УДК 533.932

ИНТЕГРАЛ СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ИОНОВ ПЛАЗМЫ С ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

Р. Р. Рамазашвили, В. П. Силин, П. В. Силин

Для плазмы с сильно развитой ионно-звуковой турбулентностью получено явное выражение интеграла столкновений для ионов в модели Быченкова–Силина–Урюпина [1].

Ключевые слова: ионно-звуковая турбулентность, интеграл столкновений ионов, турбулентные флуктуации.

В настоящем сообщении излагается материал получения интеграла столкновений для ионов в модели плазмы с ионно-звуковой турбулентностью (ИЗТ), возбуждаемой постоянным электрическим полем с напряженностью $\vec{E}$. При этом мы следуем модели работы [1], когда отношение зарядов ионов сорта e_α к их массе m_α одинаковы

$$\frac{e_\alpha}{m_\alpha} = \frac{e_\beta}{m_\beta}. \tag{1}$$

В этом случае, согласно модели ИЗТ Кадомцева–Петвиашвили [2] (см. также работу Сагдеева [3]), нелинейным физическим процессом, который стабилизирует ионно-звуковую (ИЗ) неустойчивость, является вынужденное рассеяние ИЗ-волн на ионах. Этот же процесс определяет уровень ИЗТ и в модели Силина–Урюпина [4], когда условие (1) нарушается. Однако в условиях (1) такой процесс не столь эффективен, что приводит к тому, что в таких условиях интенсивность ИЗ-флуктуаций в модели [1] оказывается больше соответствующей интенсивности в модели [4].

В нашу задачу входит определение явного вида интеграла столкновений ионов J_α с пульсациями ИЗТ, обусловленного вынужденным рассеянием таких пульсаций на ионах, и общий вид которого был, например, дан в работе [1] (ср. [4, 5])

$$J_\alpha[f_\alpha] = \frac{\partial}{\partial v_i}\left[D_{ij}^{(\alpha)}(\vec{V})\frac{\partial f_\alpha}{\partial v_j}\right], \tag{2}$$

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail:.

где коэффициенты диффузии в пространстве скоростей $D_{ij}^{(\alpha)}(\vec{V})$ определяются следующей формулой

$$D_{ij}^{(\alpha)}(\vec{V}) = \frac{1}{2m_\alpha^2}\int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\int \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3} N(\vec{k})N(\vec{k}')k_i''k_j''W_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V}). \tag{3}$$

Здесь f_α – функция распределения ионов, $\vec{k}'' = \vec{k}-\vec{k}'$, $N(\vec{k})$ – определяет распределение по волновым векторам ИЗ-флуктуаций, а вероятность рассеяния $W_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V})$ дается формулой:

$$W_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V}) = 4(2\pi)^9|\Lambda_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V})|^2 \times \left[\omega^2 \frac{\partial\varepsilon(\omega,\vec{k})}{\partial\omega}\,\frac{\partial\varepsilon(\omega',\vec{k}')}{\partial\omega'}\right]^{-1}\delta(\omega''-\vec{k}''\vec{V}), \tag{4}$$

где $\omega'' = \omega-\omega'$, $\varepsilon(\omega,\vec{k}) = 1+\delta\varepsilon_e(\omega,\vec{k})+\sum\limits_\alpha \delta\varepsilon_\alpha(\omega,\vec{k})$, $\delta\varepsilon_e$, $\delta\varepsilon_\alpha$ – вклады соответственно электронов и α-го сорта ионов в продольную диэлектрическую постоянную плазмы. При этом в (4)

$$\omega \equiv \omega(\vec{k}) = \frac{\omega_L r_{De} k}{\sqrt{1+k^2r_{De}^2}} \tag{5}$$

