

О ПОРОГЕ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЙЯНИЯ В ПОЛЕ ДВУМЕРНО ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ УГЛАХ РАССЕЙЯНИЯ

К. Н. Овчинников¹, Д. К. Солихов²

В поле двумерно локализованной волны накачки установлены зависимости порога различных мод вынужденного рассеяния от угла рассеяния для различных параметров среды и значений интенсивности накачки.

Ключевые слова: вынужденное комбинационное рассеяние, ВКР, ВРМБ, SBS, SRS, ионно-звуковой, ионный звук, Манделъштама–Бриллюэна.

В работе [1] была рассмотрена связанная с вынужденным рассеянием абсолютная неустойчивость для бесконечного слоя заданной ширины. Был указан критерий возникновения абсолютной неустойчивости, согласно которому n -ая неустойчивая мода огибающей возникает, если произведение инкремента безграничной волны накачки на квадратный корень из произведения времён прохождения двух неустойчивых волн через слой превышает величину $\pi(n - 1/2)$. Такой результат был получен в пределе очень слабого затухания, когда для любого, сколь угодно слабого поля можно указать ширину слоя, при превышении которой возникает вынужденное рассеяние на встречных волнах. При этом было также установлено, что абсолютная неустойчивость имеет наибольший инкремент для волн, проекции групповых скоростей которых примерно равны по абсолютной величине, что выполняется для бокового рассеяния.

Позднее, в работах [2, 3], процесс вынужденного рассеяния под прямым углом был рассмотрен в условиях двумерной локализации волны накачки. Здесь было установлено, что абсолютная неустойчивость не возникает ни при каких размерах области локализации волны накачки, а конвективная неустойчивость в продольном направлении (вдоль лазерного луча) возникает, если размер области локализации волны накачки в поперечном направлении превышает некоторую пороговую величину, зависящую от

¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Россия, 119991, Москва, Ленинский пр., 53; e-mail: cobalt@kinetix.ru.

² Таджикский национальный университет, Научно-исследовательский институт естественных наук, Таджикистан, 734025, Душанбе, пр. Рудаки, 17.

интенсивности волны накачки. Здесь, также как и в работе [1], всё рассмотрение было проведено в пределе слабого затухания, когда пороговая поперечная длина области взаимодействия меньше полусуммы длин свободного пробега неустойчивых волн.

В настоящей работе рассматривается вынужденное рассеяние для двумерно локализованной волны накачки под углами рассеяния, изменяющимися в пределах от нуля до $\pi/2$, без предположения о слабом затухании, т.е. при произвольном соотношении между инкрементом безграничной волны накачки и декрементами затухания рассеянной электромагнитной и низкочастотной продольной волн.

Рассмотрим процесс вынужденного рассеяния на примере конвективного ВРМБ, в котором локализованная в двумерной области волна накачки, имеющая частоту ω_0 и волновой вектор \mathbf{k}_0 , распадается на ионно-звуковую волну с частотой ω_1 , волновым вектором \mathbf{k}_1 , амплитудой E_1 и поперечную электромагнитную волну с частотой ω_2 , волновым вектором \mathbf{k}_2 , амплитудой E_2 . При этом частоты и волновые вектора всех трёх волн связаны соотношениями

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2, \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 . \quad (1)$$

Будем предполагать, что волновой вектор \mathbf{k}_0 направлен вдоль оси OX, а волновые вектора \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 составляют с положительным направлением оси OX углы θ_1 и $-\theta_2$ соответственно.

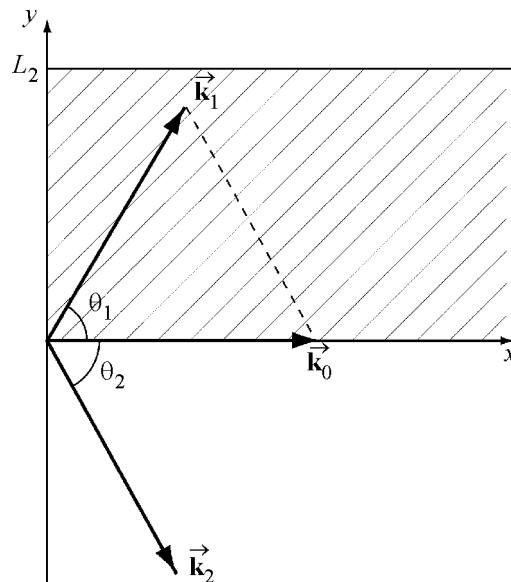


Рис. 1: Область взаимодействия волн и ориентация волновых векторов.

