

УДК 539.1

ЯДЕРНЫЙ ФАКТОР КХД И МОМЕНТЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ В ВЫСШИХ ПОРЯДКАХ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

А. В. Виноградов

Найдены пертурбативные решения уравнения глюодинамики с модифицированным интегральным ядром во втором и третьем порядках теории возмущений (приближениях 2NLO – next-to-next-to-leading order и 3NLO – next-to-next-to-next-to-leading order). Проанализировано влияние ядерного фактора N_S на поведение отношения кумулянтного и факториального моментов H_q распределений по множественности. Проведено сопоставление теоретических выводов с результатами моделирования столкновений ядер p - Pb и Pb - Pb с энергиями 200 ГэВ/нуклон и 546 ГэВ/нуклон.

При взаимодействиях частиц высоких энергий основную роль играют процессы множественного рождения частиц. Для их описания предложена система уравнений квантовой хромодинамики [1–3]. Решение этих уравнений для случая бегущей константы связи производится по теории возмущений [4, 5]. Начинают обычно с простейшего случая глюодинамики, т. е. не рассматривают взаимодействия с участием кварков. Это позволяет сделать некоторые заключения относительно поведения моментов распределения частиц по множественности для глюонных струй. Учёт кварков слабо влияет на эти выводы и не меняет их качественного характера [6, 7]. Поэтому в данной работе рассматривается случай глюодинамики.

Решение уравнения глюодинамики в приближениях 2NLO и 3NLO. Уравнение глюодинамики, описывающее взаимодействия глюонов без учёта кварков, имеет вид:

$$G'(y) = \int_0^1 dx K(x) \gamma_0^2 (y + \ln x + \ln(1-x)) [G(y + \ln x) G(y + \ln(1-x)) - G(y)].$$

Здесь $G(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (1+z^n)P_n$ – производящая функция распределения по множественности (P_n – плотность вероятности рождения n частиц, т. е. функция распределения по множественности, z – вспомогательная переменная); $G'(y) = dG/dy$, $y = \ln(p\theta/Q_0) = \ln(2Q/Q_0)$ – переменная эволюции струи, определяющая энергетическую шкалу (p – импульс начального партона, θ – угол раствора струи, обычно предполагаемый фиксированным; Q – виртуальность (квадрат 4-импульса) начального партона (струи); $Q_0 = \text{const}$); $\gamma_0^2(y) = \frac{6\alpha_S(y)}{\pi}$, $\alpha_S(y)$ – бегущая константа связи, которая в двухпетлевом приближении записывается как $\alpha_S(y) = \frac{2\pi}{11} \left(1 - \frac{51}{121} \frac{\ln(2y)}{y} \right) + O(y^{-3})$.

Моменты распределения по множественности определяются как

$$F_q = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)\dots(n-q+1)P_n}{\langle n(y) \rangle^q} = \frac{1}{\langle n(y) \rangle^q} \left. \frac{d^q G(z)}{dz^q} \right|_{z=0} - \text{факториальный,}$$

$$\text{и } K_q = \frac{1}{\langle n(y) \rangle^q} \left. \frac{d^q \ln G(z)}{dz^q} \right|_{z=0} - \text{кумулянтный момент ранга } q;$$

$\langle n(y) \rangle$ – средняя множественность партонов в струе с данным значением y .

Ядро уравнения задаётся в виде $K(x) = \frac{1}{x} - (1-x)[2-x(1-x)]$. Ядерный фактор КХД

N_S обычно вводится в ядро следующим образом [8, 9]: $K(x) = \frac{N_S}{x} - (1-x)[2-x(1-x)]$. Он подчеркивает изменение соотношения между мягкой и жёсткой частями спектра партонов. Сингулярный член $1/x$ описывает частицы низких энергий, и с появлением в числителе величины $N_S > 1$ расширяется мягкая часть спектра, т. е. возрастает количество испускаемых мягких глюонов. Это моделирует смягчение спектра рожденных частиц за счёт перерасеяний в ядерной среде. В нашем случае удобнее рассмотреть ядро $K(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{N_S}(1-x)[2-x(1-x)]$. Это не меняет физической картины явления, но позволяет избежать появления коэффициента $\sqrt{N_S}$ при лидирующем члене пертурбативного ряда.