частота ИЗ-волн, r_{De} – дебаевский радиус электрона, $\omega_L^2 = \sum\limits_\alpha \omega_{L\alpha}^2$, $\omega_{L\alpha} = \left(4\pi e_\alpha^2 \dfrac{N_\alpha}{m_\alpha}\right)^{1/2}$ – ленгмюровская частота α-го сорта ионов, N_α – число ионов в единице объема. Для амплитуды рассеяния $\Lambda_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V})$ в случае выполнения условия (1) приближенно имеем

$$\Lambda_\alpha(\vec{k},\vec{k}',\vec{V}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\,\frac{e_\alpha^2}{m_\alpha\omega'}\,\frac{(\vec{k}\vec{k}')}{kk'}\left(\frac{\vec{k}\vec{V}}{\omega}+\frac{\vec{k}'\vec{V}}{\omega'}\right). \tag{6}$$

Используя малость тепловой скорости ионов по сравнению с фазовой скоростью ИЗ-волн с помощью формул (4)–(6) можем записать соотношение (3) в виде [1]:

$$D_{jk}^{(\alpha)}(\vec{V}) = \int \frac{d\vec{k}d\vec{k}'}{(2\pi)^6} N(\vec{k})N(\vec{k}')k^4\delta(\omega-\omega')\frac{\pi}{4m_\alpha^2N_\alpha^2}\,\frac{\omega_{L\alpha}^4}{\omega_L^4}(\vec{\kappa}\vec{\kappa}')^2(\vec{\kappa}+\vec{\kappa}',\vec{V})^2(\vec{\kappa}-\vec{\kappa}')_j(\vec{\kappa}-\vec{\kappa}')_k, \tag{7}$$

где $\vec{\kappa} = \left(\dfrac{\vec{k}}{k}\right)$ и $\vec{\kappa}' = \left(\dfrac{\vec{k}'}{k'}\right)$.

Для $N(\vec{k})$ используем положение теории [1] о приближенном разделении переменных

$$N(\vec{k}) = N(k)\Phi(\cos\theta_k), \tag{8}$$

где, согласно [1, 6, 7],

$$N(k) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_L^8 r_{De}^7}{\omega_{Le}} \left[\sum_\alpha \frac{e_\alpha^2 \omega_{L\alpha}^2 V_{T\alpha}^2}{m_\alpha^2} \right]^{-1} Y(kr_{De}), \tag{9}$$

$$Y(x) = \frac{1}{x^4} \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}} \left[\ln \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} - \frac{1}{2(1+x^2)} - \frac{1}{4(1+x^2)^2} \right], \tag{10}$$

m_e – масса электрона, N_e – число электронов в единице объема, T_e – их температура, $\omega_{Le} = \left(4\pi e^2 \dfrac{N_e}{m_e}\right)^{1/2}$ – электронная ленгмюровская частота, а $V_{T\alpha} = \sqrt{\kappa_B \dfrac{T_\alpha}{m_\alpha}}$ – тепловая скорость ионов сорта α с температурой T_α и κ_B – постоянная Больцмана.

Используя эти выражения, можно записать тензор коэффициента диффузии в пространстве ионных скоростей в виде

$$D_{jk}^{(\alpha)} = D^{(\alpha)} d_{jk}(\vec{V}), \tag{11}$$

здесь

$$D^{(\alpha)} = \frac{1}{32} \frac{\omega_L^{11}}{\omega_{Le}^2} \left[\sum_\beta \frac{m_\alpha^2 e_\beta^2 \omega_{L\beta}^4 r_{D\beta}^2}{e_\alpha^2 m_\beta^2 r_{De}^2} \right]^{-2} I_1, \tag{12}$$

$$I_1 = \int_0^\infty dx \cdot x^8 (1+x^2)^{3/2} Y^2(x), \tag{13}$$

$$d_{jk}(\vec{V}) = \int_0^{\pi/2} d\theta_k \sin\theta_k \Phi(\cos\theta_k) \int_0^{\pi/2} d\theta_k' \sin\theta_k' \Phi(\cos\theta_k') I_{jk}(\vec{V}), \tag{14}$$

$$I_{jk}(\vec{V}) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_k}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_k'}{2\pi} (\vec{\kappa}\vec{\kappa}')^2 (\vec{\kappa}+\vec{\kappa}', \vec{V})^2 (\vec{\kappa}-\vec{\kappa}')_j (\vec{\kappa}-\vec{\kappa}')_k, \tag{15}$$

где θ_k и φ_k – полярный и азимутальный углы в пространстве $\vec{\kappa}$.