Будем рассматривать область локализации волны накачки, которая имеет вид бесконечной вдоль оси ОХ полуполосы (рис. 1).

В условиях, когда $\omega_1 \ll \omega_2$, имеем следующую связь между углами: $\theta_1 = \pi/2 - \theta_2/2$. Ограничимся рассмотрением случая, когда угол рассеяния θ_2 может меняться в пределах $0 < \theta_2 < \pi/2$. Ранее [2, 3] была рассмотрена задача рассеяния для случая $\theta_2 = \pi/2$.

В предположении заданного поля накачки, амплитуды волн E_1 и E_2 удовлетворяют следующим уравнениям (см., напр., [1])

$$\begin{aligned} v_{1x} \frac{\partial}{\partial x} E_1 + v_{1y} \frac{\partial}{\partial y} E_1 + \gamma_1 E_1 &= \alpha E_2, \\ v_{2x} \frac{\partial}{\partial x} E_2 - v_{2y} \frac{\partial}{\partial y} E_2 + \gamma_2 E_2 &= \beta E_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где $v_{1,2}, \gamma_{1,2}$ — групповые скорости и декременты волн, а коэффициенты α и β определяют параметрическую связь волн. Коэффициент $\alpha \sim k_1$, поэтому α зависит от угла рассеяния как $\alpha = 2 \sin(\theta_2/2) \alpha_0$, где α_0 — коэффициент параметрической связи, отвечающий углу рассеяния $\pi/3$. Другой коэффициент параметрической связи β от угла рассеяния θ_2 не зависит. Коэффициенты α_0, β линейно зависят от амплитуды волны накачки, $\gamma_0^2 = \alpha_0 \beta$, γ_0 — инкремент для безграничной волны накачки. В случае полностью ионизованной плазмы имеем $v_1 = v_s = \sqrt{Z \alpha T_e / M}$ — скорость ионного звука, α — постоянная Больцмана, T_e — температура электронов, Z, M — кратность ионизации и масса ионов соответственно, $v_2 = c$, $\gamma_1 = 4\nu_{ii} k_1^2 v_{Ti}^2 / 5\omega_1^2 + \gamma_s$, $\gamma_2 = \nu_{ei} \omega_{Le}^2 / 2\omega_2^2$ [4]. Здесь ν_{ei}, ν_{ii} — частоты электрон-ионных и ион-ионных столкновений, v_{Ti} — тепловая скорость ионов, ω_{Le} — электронная ленгмюровская частота, $\gamma_s = \sqrt{\pi/8} \omega_{Li} \omega_1 / \omega_{Le}$ — декремент черенковского затухания звука на электронах.

Для определения порога рассмотрим решение уравнений (2) с нулевыми граничными условиями

$$\begin{aligned} E_1(x=0, y) &= 0, & E_2(x=0, y) &= 0, \\ E_1(x, y=0) &= 0, & E_2(x, y=L_2) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для решения системы уравнений (2) воспользуемся преобразованием Лапласа по координате x

$$E_{1,2}(p, y) = \int_0^\infty e^{-px} E_{1,2}(x, y) dx.$$

Тогда для определения лапласовских изображений $E_{1,2}(p, y)$ получаем однородную систему из двух линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} E_1(p, y) &= -\frac{pv_{1x} + \gamma_1}{v_{1y}} E_1(p, y) + \frac{\alpha}{v_{1y}} E_2(p, y), \\ \frac{d}{dy} E_2(p, y) &= -\frac{\beta}{v_{2y}} E_1(p, y) + \frac{pv_{2x} + \gamma_2}{v_{2y}} E_2(p, y). \end{aligned} \quad (4)$$

