

СИЛА МАГНУСА И ДИНАМИКА МАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В СЛАБЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

А. К. Звездин¹, К. А. Звездин²

Исследован вопрос о гироскопической (Магнуса) силе в слабых ферромагнетиках, действующей на магнитные вихри, находящиеся в движущихся доменных границах. Получена общая формула для гироскопической силы в слабых ферромагнетиках. Показано, что для большинства типов доменных границ гироскопическая сила отлична от нуля и определяется средней намагниченностью подрешеток, константами взаимодействия Дзялошинского и обменного взаимодействия между подрешетками. Выведены обобщенные выражения для эффективных функций Лагранжа и Рэлея в слабых ферромагнетиках с учетом вихревой структуры последних.

Ключевые слова: сила Магнуса, гироскопический вектор, магнитный вихрь, слабый ферромагнетизм, фаза Берри, доменная граница, линия Блоха.

1. В настоящее время исследование динамических свойств магнитных вихрей привлекает большое внимание, что связано с их необычными магнитными свойствами и с возможными применениями для задач спинтроники и высокоплотной магнитной памяти [1–8]. Одним из примеров магнитных вихрей являются вертикальные линии Блоха, возникающие в доменных границах в области смены направления разворота вектора намагниченности. В известной книге Малоземова и Слонзуски [9] содержатся основные сведения о динамике блоховских линий (см. также более поздние теоретические и экспериментальные работы [10–17]). Более общий и глубокий взгляд на динамику вихревых структур в различных средах и содержательные аналогии читатель может найти в интересной монографии Г. Воловика [18]. При движении доменной границы во внешнем магнитном поле происходит ее искривление в области локализации линии

Учреждение Российской академии наук Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38, Россия.

¹ E-mail: zvezdin@gmail.ru

² E-mail: konstantin.zvezdin@gmail.com

Блоха и смещение линии Блоха вдоль доменной границы под действием инерционной (гироскопической или Магнуса) силы, которая для ферромагнетиков была вычислена в [19]. Динамические свойства магнитных вихрей в магнитных пленках (в основном, в эпитаксиальных феррит-гранатовых пленках) детально исследованы [9, 12, 15, 16]). В последние годы появились экспериментальные работы по изучению движения магнитных вихрей в иттриевом ортоферрите (YFeO_3) [20–24], который является типичным примером слабого ферромагнетика с ромбической симметрией. Для ортоферритов характерны большие скорости движения доменных стенок (до 20 км/с) [25]. В экспериментах [20–24] была исследована зависимость скорости сноса линий Блоха вдоль доменной границы от скорости доменной границы и получен ряд интригующих результатов. Удивительны огромные скорости вихрей, обнаруженные в этих работах. Они достигают 16 км/сек, что близко к скорости магнонов в YFeO_3 . Зависимости скорости вихрей от внешнего магнитного поля и силы Магнуса также весьма нетривиальны; они обусловлены, по мнению авторов [20–24], казирелятивистскими особенностями динамики солитонов и доменных границ в слабых ферромагнетиках. Вместе с тем, теоретическое рассмотрение этой проблемы остается незавершенным и многие экспериментальные данные до сих пор не получили должного объяснения. Центральным вопросом в динамике магнитных вихрей в слабых ферромагнетиках является вопрос о величине и даже о существовании в них [26] гироскопической силы, которая ответственна за снос магнитного вихря во внешнем поле. Этой проблематике посвящена данная работа.