Используем моменты функции углового распределения

$$M_n = \int_0^{\pi/2} d\theta_k (\cos\theta_k)^n \Phi(\cos\theta_k). \tag{16}$$

Отметим, что в первоначальной работе [8] и ряде последующих, где необходимыми оказывались лишь моменты с четными номерами, вместо определения (16) использовалось такое, в котором вместо n писалось $2n$. Нам необходимы и нечетные. Поэтому далее мы пользуемся определением (16), которое использовано было в [1]. Тогда элементы тензора $d_{jk}(\vec{V})$ можно записать в виде

$$d_{zz}(\vec{V}) = a_{11}V_z^2 + a_{12}(V_x^2 + V_y^2), \tag{17}$$

$$d_{xz}(\vec{V}) = d_{zx}(\vec{V}) = -V_x V_z a_{11}, \quad d_{yz}(\vec{V}) = d_{zy}(\vec{V}) = -V_y V_z a_{11}, \tag{18}$$

$$d_{xy}(\vec{V}) = d_{yx}(\vec{V}) = V_x V_y a_{xy}, \tag{19}$$

$$d_{xx}(\vec{V}) = a_{21}V_z^2 + b_{11}V_x^2 + b_{12}V_y^2, \tag{20}$$

$$d_{yy}(\vec{V}) = a_{21}V_z^2 + b_{11}V_y^2 + b_{12}V_x^2, \tag{21}$$

где использованы обозначения

$$a_{11} = M_0M_4 + M_2M_4 + 3M_2M_6 - M_2^2 - M_0M_6 - 3M_4^2, \tag{22}$$

$$\begin{aligned} a_{12} = M_0M_2 + \frac{1}{2}M_0M_6 + 5M_1M_3 + \frac{17}{2}M_2M_4 + 5M_3M_5 - \\ -\frac{3}{2}M_0M_4 - M_1^2 - 3M_1M_5 - \frac{7}{2}M_2^2 - \frac{3}{2}M_2M_6 - 6M_3^2 - \frac{7}{2}M_4^2, \end{aligned} \tag{23}$$

$$a_{xy} = \frac{1}{8}(4M_0M_2 + 14M_2M_4 + 6M_2M_6 - 2M_0M_6 - 10M_2^2 - 11M_4^2 - M_0^2), \tag{24}$$

$$\begin{aligned} a_{21} = M_0M_2 + M_1^2 + \frac{17}{2}M_2M_4 + 6M_3^2 + \frac{1}{2}M_0M_6 + 3M_1M_5 - \\ -\frac{3}{2}M_0M_4 - \frac{7}{2}M_2^2 - 5M_1M_3 - \frac{7}{2}M_4^2 - \frac{3}{2}M_2M_6 - 5M_3M_5, \end{aligned} \tag{25}$$

$$b_{11} = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}M_0^2 + 4M_0M_4 + M_2^2 + 9M_2M_6 - 2M_0M_2 - 3M_0M_6 - 3M_2M_4 - \frac{13}{2}M_4^2\right), \tag{26}$$

$$b_{12} = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{2}M_0^2 + 4M_0M_4 + 11M_2^2 + 3M_2M_6 + \frac{9}{2}M_4^2 - 6M_0M_2 - M_0M_6 - 17M_2M_4\right). \tag{27}$$

Скажем несколько слов в связи с встречавшимися ранее выражениями среди (22)–(27). Так выражение (23), большее нашего в два раза, возникало в работе [9], в которой для моментов (17) использовалась строчная буква m_n. При этом двойка нами используется умышленно, дабы избежать численных коэффициентов в формулах (17)–(21). Далее формула (22) совпадает с формулой (30) работы [9], а формула (25) совпадает с формулой (32) работы [9] после ее уточнения в работе [10].

