

УДК 535.34

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ШУМОВ БИХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА РЕЗОНАНСЫ КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ НАСЕЛЕННОСТИ

А. Н. Матвеев, А. В. Соколов, А. В. Акимов,

В. Н. Сорокин, А. Ю. Самокотин, Н. Н. Колачевский¹

В работе рассматривается влияние шумов разностной фазы бихроматического поля на резонансы когерентного пленения населения в простейшей трехуровневой системе в Л-конфигурации. Квазистационарное решение оптических уравнений Блоха, найденное в рамках некоторых допущений, показывает, что наличие коротко-коррелированных флюктуаций фазы возбуждающего излучения приводит к снижению контраста резонансной линии, не влияя на ее спектральную ширину. Для фазовых шумов с гауссовским распределением фактор снижения контраста составляет $\chi = \exp[-\phi_{rms}^2]$, где ϕ_{rms} – дисперсия фазы. Проанализированы полученные ранее нашей группой экспериментальные результаты.

Одним из эффективных методов исследования узких запрещенных переходов, важных для создания оптических или радиочастотных стандартов частоты [1–3], разработки высокочувствительных магнитометров [4, 5] и некоторых других приложений [6] является спектроскопия резонансов когерентного пленения населения (КПН). Резонанс КПН – это нелинейное явление, наблюдаемое при взаимодействии трехуровневых квантовых систем в Л-конфигурации с бихроматическим световым полем (рис. 1). В эксперименте резонансы КПН обычно проявляют себя как резонансное падение поглощения

¹Московский физико-технический институт (ГУ), Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, МО, Россия.

излучения в среде, когда разность частот компонентов светового поля становится равной частоте Δ_{12} , соответствующей расстоянию между нижними уровнями Л-системы (рис. 1).

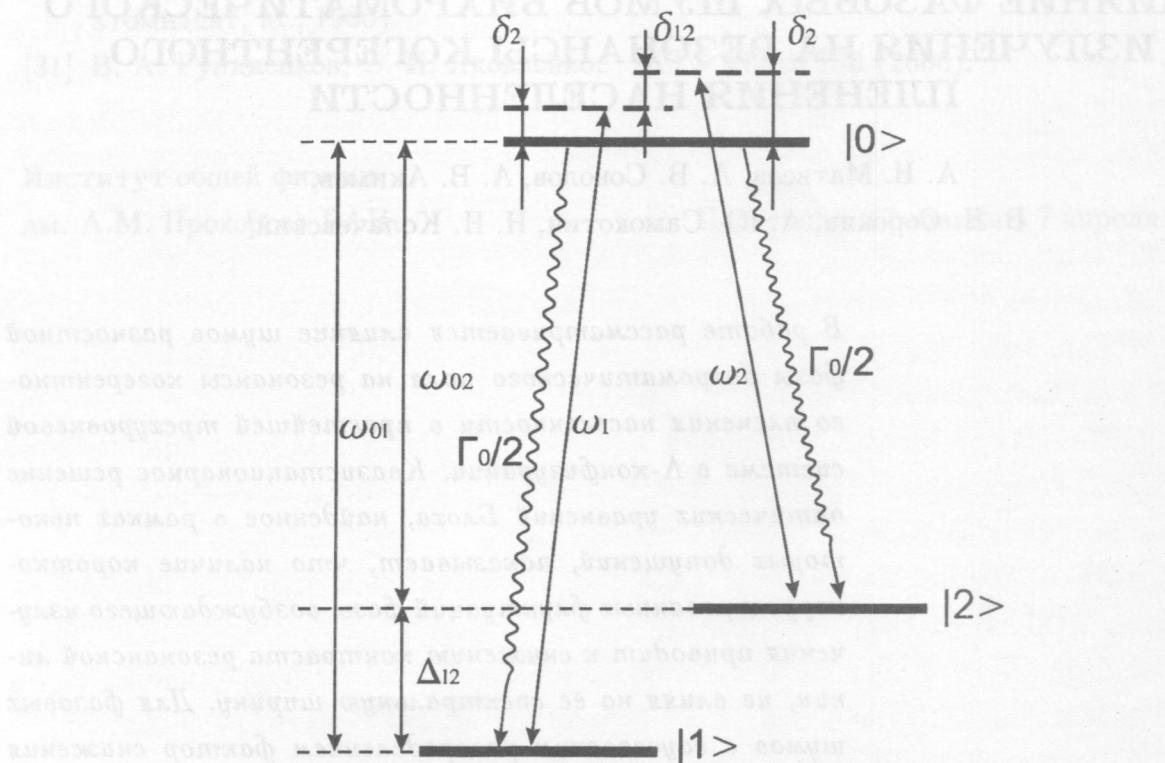


Рис. 1. Трехуровневая квантовая система в Л-конфигурации, взаимодействующая с бихроматическим световым полем $E_1(t) + E_2(t)$. Переход 1-2 запрещен в дипольном приближении, а вероятности переходов 1-0 и 2-0 приняты одинаковыми.