Будем предполагать, что определитель матрицы системы (4) отличен от нуля

$$\Delta_0(p) = \alpha\beta - (pv_{1x} + \gamma_1)(pv_{2x} + \gamma_2) \neq 0. \quad (5)$$

Тогда решение системы уравнений (4) выражается через её собственные числа $\lambda_{1,2}$ и произвольные постоянные A и B (ср. [2])

$$E_1 = Ae^{\lambda_1 y} + Be^{\lambda_2 y}, \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{1}{\alpha} \{ Ae^{\lambda_1 y} (pv_{1x} + \gamma_1 + \lambda_1 v_{1y}) + Be^{\lambda_2 y} (pv_{1x} + \gamma_1 + \lambda_2 v_{1y}) \}. \quad (7)$$

Последние соотношения будут справедливы только в условиях

$$\lambda_1 \neq \lambda_2. \quad (8)$$

Для собственных чисел системы (4), находим выражение (ср. [1])

$$\lambda_{1,2} = -\frac{p + q_1}{w_1} \pm \frac{1}{w_2} \sqrt{\tilde{p}^2 - p_0^2}, \quad (9)$$

где использованы следующие обозначения

$$w_1 = \frac{2v_{1y}v_{2y}}{v_{2y}v_{1x} - v_{1y}v_{2x}}, \quad w_2 = \frac{2v_{1y}v_{2y}}{v_{2y}v_{1x} + v_{1y}v_{2x}}, \quad (10)$$

$$q_1 = \frac{v_{2y}\gamma_1 - v_{1y}\gamma_2}{v_{2y}v_{1x} - v_{1y}v_{2x}}, \quad q_2 = \frac{v_{2y}\gamma_1 + v_{1y}\gamma_2}{v_{2y}v_{1x} + v_{1y}v_{2x}}, \quad (11)$$

$$p_0^2 = \frac{4\alpha\beta v_{1y}v_{2y}}{(v_{2y}v_{1x} + v_{1y}v_{2x})^2}, \quad \tilde{p} = p + q_2. \quad (12)$$

Из граничных условий (3) следует соотношение, определяющее те значения величины p , при которых возможны нетривиальные решения уравнений (4) (ср. [2])

$$\Delta_2(p, \theta_2) = (pv_{1x} + \gamma_1 + \lambda_2 v_{1y})e^{\lambda_2 L_2} - (pv_{1x} + \gamma_1 + \lambda_1 v_{1y})e^{\lambda_1 L_2} = 0. \quad (13)$$

Возможность появления неустойчивости, связанной с развитием вынужденного рассеяния, обусловлена наличием у уравнения (13) корней p , для которых выполнено условие

$$\operatorname{Re} p > 0. \quad (14)$$

Следовательно, задача отыскания условий возникновения вынужденного рассеяния сводится к задаче отыскания условий, при которых среди нулей уравнения (13) найдутся нули, удовлетворяющие неравенству (14).

Вслед за [1] преобразуем уравнение $\Delta_2(p, \theta_2) = 0$ с помощью замены $\text{ch } \varphi = \tilde{p}/p_0$ к виду

$$\text{sh}(\varphi + \lambda \text{sh } \varphi) = 0, \quad (15)$$

где

$$\lambda = \frac{p_0 L_2}{w_2} = \frac{\lambda_0}{f(\theta_2)}, \quad \lambda_0 = L_2 \sqrt{\frac{\alpha_0 \beta}{v_1 v_2}}, \quad f(x) = \cos(x/2). \quad (16)$$

Уравнение (15) после замены $\varphi = iv$ [1] принимает вид

$$v + \lambda \sin v = \pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

При этом инкремент ВРМБ выражается через корни уравнения (17) как

$$\gamma = \text{Re } p = p_0 \left(\cos v - \frac{q_2}{p_0} \right). \quad (18)$$

Следовательно, условие положительности инкремента (14) накладывает ограничения на возможные решения (17)

$$\cos v > \frac{q_2}{p_0}. \quad (19)$$

Система, состоящая из уравнения (17) и неравенства (19), полностью описывает решение задачи о возможности возникновения конвективного ВРМБ.