2. Определим сначала доменные границы, которые являются носителями изучаемых магнитных вихрей. Для определенности мы рассматриваем слабые ферромагнетики ромбической симметрии, распространенным представителем которых являются ортоферриты (RFeO_3), кристаллические оси которых обозначаются буквами a , b , c . В ортоферритах ось b является выделенной; вдоль нее направлен вектор Дзялошинского. Это означает, что вдоль этой оси кристалл не имеет спонтанной намагниченности (обусловленной скосом подрешеток). В таких материалах существуют два типа доменных границ, различающихся тем, что у них вектор намагниченности либо: а) перпендикулярен плоскости разворота спинов, б) лежит в ней. Первые называются границами Булаевского–Гинзбурга (БГ). В них намагниченность направлена строго по одной оси (в данном случае оси c) и изменяется при прохождении через границу от $-M_s$ до M_s , обращаясь в 0 в центре границы. Типичным примером материала, где они реализуются, является диспрозиевый ортоферрит (DyFeO_3). Вторые являются более распространенными; в них модуль намагниченности, как и в классических ферромагнетиках, прак-

тически не изменяется в доменной границе (типичный пример – YFeO_3). Они могут быть блоховскими, неелевскими или промежуточного типа в зависимости от ориентации границы относительно осей кристалла. Энергии их практически одинаковы, что объясняется малым магнитостатическим вкладом в их полную энергию. Для краткости мы будем ниже называть эти границы блоховскими. Представляют интерес также менее известные границы между чисто антиферромагнитными фазами, в которых вектор антиферромагнетизма также как и в Б–Г границах разворачивается в ab -плоскости кристалла. Намагниченность в доменах равна 0, но в доменных границах она отлична от 0 и направлена по или против c -оси. Такую доменную границу естественно назвать “магнитным листом”.

3. Динамика магнитных спинов двухподрешеточного слабого ферромагнетика может быть описана при помощи следующих функций Лагранжа и Рэля:

$$L = \frac{M}{2\gamma} \sum_{i=1}^2 (1 - \cos \theta_i) \dot{\varphi}_i - W, \quad (1)$$

$$R = \frac{\alpha M}{4\gamma} \sum_{i=1}^2 (\dot{\theta}_i^2 + \sin^2 \theta_i \dot{\varphi}_i^2), \quad (2)$$

где θ_i, φ_i – полярные и азимутальные углы магнитных моментов подрешеток, модуль момента которых равен M , $\gamma = 1.73 \cdot 10^7$ рад/сек – гиромагнитное отношение, α – безразмерный параметр затухания уравнений Ландау–Лифшица в форме Гильберта, W – энергия, зависящая от θ_i, φ_i и их пространственных производных. В теории слабого ферромагнетизма вместо магнитных моментов подрешеток M_i используют безразмерные векторы намагниченности антиферромагнетизма:

$$\mathbf{m} = \frac{M_1 + M_2}{2M}, \quad \mathbf{l} = \frac{M_1 - M_2}{2M} \quad (3)$$

(как правило, $m \ll l$). При переходе к переменным \mathbf{m}, \mathbf{l} углы ϑ_i, φ_i представляются в виде:

$$\theta_1 = \theta + \epsilon, \quad \theta_2 = \pi - \theta + \epsilon, \quad \varphi_1 = \varphi + \beta, \quad \varphi_2 = \pi + \varphi - \beta, \quad (4)$$

где θ, φ – полярный и азимутальный углы вектора \mathbf{l} , а углы скоса подрешеток ϵ, β ($\epsilon \ll 1, \beta \ll 1$) определяют вектор \mathbf{m} :

$$m_x = \epsilon \cos \theta \cos \varphi - \beta \sin \theta \sin \varphi, \quad m_y = \epsilon \cos \theta \sin \varphi + \beta \sin \theta \cos \varphi, \quad m_z = -\epsilon \sin \theta. \quad (5)$$

Стандартное выражение для энергии слабого ферромагнетика ромбической симметрии [27] имеет вид (в системе координат $x, e, z \parallel a, b, c$ -осям, соответственно):

$$W = \frac{a}{2} m^2 + A(\nabla \mathbf{l})^2 + A'(\nabla \mathbf{m})^2 + \frac{b_1}{2} l_x^2 + \frac{b_2}{2} l_z^2 + d_1 m_x l_z + d_2 m_z l_x - M \mathbf{m} \mathbf{H}, \quad (6)$$

где a – константа, равная обменной энергии между подрешетками, b_1, b_2 – константы анизотропии, d_1, d_2 – константы антисимметричного обмена Дзялошинского (обычно, $d_1 \simeq -d_2$), A, A' – константы неоднородного обмена; если учитывать обменное взаимодействие лишь между ближайшими соседями, то $A' = -A$, H – внешнее магнитное поле.