Для регистрации узких резонансов КПН требуется использовать бихроматическое излучение со стабильной разностной фазой, которое может быть получено с помощью ряда различных методов. Если разность частот компонентов поля не превышает 10 ГГц, то обычно используют либо прямую фазовую модуляцию лазерного излучения [7], либо метод фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) одного лазерного источника к другому [8, 9]. Дальнейшее увеличение разностной частоты полей с сохранением стабильности разностной фазы может быть достигнуто с помощью делителей оптического интервала частот [10], однако такой метод связан с существенными техническими трудностями. Наиболее универсальный метод, предложенный в работах [11, 12], использует фазовую когерентность продольных мод фемтосекундного лазера (ФЛ), который служит

в качестве опорного генератора оптических частот [13]. За счет фазовой стабилизации двух лазеров к отдельным модам ФЛ открывается возможность перестройки разностной частоты в чрезвычайно широких пределах вплоть до 10^{14} Гц.

За счет собственных шумов и инерционности петли ФАПЧ разностная фаза двух лазерных полей неизбежно испытывает флуктуации. Особенно большие флуктуации возникают в схемах, где в качестве излучателей используются полупроводниковые лазеры [14]. Это связано со специфической природой шумов в полупроводниковых лазерах, которые, как правило, имеют малое время корреляции [15, 16]. В этом случае для повышения стабильности привязки обычно используется цифровая схема ФАПЧ (см., напр., [17]), которая допускает наличие шумов фазы со среднеквадратичным отклонением ϕ_{rms} вплоть до нескольких радиан. Было продемонстрировано, что при использовании схем активной цифровой ФАПЧ остаточные флуктуации разностной фазы диодных лазеров находятся в диапазоне от нескольких градусов до нескольких десятков градусов [9, 18].

В работе представлено теоретическое исследование влияния фазовых шумов, присущих связанным по фазе лазерным системам, на контраст и спектральную ширину резонансов КПН. На основании полученных результатов выполнен анализ экспериментальных данных из работы [11]. В более ранних теоретических работах, например в [19], также рассматривался эффект КПН в присутствии фазовых шумов поля. Однако для случаев поля с активной стабилизацией разностной фазы предложенные ранее модели неприменимы.

Резонанс КПН. Качественное объяснение резонансов КПН можно получить, рассматривая в дипольном приближении систему с тремя энергетическими уровнями (см. рис. 1), взаимодействующую с двумя световыми полями $E_1(t) = E_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ и $E_2(t) = E_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$ (ω_1 и ω_2 – частоты световых полей, которые считаются постоянными, а ϕ_1 и ϕ_2 – их фазы). Переход 1–2 будем считать запрещенным в дипольном приближении. Рассмотрим поведение такой системы в базисе, в котором вместо состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ используются их линейные комбинации:

$$\begin{cases} |+\rangle = \frac{1}{\Omega_\Lambda} (\Omega_1^* |1\rangle + \Omega_2^* |2\rangle), \\ |-\rangle = \frac{1}{\Omega_\Lambda} (\Omega_2 |1\rangle - \Omega_1 |2\rangle), \end{cases} \quad (1)$$

где $\Omega_1 = -d_{01}E_1/\hbar$ и $\Omega_2 = -d_{02}E_2/\hbar$ – частоты Раби соответствующих переходов (далее для простоты будем считать их действительными), $d_{01} = -e\langle 0|\hat{r}|1\rangle$ и $d_{02} = -e\langle 0|\hat{r}|2\rangle$ – недиагональные матричные элементы оператора электрического дипольного момента $-e\hat{r}$, а $\Omega_\Lambda = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$. Нетрудно показать, что при выполнении условий $\phi_1 - \phi_2 = 0$

и $\omega_1 - \omega_2 = \Delta_{12}$ (где Δ_{12} – частота запрещенного перехода), все матричные элементы оператора электрического дипольного взаимодействия Λ -системы с полем $\hat{V}_{\text{dip}} = |0\rangle d_{01} E_1(t) \langle 1| + |0\rangle d_{02} E_2(t) \langle 2|$ для переходов из состояния $|-\rangle$ становятся равными нулю. Это означает, что состояние $|-\rangle$ перестает взаимодействовать со светом, из-за чего его называют “темным”. Происходит оптическая накачка населенности в темное состояние и падение поглощения излучения атомной системой. Характерной особенностью является сильная чувствительность данного явления к разностной фазе полей: так, например, при скачкообразном изменении фазы на π “темное” состояние разрушается и становится “светлым”, что приводит к резкому изменению поглощения.

