometry, Moments and Gaussization, arXiv:physics/0603103.
- [17] A. Leonidov, V. Trainin, A. Zaitsev, and S. Zaitsev, Market Mill Dependence Pattern in the Stock Market: Modeling of predictability and asymmetry via multi-component conditional distribution, *Physica A* **386**, 240 (2007), arXiv:physics/0701158.

Поступила в редакцию 23 октября 2007 г.