Ниже для определенности мы рассматриваем доменные границы, в которых вектор антиферромагнетизма \mathbf{I} переориентируется в ac -плоскости (этот выбор не ограничивает общность теории). В этом случае удобно использовать в качестве полярной оси c -ось кристалла, а азимутальный угол отсчитывать от a -оси, тогда для покоящихся и свободно движущихся границ имеет место $\theta = \pi/2$, $\beta = 0$. В этом можно убедиться прямой подстановкой этих значений в уравнения Эйлера–Лагранжа (они представляют собой, конечно, полные уравнения Ландау–Лифшица системы), следующие из минимизации действия, определяемого лагранжианом (1) (с учетом диссипативной функции Рэлея (2)).

4. Следующий шаг упрощения задачи – использование длинноволнового приближения. Если характерная длина, на которой происходит изменение углов φ и ϵ (толщина доменной границы Δ в данном случае) много больше постоянной решетки a_0 , то третьим слагаемым в (6) можно пренебречь по сравнению с первым ($A' \sim aa_0^2$). Тогда функции Лагранжа (1) и Рэлея (2) принимают вид:

$$L = \frac{M}{\gamma} \epsilon \dot{\varphi} - W, \quad R = \frac{\alpha M}{2\gamma} (\dot{\varphi}^2 + \epsilon^2), \quad (7)$$

$$W = \frac{M^2 \epsilon^2}{2\chi_{\perp}} - K' \cos^2 \varphi + M(H + H_D \cos \varphi) \epsilon + A(\nabla \varphi)^2, \quad (8)$$

где $\chi_{\perp} = M^2/a$ – перпендикулярная восприимчивость, $K' = -b_1/2$, $H_D = -d_1/M$ – поле Дзялошинского. Нетрудно убедиться, что в длинноволновом приближении вторым слагаемым в функции Рэлея (7) можно также пренебречь. Соответствующее условие малости $\alpha \chi_{\perp} v / \gamma \Delta \lesssim a_0 / \Delta \ll 1$, где v – скорость доменных границ или вихрей ($v < c = \sqrt{2A/\chi_{\perp}} \simeq 2 \cdot 10^6$ см/сек), выполняется с большим запасом. Тогда условие экстремума действия по ϵ дает:

$$m_z = -\epsilon = \frac{\chi_{\perp}}{M} (H_D \cos \varphi + H - \frac{\dot{\varphi}}{\gamma}). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (7), получим

$$L_1 = \frac{\chi_{\perp}}{2} \left(-\frac{\dot{\varphi}}{\gamma} + H + H_D \cos \varphi \right)^2 + K' \cos^2 \varphi - A(\nabla \varphi)^2, \quad (10)$$

$$R_1 = \frac{\chi_{\perp}}{2\gamma^2} \dot{\varphi}^2. \quad (11)$$

Здесь и ниже индекс “1” у L и R означает, что соответствующие лагранжиан и функция Рэлея получены в длинноволновом приближении.

Из (10, 11) получаем [28]

$$\partial_t^2 \varphi - c^2 \nabla^2 \varphi + \frac{c^2}{\Delta_0^2} \sin \varphi \cos \varphi + \omega_D \omega_H \sin \varphi = -\gamma \dot{H} - \alpha \omega_E \partial_t \varphi, \quad (12)$$

где $c = \gamma \sqrt{2A/\chi_{\perp}}$, $\Delta_0 = \sqrt{A/K_1}$, $\omega_E = \gamma M/\chi_{\perp}$, $\omega_H = \gamma H$, $\omega_D = \gamma H_D$, $K_1 = K'_1 + \chi_{\perp} H_D^2/2$.