Откладывая несколько ответ на вопрос об угловом распределении $\Phi(\cos\theta_k)$ и отдавая должное подходу Кадомцева и Петвиашвили, и, естественно, работ [1,6,7], запишем уравнение (7) в случае плазмы с одним сортом ионов. Тогда формула (9) имеет известный вид (вместо α записываем i):

$$N(k) = \frac{4\pi N_e \kappa_B T_e}{V_{Ti}^2}\sqrt{\frac{\pi}{8}}\frac{\omega_{Li}^2 r_{De}^5}{\omega_{Le}} Y(kr_{De}). \tag{28}$$

Используя это выражение, можно записать тензор коэффициента диффузии в пространстве ионных скоростей в виде

$$D_{jk}^{(i)} = D_0 d_{jk}(\vec{V}). \tag{29}$$

Здесь

$$D_0 = \frac{1}{32}\left(\frac{N_e T_e}{N_i T_i}\right)^2 \frac{\omega_{Li}^3}{\omega_{Le}^2} I_1. \tag{30}$$

Остальные обозначения отвечают формулам (13)–(15).

Полученные здесь формулы позволяют записать искомый интеграл столкновений ионов с ИЗ-флуктуациями J_α в виде, который определяет его функциональную зависимость от скорости ионов $\vec{V}$,

$$J_\alpha(\vec{V}) = D^{(\alpha)}\frac{\partial}{\partial V_j} d_{jk}(\vec{V})\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_k}. \tag{31}$$

Здесь $D^{(\alpha)}$ определено формулой (12), а в частном случае одного сорта ионов формулой (30) для D_0.

$$\frac{\partial}{\partial V_j} d_{jk}(\vec{V})\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_k} = (a_{21}V_z^2 + b_{11}V_x^2 + b_{12}V_y^2)\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_x^2} + (a_{21}V_z^2 + b_{11}V_y^2 + b_{12}V_x^2)\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_y^2} +$$

$$+(a_{11}V_z^2 + a_{12}[V_x^2 + V_y^2])\frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_z^2} + 2a_{xy}V_x V_y \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_x \partial V_y} - 2a_{11}V_z\frac{\partial}{\partial V_z}\left(V_x\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_x} + V_y\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_y}\right). \tag{32}$$

Входящие в правую часть последней формулы (32) шесть коэффициентов (22)–(27) определяются параметрами плазмы в зависимости от углового распределения турбулентных пульсаций. При этом коэффициенты (22)–(27) зависят от сделанных приближений и точности численного расчета.

Теперь можно отметить, что из формулы (2) непосредственно следует очевидное сохранение числа ионов

$$\int d\vec{V}\cdot J_\alpha[f_\alpha] = 0, \tag{33}$$

а из формул (2), (32), (17)–(21) и (22)–(27) следует

$$\int d\vec{V}\cdot\vec{V}\cdot J_\alpha[f_\alpha] = 0. \tag{34}$$

Последнее отвечает приближению сохранения импульса каждого сорта ионов при их столкновениях с ИЗ-флуктуациями.