Таким образом, флуктуации разностной фазы полей $\phi_1 - \phi_2$ могут существенно влиять на картину поглощения. Как известно, спектральная плотность мощности сигнала $\cos(\omega t + \phi(t))$ с фазой, флуктуирующей в некоторых пределах $|\phi(t)| < \phi_{\max}$, представляет собой сумму дельта-функции на частоте ω и пьедестала, форма которого определяется спектральной плотностью мощности случайного процесса $\phi(t)$ [16]. При этом дельта-функция содержит в себе часть мощности, равную $\eta = |\langle e^{i\phi(t)} \rangle|^2$, где угловые скобки обозначают усреднение по времени. Именно такая ситуация наблюдается в экспериментах, в которых лазерные системы связаны системой ФАПЧ, ограничивающей максимальное отклонение разностной фазы и поддерживающей ее около некоторого среднего значения (см. рис. 2(а)). В качестве примера на рис. 2(б) приведен спектр мощности сигнала биений двух полупроводниковых лазеров, связанных цифровой системой ФАПЧ, зарегистрированный в работе [11]. В центре широкого пьедестала выделяется узкий пик (дельта-функция). Спектральная ширина пика, наблюдаемая в эксперименте, определяется разрешением спектроанализатора (10 кГц). Пик содержит основную часть мощности сигнала биений, по которой можно определить дисперсию флуктуаций разностной фазы лазерных источников [20].

В ряде экспериментальных схем учет флуктуаций фазы не представляет сложности. Так, для двух независимых лазеров [21], ширина резонанса будет определяться временем корреляции разностной фазы, а его контраст будет масштабироваться отношением этого параметра к скорости накачки в темное состояние. В свою очередь, в экспериментах, использующих модуляционные методы [7], флуктуации разностной фазы определяются задающим микроволновым генератором и пренебрежимо малы. Наибольший интерес для анализа представляет случай, когда лазерные поля связаны системой ФАПЧ.

Спектральный профиль резонанса КПН. Запишем систему оптических уравнений Блоха для матрицы плотности ρ системы, представленной на рис. 1 в приближении

дипольного взаимодействия:

$$\frac{d}{dt}\rho = -\frac{i}{\hbar}[\widehat{H}, \rho] + \Gamma(\rho), \quad (2)$$

где \widehat{H} – гамильтониан, а $\Gamma(\rho)$ – матрица релаксации. В дальнейшем будем использовать систему единиц, в которой $\hbar = 1$. После подстановки в уравнение (2) возмущенного гамильтониана и матрицы релаксации получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}\rho_{00} = 2\text{Im}(A_1\rho_{10} + A_2\rho_{20}) - \Gamma_0\rho_{00}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{11} = 2\text{Im}(A_1^*\rho_{01}) + \frac{\Gamma_0}{2}\rho_{00}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{22} = 2\text{Im}(A_2^*\rho_{02}) + \frac{\Gamma_0}{2}\rho_{00}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{01} = -i\omega_{01}\rho_{01} - iA_1\rho_{11} - iA_2\rho_{21} - \frac{\Gamma_0}{2}\rho_{01}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{02} = -i\omega_{02}\rho_{02} - iA_2\rho_{22} - iA_1\rho_{12} - \frac{\Gamma_0}{2}\rho_{02}, \\ \frac{d}{dt}\rho_{12} = i\Delta_{12}\rho_{12} - iA_1^*\rho_{02} + iA_2\rho_{10} - \Gamma_{12}\rho_{12}, \end{array} \right. \quad (3)$$

где ω_{01} – частота перехода с уровня $|1\rangle$ на верхний уровень $|0\rangle$, $\omega_{02} = \omega_{01} - \Delta_{12}$ – частота перехода с уровня $|2\rangle$ на $|0\rangle$. Параметры $A_1 = \Omega_1 \cos(\omega_1 t + \phi_{01} + \phi_1(t))$ и $A_2 = \Omega_2 \cos(\omega_2 t + \phi_{02} + \phi_2(t))$ обозначают недиагональные матричные элементы гамильтониана, ϕ_{01} и ϕ_{02} – средние фазы световых полей, а ϕ_1 и ϕ_2 – их флуктуирующие части. В матрицу релаксации введены два параметра: ширина верхнего уровня Γ_0 и скорость распада когерентности нижних уровней Γ_{12} . Строго говоря, вероятности распада с верхнего уровня $|0\rangle$ на нижние $|1\rangle$ и $|2\rangle$ могут различаться, но для упрощения выкладок будем считать их равными. В двух предпоследних уравнениях системы (3) мы пренебрегли населенностью верхнего уровня ρ_{00} по сравнению с ρ_{11} и ρ_{22} , что соответствует случаю, когда $\Omega_1, \Omega_2 \ll \Gamma_0$.