Уравнения (9–12) являются основными уравнениями σ -модели, применительно к слабым ферромагнетикам. Поворотом системы координат на произвольный угол можно привести (10, 11) к стандартному виду [29, 30]

$$L_1 = \frac{\chi_{\perp}}{2\gamma^2} \dot{\mathbf{l}}^2 - W(\mathbf{l}, \nabla \mathbf{l}) - \frac{\chi_{\perp}}{\gamma} ((\mathbf{H} + \mathbf{H}_D)[\mathbf{l}, \dot{\mathbf{l}}]), \quad (13)$$

$$R_1 = \frac{\alpha M}{2\gamma^2} \dot{\mathbf{l}}^2. \quad (14)$$

Уравнения (12–14) применимы для произвольных доменных границ (в частности, для ac -границ в YFeO_3) при надлежащем выборе констант энергии анизотропии.

5. Очевидно, что лагранжиан (10), соответствующее ему действие и σ -модель недостаточны для описания систем с топологическими дефектами типа магнитных вихрей, т.к. в их сердцевинах не выполняются условия применимости длинноволнового приближения. Выйти из этого затруднения можно следующим образом. Разобьем пространство переменных поля $\mathbf{l}(\mathbf{r})$, $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ на два подпространства

$$C = C_1 + C_2,$$

где C_2 – сумма подпространств, охватывающих ядра вихрей. Остающемуся после такого выделения многосвязному пространству C_1 длинноволновое приближение и σ -модель вполне адекватны. Тогда полное действие системы S с топологическими дефектами может быть представлено в виде

$$S = S_1 + \sum_n \hbar \Omega_n, \quad (15)$$

где $S_1 = \int dt L_1$, а

$$\Omega_n = \frac{M}{2\gamma} \int dt \int_{C_{2n}} d^3x \sum_{i=1}^2 (1 - \cos \theta_i) \dot{\varphi}_i \equiv \int dt \sum_{i=1}^2 L_{WZ}^i, \quad (16)$$

так называемая фаза Берри [31], возникающая при интегрировании кинематического слагаемого исходного лагранжиана ($L_{WZ} = \frac{M}{\gamma} \int d^3x (1 - \cos \theta) \dot{\varphi}$ -Весса-Зумино член) по пространству C_{2n} , содержащему магнитный вихрь. Существенно, что для топологических дефектов типа вихря она не обращается в 0 при стремлении объема пространства C_2 к 0. Известно, что в квантовой механике (статистике) фаза Берри определяет фазу соответствующей волновой функции (статистический вес) системы. В нашей задаче фаза Берри определяет силу Магнуса, действующую на магнитный вихрь в нестационарном магнитном окружении. Она может быть получена следующим способом. Будем описывать стационарное движение вихря функциями

$$\theta_i(\mathbf{r} - \mathbf{X}(\mathbf{t})), \quad \varphi_i(\mathbf{r} - \mathbf{X}(\mathbf{t})), \quad (17)$$

где \mathbf{X} – радиус-вектор центра вихря, тогда сила Магнуса \mathbf{F}_M получается варьированием по \mathbf{X} фазы Берри (16):

$$F_M^\alpha = -\frac{\delta L_{WZ}}{\delta X_\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (18)$$

Подставляя в (18) (17) и используя соотношения $\dot{\theta} = -\dot{X}_\beta \partial_\beta \theta$, $\dot{\varphi} = -\dot{X}_\beta \partial_\beta \varphi$, где по совпадающим индексам предполагается суммирование, получим

$$F_M^\alpha = \frac{M}{2\gamma} \int_{C_2} d^3x \sum_{i=1}^2 \sin \theta_i \frac{\partial(\theta_i, \varphi_i)}{\partial(x_\alpha, x_\beta)} \dot{X}_\beta. \quad (19)$$