Зависимость средней множественности от энергии определяется через “аномальную размерность” КХД $\gamma(y)$ следующим образом: $\langle n(y) \rangle = e^{a \int^y \gamma(y') dy'}$. Нижний предел интегрирования a постоянен и влияет только на нормировочный множитель, который является свободным подгоночным параметром. Именно поэтому изменение нормировки $K(x)$ не влияет на результат. Для аномальной размерности КХД γ используем приближенное выражение: $\gamma = \gamma_0(1 - a_1\gamma_0 - a_2\gamma_0^2 - a_3\gamma_0^3 - \dots)$ (пертурбативное разложение при большой энергии, т. е. для больших y).

Решение уравнения в приближении 2NLO означает, что мы раскладываем все функции со смещенными аргументами в ряд Тейлора и оставляем в правой части уравнения слагаемые порядка до γ_0^2 включительно:

$$\frac{1}{\gamma_0^2} [\ln G(y)]'' = G(y) - 1 - 2h_1 G'(y) + h_2 G''(y) + 4Bh_1 \gamma_0^2 [G(y) - 1].$$

Здесь $h_1 = \frac{11}{24N_S}$, $h_2 = \frac{67}{36N_S} - \frac{\pi^2}{6}$, $B = \frac{11}{24}$ [10].

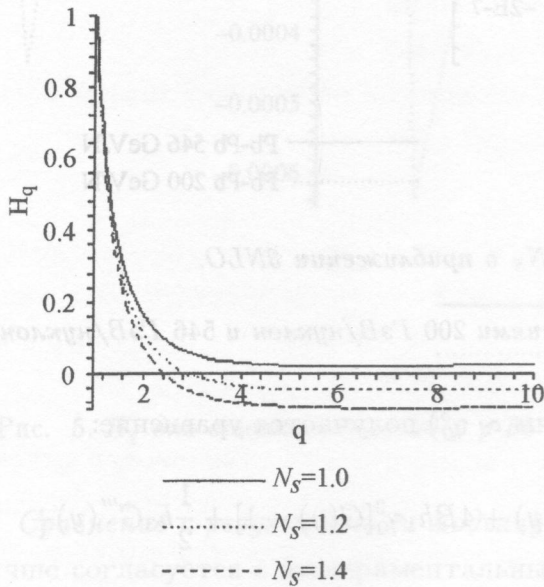


Рис. 1. Сдвиг корней H_q с ростом N_S в приближении 2NLO.

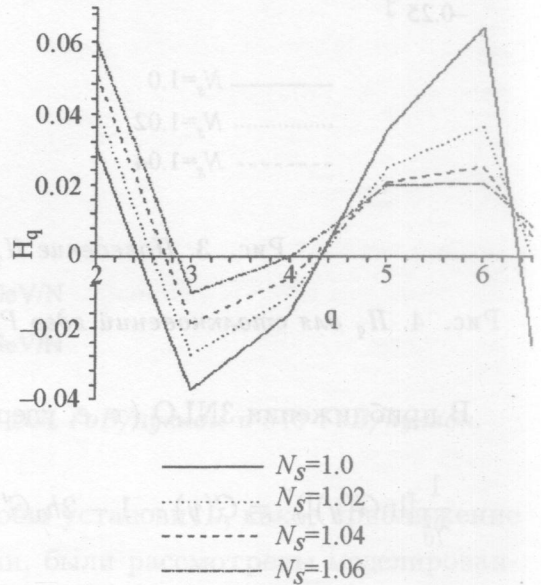


Рис. 2. Сдвиг корней H_q с ростом N_S в приближении 3NLO.

Из последнего уравнения можно найти коэффициенты a_1 и a_2 , приравнявая члены при 1-й степени z : $a_1 = h_1 - \frac{B}{2}$, $a_2 = \left(\frac{a_1}{2} - h_1\right)(a_1 + 2B) - \frac{h_2}{2}$. Далее, рассматривая члены при z^q с произвольным q , находим явное выражение для отношения кумулянтного и факториального моментов H_q : $H_q = \frac{1 - 2h_1 q \gamma_0 + (h_2 q^2 + 2h_1 a_1 q + 4Bh_1) \gamma_0^2}{q^2 - (2a_1 q^2 + Bq) \gamma_0 + [(a_1^2 - 2a_2) q^2 + 2Ba_1 q] \gamma_0^2}$. Эта функция имеет один минимум, расположенный в точке $q_{\min} \approx \frac{1}{h_1 \gamma_0} + \frac{a_1}{h_1}$, и при больших q стремится к постоянной величине $h_2 \gamma_0^2$. С ростом параметра N_S корни функции сдвигаются влево (в сторону уменьшения q), а положение минимума – вправо. Рис. 1 демонстрирует сдвиг первого корня H_q .