После замены переменных

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{01} = p_{01} \exp(-i(\omega_1 t + \phi_{01})), \\ \rho_{02} = p_{02} \exp(-i(\omega_2 t + \phi_{02})), \\ \rho_{12} = p_{12} \exp(i(\omega_{12} t + \phi_{01} - \phi_{02})), \\ \omega_{12} = \omega_1 - \omega_2 \end{array} \right. \quad (4)$$

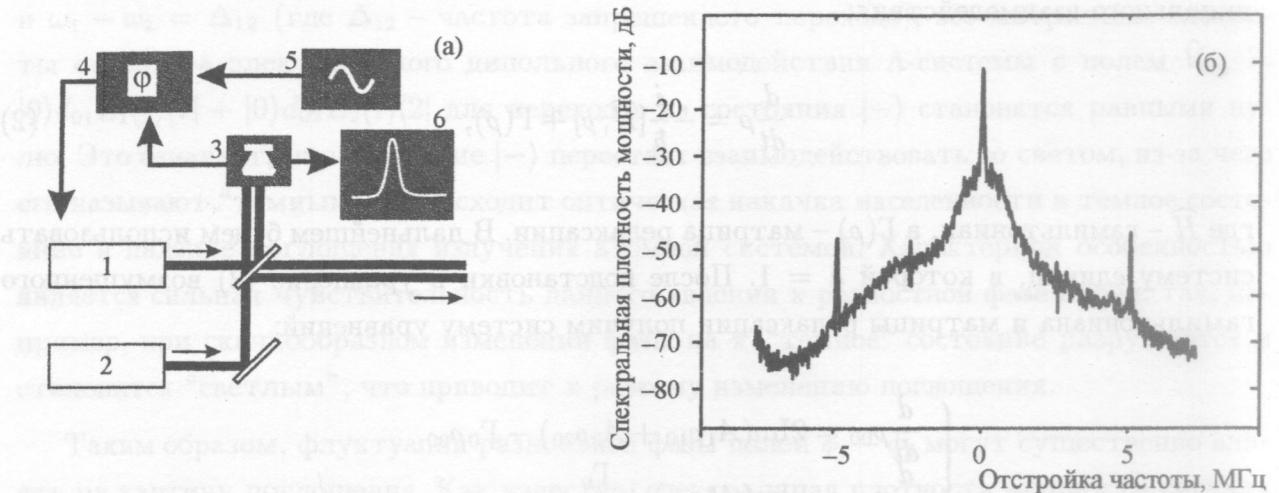


Рис. 2. (а) – схема цифровой фазовой привязки ведомого диодного лазера с внешним резонатором 1 к ведущему лазеру 2. Сигнал биений двух лазеров регистрируется фотодиодом 3 и подается в цифровую систему ФАПЧ 4, выход которой пропорционален разности фаз сигнала биений и сигнала опорного генератора радиочастоты 5 в диапазоне $|\phi_{12}| < 32\pi$. Сигнал с фотодиода регистрируется спектрополюзатором 6. (б) – характерный спектр сигнала биений двух лазерных полей, связанных по фазе цифровой системой ФАПЧ [11]. В центре широкого пьедестала фазовых шумов наблюдается узкий пик, содержащий основную часть мощности. Спектральная ширина пьедестала составляет около 1 МГц (по уровню -3 дБ). Спектральная ширина центрального пика определяется разрешением спектрополюзатора (10 кГц).

и использования приближения вращающейся волны (пренебрегая быстро осциллирующими членами) получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rho_{00} = -2\text{Im}\left(\frac{\Omega_1}{2} p_{01} e^{i\phi_1} + \frac{\Omega_2}{2} p_{02} e^{i\phi_2}\right) - \Gamma_0 \rho_{00}, \\ \frac{d}{dt} p_{01} = -i\frac{\Omega_1}{2} \rho_{11} e^{-i\phi_1} - i\frac{\Omega_2}{2} p_{21} e^{-i\phi_2} - \left[\frac{\Gamma_0}{2} - i\delta_1\right] p_{01}, \\ \frac{d}{dt} p_{02} = -i\frac{\Omega_2}{2} \rho_{22} e^{-i\phi_2} - i\frac{\Omega_1}{2} p_{12} e^{-i\phi_1} - \left[\frac{\Gamma_0}{2} - i\delta_2\right] p_{02}, \\ \frac{d}{dt} p_{12} = -i\frac{\Omega_1}{2} p_{02} e^{i\phi_1} + i\frac{\Omega_2}{2} p_{10} e^{-i\phi_2} - [\Gamma_{12} + i\delta_{12}] p_{12}, \end{array} \right. \quad (5)$$

где $\delta_1 = \omega_1 - \omega_{01}$ и $\delta_2 = \omega_2 - \omega_{02}$ – частотные отстройки световых полей от резонансов, а $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ – отстройка разностной частоты полей от частоты резонанса КПН Δ_{21} . Уравнения для ρ_{11} и ρ_{22} опущены, поскольку они не представляют интереса для дальнейших рассуждений.