Подставляя в якобианы формулы (19) значения углов из (4), получим в линейном приближении по углам ϵ, δ :

$$\mathbf{F}_M = [\mathbf{G}, \dot{\mathbf{X}}], \quad (20)$$

где вектор гирации \mathbf{G} равен:

$$\mathbf{G} \mathbf{d}_z = \frac{M}{2\gamma} \int d^3x ([\nabla(\epsilon \sin \theta), \nabla \varphi] + [\nabla \cos \theta, \nabla \delta]). \quad (21)$$

Основное значение во многих случаях имеет нормальная к плоскости пластинки компонента вектора гирации G_z . Используя свойства якобианов, интегралы в (21) легко вычисляются (см. детали в [17]), в результате чего получим:

$$\mathbf{F}_M = \frac{2\pi \chi_\perp H_D d_z}{\gamma} [\mathbf{t}, \dot{\mathbf{X}}], \quad (22)$$

где \mathbf{t} – единичный вектор $\mathbf{t} = [\nabla\varphi, \nabla\theta]/|[\nabla\varphi, \nabla\theta]|$, вычисленный в центре вихря, d_z – толщина пластинки.

Заметим, что вплоть до недавнего времени в данной научной области существовала противоречивая ситуация. С одной стороны, в ряде теоретических работ утверждалось (см. [26] и цитированную там литературу), что в слабых ферромагнетиках вектор гирации обращается в 0 (при $H \rightarrow 0$, где H – внешнее поле), с другой стороны, эксперимент [20–24] демонстрировал наличие гирации в поведении вихрей. Формула (22) разрешает это противоречие в пользу эксперимента.

Аналогично диссипативная функция Рэлея может быть представлена в виде:

$$R = R_1 + R_2 = R_1 + \sum_n R_{2n}, \quad (23)$$

где R_1, R_2 отвечают за диссипацию в областях C_1, C_2 , соответственно.

6. В дальнейшем нам понадобятся солитонные решения уравнения (12) (при $H = 0, \alpha = 0$) простейшего типа, описывающие свободно движущиеся доменные границы (кинки). Они имеют вид:

$$\varphi = 2 \arctan \exp\left(\eta \frac{x - q(t)}{\Delta}\right). \quad (24)$$

В этих формулах $\eta = \pm 1$, $q(t) = Vt$, $\Delta = \Delta_0/\beta$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$, V – скорость солитона.

Заметим, что при $H = 0$, $\alpha = 0$ уравнение (12) инвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца, в которых скорость магновов s играет роль скорости света в теории относительности:

$$x' = (x - Vt)/\beta, \quad t' = \left(t - \frac{Vx}{c^2}\right)\beta. \quad (25)$$

Поэтому динамику доменных границ в слабых ферромагнетиках называют квази-релятивистской. Одним из следствий этого является релятивистская зависимость толщины и эффективной массы от скорости ($m = m_0\beta, m_0 = 4\chi_{\perp}/\Delta_0\gamma^2$), приводящие к известному насыщению скорости доменной границы с ростом магнитного поля [25, 26, 28], а также характерная связь плотности энергии, энергий и массы доменных границ ($\sigma = mc^2$, в YFeO_3 $m_0 \sim 2.5 \cdot 10^{-13}$ г/см³)¹.

¹Мы используем здесь приставку “квази”, чтобы подчеркнуть частный характер обсуждаемых здесь эффектов, основанных на математической аналогии (точнее изоморфизме) и не имеющих отношения

7. Решения (15, 16) вырождены относительно киральности, т.е. направления поворота спинов в доменной границе (по или против часовой стрелки, $\eta = \pm 1$). Поэтому в доменной границе могут соседствовать области с противоположной киральностью. Границу между ними называют линией Блоха. Распределение вектора антиферромагнетизма \mathbf{l} вокруг линии Блоха образует вихрь (подробнее см., напр., [9, 17]).

Как отмечено во Введении, основное дифференциальное уравнение (12), полученное в рамках длинноволнового приближения (σ -модель), не описывает полностью магнитный вихрь, так как его ядро выходит за рамки применимости σ -модели. Однако оно может быть использовано весьма эффективно для описания динамики вихря, если размеры его ядра δ_v меньше или порядка толщины доменной границы, что всегда реализуется в ромбических слабых ферромагнетиках ($\delta_v < \Delta = \sqrt{A/K}$).