Обратимся теперь к угловому распределению ИЗ-флуктуаций по углу θ_k между вектором $\vec{k}$ и направлением возбуждающей ИЗТ силы, которую будем связывать с вектором $\vec{E}$ напряженности электрического поля. Используем формулу [6]

$$\Phi(\cos\theta_k) = \frac{2}{\pi\cos^2\theta_k}\sqrt{\frac{K_N}{\lambda_2}}\frac{d}{d(\cos\theta_k)}\int\limits_0^{\cos\theta}\frac{t^5 dt}{\sqrt{\cos^2\theta_k - t^2}}\frac{1}{\varphi(t)}, \tag{35}$$

где

$$\varphi(t) = 0.26 - 0.195t^2 + 0.315t^4 + t^2(1-t^2)^{1/2}(0.09 - 0.315t^2)\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}\right), \tag{36}$$

$\lambda_2 = 0.7$, согласно [6], и так называемое турбулентное число Кнудсена, которое в случае плазмы с одним сортом ионов имеет вид [6, 8]:

$$K_N = \frac{3\pi r_{Di}^2|eE|}{m_e\omega_{Li}^2 r_{De}^3} \tag{37}$$

формула (35) относится к случаю

$$K_N >> 1. \tag{38}$$

Здесь следует остановиться на некоторой возможности путаницы. Именно, численное значение λ_2 в [6] для случая (38) приведено неверное. Верное значение $\lambda_2 \cong 0.5$ с большой точностью. Поэтому в ряде работ вместо (K_N/λ_2) использовалось турбулентное число Кнудсена, в два раза превышающее (37), введенное первоначально в работе [8]. В то же время заметим, что для случая, противоположного (38), тогда, когда интересуются интерполяцией от столкновительного описания к турбулентному, как это нетрудно усмотреть из текста работы [6], λ_2 перестает быть константой, а завит от столкновений заряженных частиц. В этой связи, чтобы не порождать путаницу, мы далее используем (37), и в условиях (38) $\lambda_2 = (1/2)$.

В общем случае плазмы с произвольным числом ионов, удовлетворяющих условию (1), для турбулентного числа Кнудсена используем следующее выражение

$$K_N = \frac{12\pi^2|eE|N_e\omega_{Le}^2}{\omega_L^{10} r_{De}^3}\sum_\alpha \frac{e_\alpha^2}{m_\alpha^2}\omega_{L\alpha}^4 r_{D\alpha}^2, \tag{39}$$

которое, как и (37), относится к случаю (38).

В предельном случае плазмы с одним сортом ионов это выражение принимает вид (37). Отметим, что в работе [7] в знаменатель правой части используемой там формулы (2.6) включена в виде множителя λ. (Еще одно отличие.)

Используя формулы (2.172) из [1] (с. 161), для углового распределения (35) можем записать

$$M_0 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^2dx}{\varphi(x)}\left[\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \mathrm{arcos}x\right] = 2.03\sqrt{2K_N}, \tag{40}$$

$$M_1 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^3dx}{\varphi(x)\sqrt{1-x^2}} = 1.44\sqrt{2K_N}, \tag{41}$$

$$M_2 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^5dx}{\varphi(x)\sqrt{1-x^2}} = 1.10\sqrt{2K_N}, \tag{42}$$

$$M_3 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^5dx}{\varphi(x)}\left[\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \ln\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right] = 0.88\sqrt{2K_N}, \tag{43}$$

$$M_4 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^5dx}{\varphi(x)}\,\frac{2x^2-1}{\sqrt{1-x^2}} = 0.72\sqrt{2K_N}, \tag{44}$$

$$M_5 = \sqrt{2K_N}\frac{1}{\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^5dx}{\varphi(x)}\left[\frac{(-1+3x^2)}{\sqrt{1-x^2}} - 3x^2\ln\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right] = 0.61\sqrt{2K_N}, \tag{45}$$

$$M_6 = \sqrt{2K_N}\frac{2}{3\pi}\int\limits_0^1 \frac{x^5dx}{\varphi(x)}\,\frac{(-1-4x^2+8x^4)}{\sqrt{1-x^2}} = 0.52\sqrt{2K_N}. \tag{46}$$

Определенный интеграл в формуле для M_0 отличается от приведенного в исходной работе [11] упрощающим запись преобразованием. Подобным преобразованием отличается M_5 от приведенного в [1]. В обзоре [1] приведены первые шесть интегралов. В работе [11] приведены численные значения этих интегралов для M_0, M_2, M_4.