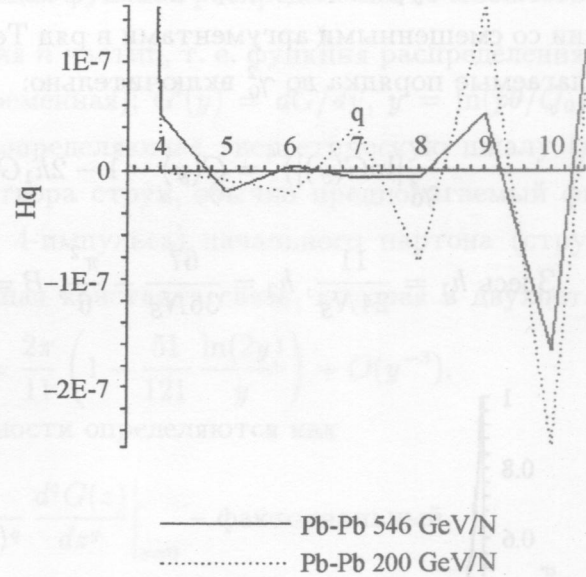
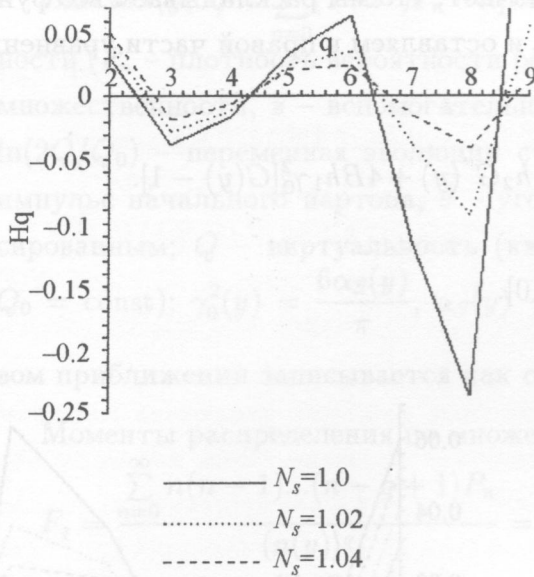


Рис. 3. Поведение H_q с ростом N_s в приближении 3NLO.

Рис. 4. H_q для столкновений ядер Pb-Pb с энергиями 200 ГэВ/нуклон и 546 ГэВ/нуклон.

В приближении 3NLO (т. е. удерживая члены $\sim \gamma_0^3$) получается уравнение:

$$\frac{1}{\gamma_0^2} [\ln G(y)]'' = G(y) - 1 - 2h_1 G'(y) + h_2 G''(y) + 4Bh_1 \gamma_0^2 [G(y) - 1] + \frac{1}{2} h_3 G'''(y) +$$

$$+ h_{12} [G''(y)(\ln G(y))' + G'(y)(\ln G(y))''] - 4Bh_2 \gamma_0^2 G'(y),$$

где $h_3 = 2\zeta(3) - \frac{413}{108N_s}$, $h_{12} = \zeta(3) - \frac{395}{216N_s} + \frac{11\pi^2}{72N_s}$ (ζ - дзета-функция Римана) [11].

Из этого уравнения можно найти коэффициент a_3 ($a_3 = a_2 \left(a_1 - h_1 + \frac{3}{2}B \right) - \frac{1}{2}BB_1 + \left(a_1 + \frac{5}{2}B \right) h_2 - \frac{1}{4}h_3$, $B_1 = \frac{17}{44}$) и получить рекуррентное соотношение для вычисления старших моментов H_q через младшие, пользуясь известной формулой для связи моментов $F_q = \sum_{k=0}^{q-1} C_{q-1}^k K_{q-k} F_k$. Графики H_q , построенные для значений $N_s = 1.0..1.08$ (рис. 2) и $N_s = 1.0..1.04$ (рис. 3) показывают, что при увеличении N_s первый корень H_q теперь сдвигается вправо, а также уменьшается амплитуда осцилляций. При $N_s > 1.2$ наблюдается исчезновение осцилляций, и поведение H_q становится таким же, как в 2NLO-приближении: один минимум и наличие асимптоты.