В этом случае можно перейти к сокращенному описанию динамики доменной границы и вихря, заменяя распределение спинов их “центрами масс”, т.е. величинами $q(t)$ для центра границы и $x_0(t)$ для центра вихря и исключить таким образом из детального рассмотрения малую область, соответствующую ядру вихря, заменив ее надлежащими граничными условиями. Подобный подход весьма аналогичен тому, который широко используется в теории вихрей Абрикосова в сверхпроводниках 2-го рода.

8. Перейдем к реализации этой программы. На рис. 1 изображен схематически профиль центра доменной границы $q(x)$, взятый в момент времени t , вдоль которой движется магнитный вихрь, находящийся при $t = t_0$ в точке $x = x_0$. Для вывода сокращенных уравнений, т.е. уравнений, определяющих $q(x, t)$ и $x_0(t)$, подставим решения (14, 15) в (12, 13) и проинтегрируем последние по объему. Будем считать, что исходная, невозмущенная движущимся вихрем, доменная граница является плоской, т.е. в рамках сокращенного описания ее уравнение есть $q = \text{const}$. Движущийся вихрь искажает профиль доменной границы, так что q становится функцией x, z . Ниже мы будем полагать толщину пластинки d_z достаточно малой для того, чтобы можно было пренебречь зависимостью q от z . Это допущение не является принципиальным; оно делается для

к общефизической и философской концепции релятивизма. В то же время этот математический изоморфизм интересен и важен, поскольку иллюстрирует первостепенное значение и роль группы преобразований Лоренца в данном контексте. Кроме того, некоторые проявления релятивистских свойств – такие, например, как анизотропия массы

$$m_{\parallel} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad m_{\perp} = \frac{m_0}{(\sqrt{1 - V^2/c^2})^3},$$

здесь оказываются весьма важными и проявляются в новых интересных следствиях и эффектах, которые по известным причинам не обсуждались активно в специальной теории относительности.

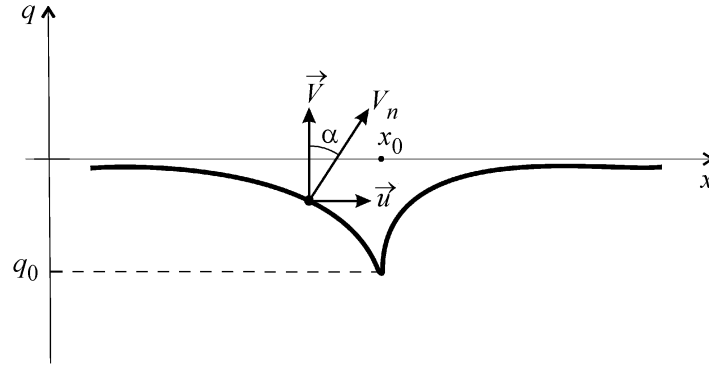


Рис. 1: Профиль движущейся доменной границы, содержащей движущийся вихрь с центром в точке $x = x_0$. \mathbf{v} , \mathbf{u} – скорости доменной границы и вихря, соответственно.

упрощения математических формул. Кроме того, оно находится в соответствии с существующими экспериментами [23], в которых исследовались тонкие пластинки ($d_z \sim 30\text{--}100$ мкм) ортоферрита иттрия.

Интегрирование по объему проведем в два этапа. На первом проинтегрируем L и R по нормали к доменной границе (см. рис. 1). Результатом интегрирования являются следующие редуцированные функции Лагранжа и Рэлея, зависящие от $q(t)$ и x

$$\tilde{L} = -\sigma_0 \sqrt{1 - \frac{u_n^2}{c^2}} + 2M_s H(q) + \eta \frac{\pi \chi_{\perp} H_D}{\gamma} u_n, \quad (26)$$

$$\tilde{R} = \tilde{R}_1 + \tilde{R}_2, \quad (27)$$

$$\tilde{R}_1 = \frac{m_0}{\tau} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{u_n^2}{c^2}} \right), \quad (28)$$

где u_n – проекция скорости доменной границы (\dot{q} || y -оси) на нормаль к ней в точке x (см. рис. 1), $M_s = \chi_{\perp} H_D$, $\frac{m_0}{\tau} \equiv \frac{\alpha M}{\gamma \Delta_0}$, $\eta(x)$ меняет знак в точке $x = x_0$.