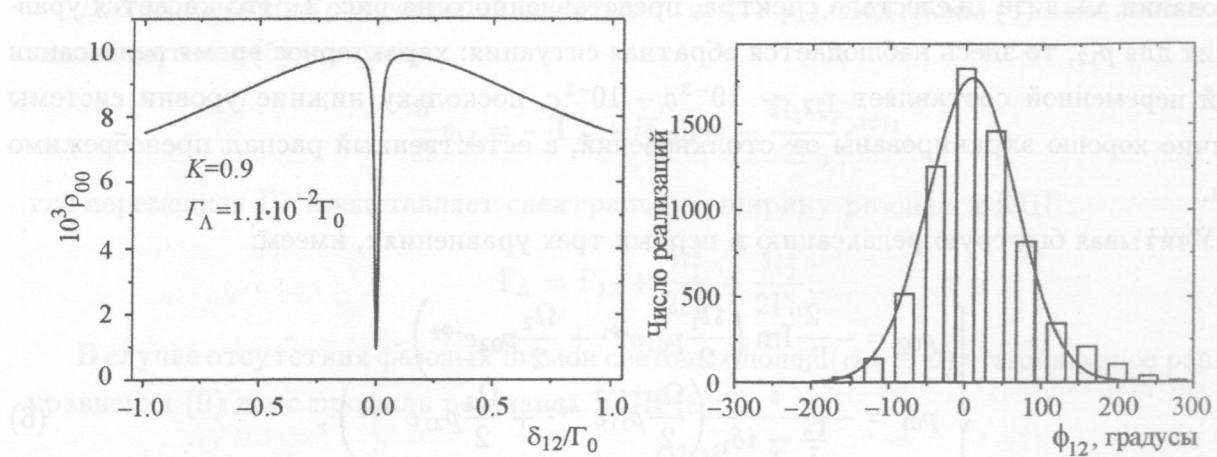


Рис. 3. Характерный вид резонанса КПН для случая $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.1 \Gamma_0$ и $\Gamma_{12} = 10^{-3} \Gamma_0$. Представлена зависимость населенности верхнего уровня ρ_{00} от (нормированной) отстройки δ_{12}/Γ_0 при условии $\delta_1 = 0$, что соответствует случаю, когда частота одного из лазерных полей сканируется, а частота другого настроена точно в резонанс и фиксирована.

Рис. 4. Распределение мгновенной разности фазы опорного лазера и диодного лазера с внешним резонатором, привязанным к опорному, как показано на рис. 2(a). Гистограмма получена на установке, использованной в работе [14], методом численной обработки одновременно записанных осциллографов сигнала биений и сигнала опорного генератора. Чёрная кривая – результат подгонки гистограммы гауссовским профилем. В данном случае $\phi_{rms} = 58^\circ$.

Чтобы упростить систему (5), примем во внимание, что она состоит из линейных уравнений, описывающих распад с добавлением флюктуирующих членов. В случае, когда постоянная времени распада мала по сравнению с временем корреляции шума, населенность успевает перераспределиться, и решение может быть приближенно найдено приравниванием производных к нулю. В нашем случае характерные времена релаксации для переменных ρ_{01} , ρ_{02} , ρ_{00} определяются скоростью распада верхнего уровня $|0\rangle$ атомной системы. В экспериментах с кюветами, наполненными атомными парами, время жизни верхнего уровня Γ_0 определяется либо его естественной шириной, либо столкновительным уширением с атомами буферного газа, преднамеренно добавляемого в кювету для увеличения времени взаимодействия атомов с излучением [9]. При этом характерные времена распада верхнего уровня лежат в диапазоне $\tau_0 = \Gamma_0^{-1} \sim 10^{-7} c - 10^{-9} c$. В свою очередь, характерное время корреляции фазового шума полупроводникового лазера составляет порядка $\tau_L \sim 10^{-6}$ с, что соответствует характерной спектральной ширине линии лазерного диода с внешним резонатором. Такой вывод можно также сделать на

основании анализа пьедестала спектра, представленного на рис. 2. Что касается уравнения для p_{12} , то здесь наблюдается обратная ситуация: характерное время релаксации этой переменной составляет $\tau_{12} \sim 10^{-3}c - 10^{-1}c$, поскольку нижние уровни системы обычно хорошо экранированы от столкновений, а естественный распад пренебрежимо мал.