Прежде всего отметим, что при чётных $n = 2k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$ уравнение (17) имеет очевидное решение $v = 2k\pi$, которое удовлетворяет неравенству (19). Однако в этом случае $\tilde{p} = p_0$ и, следовательно, $\lambda_1 = \lambda_2$, что противоречит предположению (8). Поэтому при $v = 2k\pi$ уравнение (13) неприменимо.

В работе [1] система (17), (19) была проанализирована в пределе слабого затухания, когда $q_2/p_0 \ll 1$, при этом величина q_2/p_0 не зависела от угла рассеяния θ_2 . В последующей работе [2] были использованы результаты такого анализа для бокового рассеяния. Постановка задач, решаемых в [1, 2], позволяла выделить область параметров, где справедлив предел слабого затухания, и ограничиться нахождением решения только в этой области.

Настоящая постановка задачи рассматривает возможность рассеяния под произвольными углами в пределах $0 < \theta_2 < \pi/2$, поэтому, если в некоторой области углов из этого промежутка будет выполнено условие слабого затухания $q_2/p_0 \ll 1$, то в другой

области углов параметр q_2/p_0 может быть не малым. Действительно, в рассматриваемой задаче параметр q_2/p_0 имеет следующий вид

$$\frac{q_2}{p_0} = \frac{1}{2\lambda} \left(\gamma_1 \frac{L_2}{v_{1y}} + \gamma_2 \frac{L_2}{v_{2y}} \right) = \frac{\gamma_1}{2\sqrt{\alpha_0\beta}} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} g(\theta_2, \Gamma), \quad (20)$$

$$g(x, \Gamma) = 1 + \Gamma / (2 \sin(x/2)),$$

$$\Gamma = \gamma_2 v_1 / \gamma_1 v_2,$$

где для случая полностью ионизованной плазмы для параметра Γ , который характеризует отношение характерных длин свободного пробега ионно-звуковой и рассеянной электромагнитной волн, возможна оценка

$$\Gamma = (5\omega_{Le}^2 / 8\omega_2^2) \sqrt{\alpha T_i / Z m_e c^2} \ll 1. \quad (21)$$

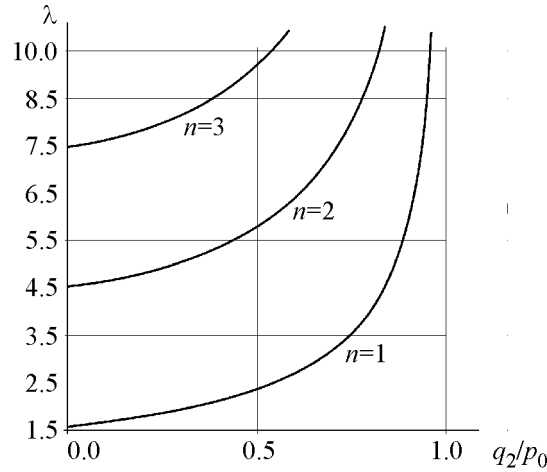


Рис. 2: Зависимость величины $\lambda_{n,\text{th}}$ от q_2/p_0 для различных значений n .

Система (17), (19) была решена численно. У этой системы существует решение только в том случае, когда параметр λ превосходит некоторое значение λ_{th} , зависящее от q_2/p_0 . На рис. 2 изображены зависимости $\lambda_{\text{th}}(q_2/p_0)$, отвечающие различным значениям натурального числа n в уравнении (17). При каждом значении n величина $\lambda_{n,\text{th}}$ характеризует порог, при превышении которого ($\lambda > \lambda_{n,\text{th}}$) становится возможным возникновение n -ой неустойчивой моды.