Использование численных значений (40)–(46) позволяет, согласно формулам (23)–(28), записать элементы тензора $d_{jk}(\vec{V})$ в следующем виде:

$$d_{xx}(\vec{V}) = 2K_N(0.73\cdot V_z^2 + 0.11\cdot V_x^2 + 0.18\cdot V_y^2), \tag{47}$$

$$d_{yy}(\vec{V}) = 2K_N(0.73\cdot V_z^2 + 0.11\cdot V_y^2 + 0.18\cdot V_x^2), \tag{48}$$

$$d_{xy}(\vec{V}) = d_{yx}(\vec{V}) = -2K_N\cdot V_xV_y\cdot 0.07, \tag{49}$$

$$d_{xz}(\vec{V}) = d_{zx}(\vec{V}) = -2K_N \cdot V_x V_z \cdot 0.15, \tag{50}$$

$$d_{yz}(\vec{V}) = d_{zy}(\vec{V}) = -2K_N \cdot V_y V_z \cdot 0.15, \tag{51}$$

$$d_{zz}(\vec{V}) = 2K_N(0.15 \cdot V_z^2 + 0.05 \cdot V_y^2 + 0.05 \cdot V_x^2). \tag{52}$$

Наконец, формулы (47)–(52) позволяют записать формулу (32) в виде:

$$\frac{\partial}{\partial V_j} d_{jk}(\vec{V}) \frac{\partial f_\alpha}{\partial V_k} = 2K_N \left\{ (0.73 \cdot V_z^2 + 0.11 \cdot V_x^2 + 0.18 \cdot V_y^2) \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_x^2} + \right.$$
$$+ (0.73 \cdot V_z^2 + 0.18 \cdot V_x^2 + 0.11 \cdot V_y^2) \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_y^2} + (0.15 \cdot V_z^2 + 0.05 \cdot [V_x^2 + V_y^2]) \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_z^2} -$$
$$\left. - 0.14 \cdot V_x V_y \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_x \partial V_y} - 0.30 \cdot V_x V_z \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_x \partial V_z} - 0.30 \cdot V_y V_z \frac{\partial^2 f_\alpha}{\partial V_y \partial V_z} \right\}. \tag{53}$$

Формулы (31),(32),(12),(17)–(21) и (22)–(27) решают задачу о зависимости ионного интеграла столкновений $J_\alpha[f_\alpha]$, а точнее, соответствующего ему диффузионного оператора, от скорости ионов. Наконец, формула (53) дает необходимые численные коэффициенты в рамках предельного случая больших значений турбулентного числа Кнудсена (39) и приближенного способа определения числовых коэффициентов в функции $\varphi(t)$, описываемой формулой (36).

Авторы выражают признательность за финансовую поддержку этой работы в рамках проекта N 09-02-00674 РФФИ и Программы фундаментальных исследований Президиума РАН N 30.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] V. Yu. Bychenkov, V. P. Silin, S. A. Uryupin, Physics Reports **164**, N 3, 119 (1988).

[2] В. И. Петвиашвили, ДАН СССР **153**, 1295 (1963).

[3] R. Z. Sagdeev, Proc. Symp. Appl. Math. **18**, 281 (1967).

[4] В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **102**, 78 (1992).

[5] Л. М. Коврижных, ЖЭТФ **48**, 1114 (1965).

[6] В. Ю. Быченков, В. П. Силин, С. А. Урюпин, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 27 (1983).

[7] И. В. Кузора, В. П. Силин, С. А. Урюпин, Краткие сообщения по физике ФИАН, N 3, 26 (2003).

[8] В. Ю. Быченков, В. П. Силин, ЖЭТФ **82**, 1886 (1982).

[9] В. Ю. Быченков, В. П. Силин, С. А. Урюпин, Физика плазмы **15**, 300 (1989).