Учитывая быструю релаксацию в первых трех уравнениях, имеем:

$$\begin{cases} \rho_{00} = -\frac{2}{\Gamma_0} \operatorname{Im} \left(\frac{\Omega_1}{2} p_{01} e^{i\phi_1} + \frac{\Omega_2}{2} p_{02} e^{i\phi_2} \right), \\ p_{01} = -\frac{i}{\frac{\Gamma_0}{2} - i\delta_1} \left(\frac{\Omega_1}{2} \rho_{11} e^{-i\phi_1} + \frac{\Omega_2}{2} \rho_{21} e^{-i\phi_2} \right), \\ p_{02} = -\frac{i}{\frac{\Gamma_0}{2} - i\delta_2} \left(\frac{\Omega_2}{2} \rho_{22} e^{-i\phi_2} - i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{12} e^{-i\phi_1} \right). \end{cases} \quad (6)$$

Заметим, что диссипация энергии в такой квантовой системе происходит, в основном, за счет распада населенности верхнего уровня на один из нижних, и следовательно, поглощение излучения в системе пропорционально населенности верхнего уровня $|0\rangle$. Подставив второе и третье уравнения из (6) в первое, получим:

$$\rho_{00} = \frac{\Omega_1^2}{\Gamma_0^2 + \delta_1^2} \rho_{11} + \frac{\Omega_2^2}{\Gamma_0^2 + \delta_2^2} \rho_{22} + \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Gamma_0} \operatorname{Im} \left(\frac{ip_{21} e^{i\phi_{12}}}{\Gamma_0 - 2i\delta_1} + \frac{ip_{12} e^{-i\phi_{12}}}{\Gamma_0 - 2i\delta_2} \right). \quad (7)$$

Первые два слагаемых в уравнении представляют собой вероятности возбуждения верхнего уровня с $|1\rangle$ и $|2\rangle$ соответственно. Эти слагаемые описывают профили линий, которые регистрируются при взаимодействии системы с каждым из лазерных полей по отдельности. Третий член уравнения есть результат интерференции амплитуд вероятностей возбуждения верхнего уровня. Отметим, что поскольку мы считали частоты Ω_1 и Ω_2 малыми по сравнению с Γ_0 , вклад уширения мощностью в первых двух слагаемых отсутствует.

Третье слагаемое описывает спектральный профиль резонанса КПН с центром в $\delta_{12} = 0$. Спектральная ширина резонанса КПН обычно много меньше Γ_0 , поэтому для оценки его параметров можно считать $|\delta_{12}| = |\delta_1 - \delta_2| \ll \Gamma_0$. Для простоты выкладок рассмотрим ситуацию, когда также можно пренебречь и лазерными отстройками: $|\delta_1| \ll \Gamma_0$ и $|\delta_2| \ll \Gamma_0$. Тогда третье слагаемое в выражении (7) можно переписать в виде:

$$\rho_{\text{СРТ}} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Gamma_0} \operatorname{Im} \left(\frac{ip_{21} e^{i\phi_{12}}}{\Gamma_0 - 2i\delta_1} + \frac{ip_{12} e^{-i\phi_{12}}}{\Gamma_0 - 2i\delta_2} \right) \approx 2 \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Gamma_0^2} \operatorname{Re}[p_{12} e^{-i\phi_{12}}]. \quad (8)$$

Для дальнейших рассуждений необходимо найти p_{12} . Подставив (6) в последнее уравнение системы (5), получим:

$$\frac{d}{dt} p_{12} = -[\Gamma_\Lambda + i\delta_{12}]p_{12} - \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Gamma_0}e^{i\phi_{12}}, \quad (9)$$

где переменная Γ_Λ представляет спектральную ширину резонанса КПН:

$$\Gamma_\Lambda = \Gamma_{12} + \frac{\Omega_1^2}{2\Gamma_0} + \frac{\Omega_2^2}{2\Gamma_0}. \quad (10)$$

В случае отсутствия фазовых шумов световых полей ($\phi_{12} \equiv 0$) стационарное решение уравнения (9) даст профиль резонанса КПН (8):

$$\rho_{\text{СРТ}}(\delta_{12}) = -\frac{\Omega_1^2\Omega_2^2}{\Gamma_0^3} \frac{\Gamma_\Lambda}{\Gamma_\Lambda^2 + \delta_{12}^2}. \quad (11)$$

Характерная зависимость поглощения от нормированной отстройки δ_{12}/Γ_0 показана на рис. 3. При $\delta_{12} = 0$ наблюдается резкое уменьшение поглощения в системе, соответствующее резонансу КПН. В пределе слабых интенсивностей возбуждающих полей его ширина будет ограничиваться только скоростью распада когерентности низких уровней Γ_{12} и может достигать десятков герц [9]. В случае, если частоты Раби равны между собой $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, контраст резонанса (относительная глубина провала на рис. 3) будет равен:

$$K = \frac{|\rho_{\text{СРТ}}|}{\rho_{00} - \rho_{\text{СРТ}}} = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \Gamma_0\Gamma_{12}}. \quad (12)$$