В области $q_2/p_0 \ll 1$ можно получить простую аналитическую зависимость, которая отвечает пределу слабого затухания и рассматривалась в работах [1–3]

$$\lambda_{n,\text{th}} = \pi(n - 1/2) + q_2/p_0, \quad q_2/p_0 \ll 1. \quad (22)$$

В противоположном пределе, когда величина q_2/p_0 близка к единице, имеем

$$\lambda_{n,\text{th}} = \frac{\pi n}{\sqrt{2(1 - q_2/p_0)}}, \quad q_2/p_0 \lesssim 1. \quad (23)$$

Согласно (20), при изменении угла рассеяния в пределах $0 < \theta_2 < \pi/2$ параметр q_2/p_0 изменяется в пределах

$$\frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} (1 + \Gamma/\sqrt{2}) < \frac{q_2}{p_0} < \infty, \quad (24)$$

причём величина q_2/p_0 в рассматриваемом промежутке углов достигает минимума при углах рассеяния $\theta_{\min} = \pi/2$ (рассеяние поперёк). Напротив, в области малых углов рассеяния $\theta_2 \ll 1$ величина q_2/p_0 неограниченно возрастает при стремлении угла рассеяния к нулю.

Для того, чтобы вынужденное рассеяние было возможным при некотором значении θ_2 , необходимо, чтобы при таких углах, согласно (19), значение параметра q_2/p_0 не превышало единицу. Поэтому необходимым условием для существования ВРМБ будет выполнение следующих неравенств

$$\gamma_0 > (\gamma_0)_{\text{th}} = \frac{\gamma_1}{2} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} (1 + \Gamma/\sqrt{2}). \quad (25)$$

Условие $\gamma_0 = (\gamma_0)_{\text{th}}$ является необходимым условием для возникновения рассеяния в поперечном направлении. Согласно (25), это условие не зависит от поперечных размеров области взаимодействия L_2 , а определяется только затуханием звуковой волны и отношением групповых скоростей взаимодействующих волн.

С ростом интенсивности накачки область углов рассеяния θ_2 , для которых выполнено необходимое условие $q_2/p_0 < 1$, при малых превышениях надпороговости $\gamma_0 - (\gamma_0)_{\text{th}} \ll \gamma_2$, расширяется в соответствии с формулой

$$\pi/2 - \frac{2\sqrt{2}}{\Gamma} \frac{\gamma_0 - (\gamma_0)_{\text{th}}}{(\gamma_0)_{\text{th}}} = \theta_* \leq \theta_2 \leq \pi/2. \quad (26)$$

В области малых углов необходимое условие $q_2/p_0 < 1$ всегда будет нарушаться для сколь угодно сильной интенсивности накачки. В пределе сильной накачки $\gamma_0 \gg \gamma_2$ область углов рассеяния, в которой ВРМБ будет запрещено, имеет вид

$$0 \leq \theta_2 \leq \theta_* = \frac{\gamma_2}{2\gamma_0} \sqrt{\frac{v_1}{v_2}}. \quad (27)$$

На рис. 2 изображены универсальные кривые, которые характеризуют зависимость порога n -ой моды от параметра q_2/p_0

$$\lambda_{n,\text{th}} = \Phi_n(q_2/p_0). \quad (28)$$

Т.к. величина q_2/p_0 зависит от угла рассеяния θ_2 , то последнее соотношение определяет зависимость порога от угла рассеяния. Поэтому при заданной интенсивности накачки и величине L_2 вынужденное рассеяние будет возможно только для таких углов рассеяния, при которых зависящая от угла рассеяния величина λ (16) будет превышать зависящий от угла рассеяния порог, определяемый (28)

$$\lambda_0 - f(\theta_2)\Phi_n \left(\frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} g(\theta_2) \right) > 0, \quad (29)$$

где аргумент функции Φ_n не должен превышать единицу

$$\frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} g(\theta_2) < 1. \quad (30)$$

Аналитическая зависимость от угла рассеяния порога неустойчивости n -моды может быть получена для двух предельных случаев (22) и (23). В первом случае имеем

$$(\lambda_0)_{n,\text{th}} = \cos(\theta_2/2) \left((n - 1/2)\pi + \frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} g(\theta_2) \right). \quad (31)$$

Согласно формуле (31), порог ВРМБ уменьшается с ростом угла рассеяния как $\cos(\theta_2/2)$. В формуле (31) второе слагаемое в правой части является малой поправкой, а условие применимости этой формулы определяется неравенством $(\gamma_1/2\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1} g(\theta_2) \ll 1$. Поэтому угловая зависимость формулы (31) применима только в области углов $\theta_2 \sim \pi/2$ для сильной накачки.