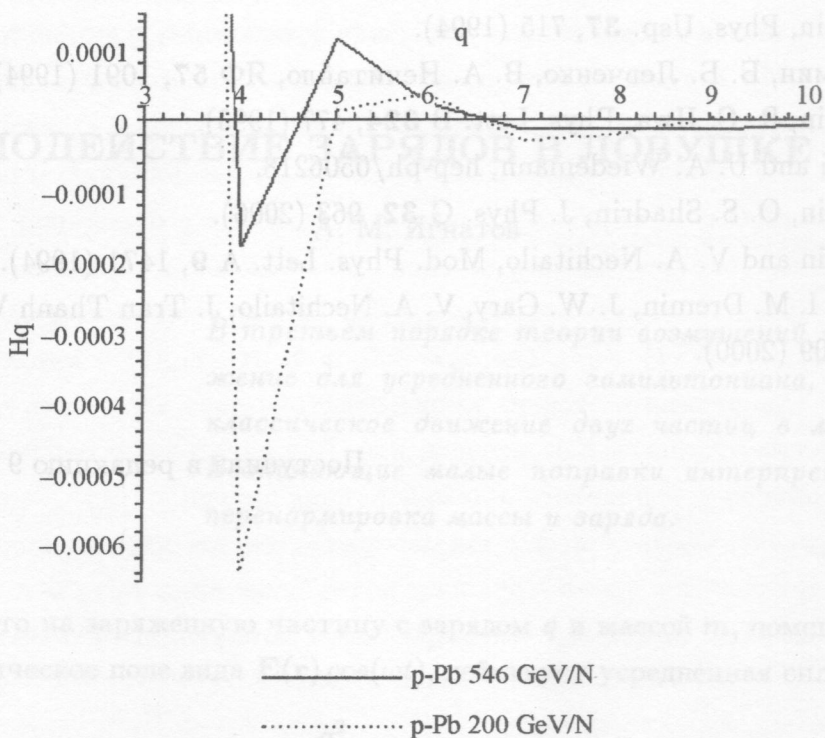


Рис. 5. H_q для столкновений ядер p -Pb с энергиями 200 ГэВ/нуклон и 546 ГэВ/нуклон.

Сравнение с результатами моделирования. Чтобы установить, какое приближение лучше согласуется с экспериментальными данными, были рассмотрены моделированные распределения по множественности при столкновениях ядер p -Pb и Pb-Pb с энергиями 200 ГэВ/нуклон и 546 ГэВ/нуклон. По ним вычислены значения H_q и построены их графики (рис. 4, рис. 5). Видно, что поведение H_q более точно описывается 3NLO-приближением, т. к. первый корень при большем значении N_S смещается вправо, в сторону возрастания q , а амплитуда осцилляций уменьшается. Сравнение рис. 3 и рис. 4 позволяет оценить величину N_S для столкновения ядер Pb-Pb: для энергии ядер 200 ГэВ/нуклон $N_S \approx 1.0$; для энергии 546 ГэВ/нуклон $N_S \approx 1.04$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, ЯФ **15**, 1218 (1972).
 [2] G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
 [3] Ю. Л. Докшипер, ЖЭТФ **73**, 1216 (1977).

- [4] I. M. Dremin, Phys. Lett. B **313**, 209 (1993).
- [5] I. M. Dremin, Phys. Usp. **37**, 715 (1994).
- [6] И. М. Дремин, Б. Б. Левченко, В. А. Нечитайло, ЯФ **57**, 1091 (1994).
- [7] I. M. Dremin, R. C. Hwa, Phys. Lett. B **324**, 477 (1993).
- [8] N. Borghini and U. A. Wiedemann, hep-ph/0506218.
- [9] I. M. Dremin, O. S. Shadrin, J. Phys. G **32**, 963 (2006).
- [10] I. M. Dremin and V. A. Nechitailo, Mod. Phys. Lett. A **9**, 1471 (1994).
- [11] A. Capella, I. M. Dremin, J. W. Gary, V. A. Nechitailo, J. Tran Thanh Van, Phys. Rev. D **61**, 074009 (2000).

Поступила в редакцию 9 января 2008 г.