Влияние фазовых шумов на характеристики резонанса КПН. Рассмотрим интересующий нас случай, соответствующий условиям регистрации резонанса КПН с помощью связанных по фазе лазеров, который был экспериментально реализован в работе [11]. Здесь опять же необходимо решить уравнение (9) с учетом того, что в нем содержится флюктуирующий член ϕ_{12} . Воспользуемся методом, описанным в [23]:

$$p_{12}(t) = C_1 e^{-(\Gamma_\Lambda + i\delta_{12})t} - \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Gamma_0} \int_0^t e^{(\Gamma_\Lambda + i\delta_{12})(\theta-t)} e^{i\phi_{12}(\theta)} d\theta, \quad (13)$$

где C_1 – константа интегрирования. Заметим, что если флюктуации разностной фазы ограничены, то величина $\langle e^{i\phi_{12}(t)} \rangle$ существенно отличается от нуля. Представим функцию $e^{i\phi_{12}(t)}$ как сумму среднего $\langle e^{i\phi_{12}(t)} \rangle$ и флюктуирующей части $f(t)$. Характерное время корреляции $f(t)$ будет соответствовать времени корреляции шумов фазы $\tau_L \sim 10^{-6}$ с. Для установившегося состояния системы получим:

$$p_{12}(t) = \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Gamma_0} \left(-\frac{1}{\Gamma_\Lambda + i\delta_{12}} \langle e^{i\phi_{12}} \rangle - \int_0^t e^{(\Gamma_\Lambda + i\delta_{12})(\theta-t)} f(\theta) d\theta \right). \quad (14)$$

Подынтегральное выражение представляет собой произведение короткокоррелированного шума и экспоненты с постоянной времени порядка $\Gamma_{\Lambda}^{-1} \sim \tau_{12} \sim 10^{-3} - 10^{-1}$ с для малых δ_{12} . Поскольку $\langle f(t) \rangle = 0$, вклад интегральной части в уравнении (14) будет пренебрежимо мал. Итак, "когерентность" нижних уровней элемента p_{12} в наших приближениях можно выписать как константу по времени:

$$(15) \quad p_{12} = -\frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Gamma_0} \frac{1}{\Gamma_{\Lambda} + i\delta_{12}} \langle e^{i\phi_{12}} \rangle.$$

Подставляя в (8), имеем:

$$(16) \quad \rho_{\text{СРТ}}(t) = -\frac{\Omega_1^2 \Omega_2^2}{\Gamma_0^3} \frac{\Gamma_{\Lambda}}{\Gamma_{\Lambda}^2 + \delta_{12}^2} \text{Re}[\langle e^{i\phi_{12}} \rangle e^{-i\phi_{12}(t)}].$$

Анализируя полученный результат, можно сделать вывод, что фазовые флуктуации вызывают два эффекта, описываемых (16). Множитель $\langle e^{i\phi_{12}} \rangle$ представляет подавление контраста за счет снижения когерентности p_{12} , в то время как множитель $e^{-i\phi_{12}(t)}$ описывает дополнительный шум, который возникает из-за несовпадения мгновенной разностной фазы полей с фазой элемента p_{12} нижних уровней.

В эксперименте флуктуации усредняются за счет использования фильтров низких частот. После усреднения получим окончательно, что фактор подавления контраста (12) составит:

$$(17) \quad \chi = |\langle e^{i\phi_{12}} \rangle|^2.$$

Примем для простоты, что распределение случайной фазы нормальное с дисперсией, равной ϕ_{rms}^2 . Тогда нетрудно получить, что контраст резонанса КПН уменьшится как:

$$(18) \quad \chi = e^{-\phi_{\text{rms}}^2}.$$

Интересно отметить, что полученный результат совпал с фактором снижения контраста для случая, когда обычный дипольно-разрешенный переход возбуждается квазимонохроматическим излучением с дельта-коррелированными фазовыми флуктуациями [16]. Из выражения (16) также следует, что спектральная ширина резонанса КПН не зависит от дисперсии шума и остается равной Γ_{Λ} (10).

Обсуждение результатов. Особенностью полученного выражения (18) является резкая зависимость контраста резонанса КПН χ от среднеквадратичного шума разностной фазы ϕ_{rms} . При $\phi_{\text{rms}} \ll 1$ рад шумы фактически не оказывают влияния на резонанс. Однако при увеличении среднеквадратичного значения с 1 до 2 радиан коэффициент χ

падает с 0.37 до 0.02, и резонанс становится практически не заметен на профиле поглощения (ср. с рис. 3). В эксперименте это может привести к тому, что небольшое изменение шума установки (например, за счет изменения коэффициента усиления или полосы ФАПЧ) может привести к практически полному исчезновению сигнала.