В другом предельном случае (23) в условиях сильной накачки $\gamma_0 \gg \gamma_2$ в области углов $\theta_2 \gtrsim \theta_*$, близких к границе области, где ВРМБ запрещена (27), для порога неустойчивости n -моды имеем

$$(\lambda_0)_{n,\text{th}} = \frac{n\pi}{\sqrt{2(1 - \theta_*/\theta_2)}}. \quad (32)$$

В общем случае угловая зависимость порога неустойчивости была изучена численно. На рис. 3 представлены результаты численного анализа неравенств (29) и (30) для первой и второй мод, в условиях, когда $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1} = 1$.

В условиях, когда надпороговость при рассеянии в поперечном направлении удовлетворяет неравенству

$$\frac{\gamma_0 - (\gamma_0)_{\text{th}}}{(\gamma_0)_{\text{th}}} \gg \frac{\Gamma}{2\sqrt{2}}(\pi/2 - \theta_2), \quad (33)$$

порог в области углов рассеяния, близких к $\pi/2$, может быть описан предельной формулой

$$(\lambda_0)_{\text{th}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\Phi_n \left(\frac{(\gamma_0)_{\text{th}}}{\gamma_0} \right) + \frac{\pi/2 - \theta_2}{2} \left[\Phi_n \left(\frac{(\gamma_0)_{\text{th}}}{\gamma_0} \right) + \Phi'_n \left(\frac{(\gamma_0)_{\text{th}}}{\gamma_0} \right) \frac{(\gamma_0)_{\text{th}}}{\gamma_0} \frac{\Gamma}{\sqrt{2}} \right] \right). \quad (34)$$

Согласно (34), в общем случае произвольной величины $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1}$, так же как и в предельном случае малых значений этого параметра (31), угловая зависимость порога от угла рассеяния для углов, близких к $\pi/2$, представляет собой линейную по $\pi/2 - \theta_2$ функцию.

Формула (34) показывает, что при выполнении неравенства (25), рассеяние в строго поперечном направлении имеет наименьший порог по сравнению со всеми другими углами рассеяния в промежутке $0 < \theta_2 < \pi/2$.

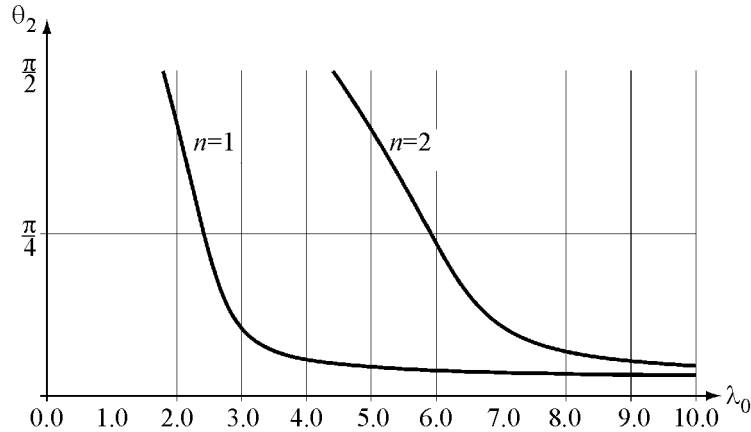


Рис. 3: Зависимость угловых границ области вынужденного рассеяния от параметра λ_0 при $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1} = 1$ для первой ($n = 1$) и второй ($n = 2$) мод.

Согласно рис. 3, при уменьшении угла рассеяния порог возрастает, причём для второй моды быстрее, чем для первой, что отвечает предельным формулам (31), (32).

В области малых углов, при больших значениях λ_0 , что отвечает, например, большим значениям интенсивности накачки или большим значениям поперечного размера L_2 , рис. 3 демонстрирует неограниченное нарастание порога при стремлении угла рассеяния к границе угловой области θ_* , в которой ВРМБ запрещена. В случае сильной накачки $\gamma_0 \gg \gamma_2$ поведение порога здесь может быть описано предельным выражением (32).