Допущения, сделанные при выводе выражения (18), соответствуют экспериментальным условиям, в которых регистрация КПН осуществляется с помощью лазеров, связанных системой ФАПЧ. Хотя нами рассматривался простейший случай трехуровневой системы, крайне редко встречающейся на практике, полученные выводы можно применить и к более сложным атомным системам (например, рубидию или цезию). Отметим, что в таких системах существуют дополнительные факторы, которые также могут приводить к снижению контраста КПН – оптическая накачка [21], интерференция нескольких А-систем [22] и др.

Полученная формула выведена для фазовых шумов, величина которых распределена по нормальному закону. Для цифровой фазовой привязки это приближение является достаточно точным. Так, например, на рис. 4 показан результат измерения разности фаз излучения полупроводникового лазера и моды фемтосекундной гребенки в установке из [14]. Как видно, в этом случае $\phi_{\text{rms}} \approx 1$ рад. Учитывая, что в схеме регистрации резонансов КПН использовалось два лазера с независимыми системами привязки к разным модам гребенки, можно оценить, что подавление контраста составляло $\chi = e^{-2\phi_{\text{rms}}^2} \approx 0.13$. Соответственно, для регистрации резонансов КПН было необходимо применить чувствительный метод синхронного детектирования. При этом были зарегистрированы узкие резонансы КПН, шириной около 500 Гц, что также подтверждает основные выводы данной работы о том, что фазовые шумы указанного типа не оказывают влияния на спектральную ширину резонанса КПН.

Заключение. В работе теоретически исследованы основные характеристики резонансов КПН в трехуровневой квантовой системе при наличии шумов разностной фазы бихроматического поля. Показано, что если время корреляции шума много меньше времени релаксации когерентности нижних уровней, ширина линии резонанса не изменяется, тогда как контраст резонанса снижается и при этом домножается на $\chi = e^{-\phi_{\text{rms}}^2}$, где ϕ_{rms} – дисперсия фазового шума. Выводы подтверждаются результатами экспериментов из работы [14].

Работа частично поддержана грантами РФФИ 08-02-00443-а, 08-07-00127-а, грантом Президента РФ и Фондом содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] J. Vanier, Appl. Phys. B: Lasers and Optics **81**, 421 (2005).
- [2] S. Knappe, P. Schwindt, V. Shah, et al., Optics Express **13**(4), 1249 (2005).
- [3] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichansky, S. A. Zibrov, Письма в ЖЭТФ **82**, 449 (2005).
- [4] P. D. D. Schwindt, S. Knappe, V. Shah, et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 6409 (2004).
- [5] I. Novikova, A. B. Matsko, V. L. Velichansky, et al., Phys. Rev. A **63**, 063802 (2001).
- [6] E. Arimondo, Progress in Optics **XXXV**, 257 (1996).
- [7] C. Affolderbach, A. Nagel, S. Knappe, et al., Appl. Phys. B **70**, 407 (2000).
- [8] G. Santarelli, A. Clarion, S. N. Lea, G. M. Tino, Optics Comm. **104**, 339 (1994).
- [9] R. Wynands, A. Nagel, Appl. Phys. B **68**, 1 (1999).
- [10] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 2646 (1997).
- [11] A. V. Akimov, A. N. Matveev, A. V. Sokolov, et al., Journal of Russian Laser Research **25**, 239 (2004).
- [12] R. Santra, E. Arimondo, T. Ido, C. H. Greene, J. Ye, Phys. Rev. Lett. **94**, 173002 (2005).
- [13] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, Nature **416**, 233 (2002).
- [14] А. В. Акимов, Н. Н. Колачевский, А. В. Соколов и др., Квантовая Электроника **34**, 983 (2004).
- [15] C. Henry, IEEE Journal of Quantum Electronics **18**, 259 (1982).
- [16] H. R. Telle, in: Frequency Control of Semiconductor Lasers, ed. M. Ohtsu (Wiley, New York, 1996), p. 137.
- [17] Н. Беверини, М. Преведелли, Ф. Соррентино и др., Квантовая Электроника **34**, 559 (2004).
- [18] M. Prevedelli, T. Freegarde, and T. W. Hänsch, Appl. Phys. B **60**, S241 (1995).
- [19] B. J. Dalton and P. L. Knight, J. Phys. B: At. Mol. Phys. **15**, 3997 (1982).
- [20] А. Н. Матвеев, Н. Н. Колачевский, Я. Алнис, Т. В. Хэнш, Квантовая Электроника (принято к публикации).
- [21] Ю. В. Владимирова, Б. А. Гришанин, В. Н. Задков и др., ЖЭТФ **123**, 710 (2003).
- [22] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands, et al., Phys. Rev. A **67**, 033810 (2003).
- [23] С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы (Наука, М., 1976).

Поступила в редакцию 22 апреля 2008 г.