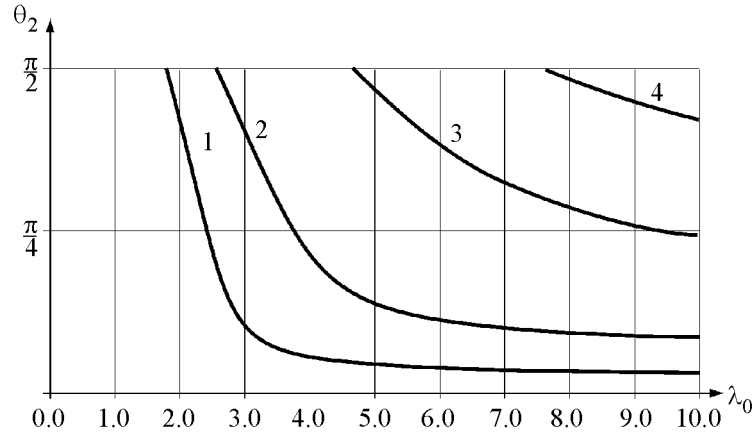


Рис. 4: Зависимость угловых границ области вынужденного рассеяния от параметра λ_0 для первой моды ($n = 1$) при различных значениях параметра $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1}$: 1 – 1; 2 – 1.4; 3 – 1.7; 4 – 1.8.

На рис. 4 представлена зависимость порога от угла рассеяния для первой моды для различных значений параметра $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1}$, который определяет угловую ширину области ВРМБ. Для всех кривых выполнено условие (25). Все кривые имеют общие черты – монотонное нарастание порога с уменьшением угла рассеяния, носящее в окрестности $\pi/2$ линейный характер; неограниченное нарастание порога при стремлении угла рассеяния к θ_* . С ростом параметра $(\gamma_1/\gamma_0)\sqrt{v_2/v_1}$ область ВРМБ сужается, исчезая при достижении накачки порога рассеяния (25). Такой случай характеризуется тем, что θ_* стремится к $\pi/2$. Переход к пределу $\theta_* \rightarrow \pi/2$ в формуле (23) позволяет получить выражение для угловой зависимости порога в условиях нарушения неравенства (33)

$$(\lambda_0)_{\text{th}} = \frac{(2 + \pi/2 - \theta_2)\pi n}{4\sqrt{(\gamma_0 - (\gamma_0)_{\text{th}})/(\gamma_0)_{\text{th}} - \Gamma(\pi/2 - \theta_2)/2\sqrt{2}}}. \quad (35)$$

Формула (35) описывает зависимость порога от угла, когда порог рассеяния (25) незначительно превышен.

В рассмотренной задаче изучено вынужденное рассеяние в поле двумерно локализованной волны накачки. В области углов рассеяния от нуля до $\pi/2$ установлены зависимости порога различных мод вынужденного рассеяния от угла рассеяния для различных параметров среды и значений интенсивности накачки. Показано, что рассеяние в поперечном направлении имеет наименьший порог по сравнению с рассеянием под другими углами из рассмотренного промежутка. С уменьшением угла рассеяния

порог возрастает, обращаясь в бесконечность при некотором значении угла, которое определяется отношениями декрементов взаимодействующих волн и инкрементом для безграничной волны накачки, а также отношением групповых скоростей взаимодействующих звуковой и рассеянной электромагнитной волн.

Авторы благодарны С. А. Урюпину за большое внимание к работе. Работа одного из авторов (К. Н. Овчинникова) была поддержана грантом РФФИ № 09-02-00696.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. М. Горбунов, ЖТФ **47**(1), 36 (1977).
- [2] Л. М. Горбунов, Д. К. Солихов, Физика плазмы **10**(4), 824 (1984).
- [3] Д. К. Солихов, Известия ВУЗов. Радиофизика **XXVII**(1), 34 (1984).
- [4] А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (М., Высшая школа, 1988).
- [5] Л. М. Горбунов, ЖЭТФ **62**(6), 2141 (1972).

Поступила в редакцию 27 января 2010 г.