Что касается величины \tilde{R}_2 (см. (23)), то этот вклад в полную диссипативную функцию имеет смысл учитывать только при малых значениях скорости вихря \dot{x}_0 , когда прогиб доменной границы, обусловленный действием силы Магнуса, является еще малым. С ростом скорости вихря ситуация меняется на обратную, так что вкладом \tilde{R}_2 можно пренебречь по сравнению с \tilde{R}_1 . Соответствующие оценки величин будут приведены ниже, а сейчас ограничимся тем, что приведем приближенную формулу для \tilde{R}_2 ,

относящуюся к пределу малых скоростей вихря:

$$\tilde{R}_2 \sim \frac{m_0}{2\tau} (\dot{q}^2 + \dot{x}_0^2) \Delta^2. \quad (29)$$

На втором этапе проведем интегрирование по длине доменной границы:

$$\langle L \rangle = L_z \int dl \tilde{L}, \quad \langle R_1 \rangle = L_z \int dl \tilde{R}_1, \quad (30)$$

тогда:

$$\langle L \rangle = -L_z \int \left(\sigma_0 \sqrt{1 + (q')^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}} - \left(\int_0^q 2M_s H(q') dq' \right) - \frac{\pi \chi_{\perp} H_D}{\gamma} \dot{q} \eta(x) \right) dx, \quad (31)$$

$$\langle R \rangle = L_z \int \frac{m_0}{\tau} \left(\sqrt{1 + (q')^2} - \sqrt{1 + (q')^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}} \right) dx, \quad (32)$$

где L_z – толщина пластины, которую ниже будем полагать равной единице. При этом были использованы следующие соотношения:

$$dl = \frac{dx}{\cos \alpha}, \quad \tan \alpha = q',$$

$$\sqrt{1 - \frac{u_n^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{\dot{q}^2 \cos^2 \alpha}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{\dot{q}^2}{c^2(1 + \tan^2 \alpha)}} = \frac{dx}{dl} \sqrt{1 + (q')^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}}.$$

9. Используя (30, 31), получим уравнения движения для $q(t)$:

$$\partial_t(m\dot{q}) - \frac{m}{\tau} \dot{q} - \partial_x \sigma \partial_x q = 2M_s H(q) - \frac{2\pi \chi_{\perp} H_D}{\gamma} \dot{x}_0 \delta(x - x_0), \quad (33)$$

где предполагается следующая зависимость $H(q) = H - H'q$. Второе слагаемое в этой формуле введено для того, чтобы обеспечить устойчивость плоской доменной границы относительно изгибных возмущений, что обычно реализуется в эксперименте [23].

Уравнение для координаты центра вихря $x_0(t)$ будет приведено в следующей публикации.

Работа поддержана проектами РФФИ (09-02-01423, 10-02-90475, 10-02-01162).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] R. P. Cowburn, Nature materials **6**, 265 (2007).
- [2] A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, Europhys. Lett. **69**, 990 (2005).
- [3] M. Klaui, P. O. Jubert, R. Allenspach, et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 026601 (2005).
- [4] T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, et al., Science **289**, 930 (2000).

- [5] J. Shibata, Y. Nakatani, G. Tatara, et al., *JMMM* **310**, 2041 (2007).
- [6] К. В. Гоньков, К. А. Звездин, А. В. Хвальковский, *Краткие сообщения по физике ФИАН*, **35**(8), 25 (2008).
- [7] A. Dussaux, B. Georges, J. Grollier, V. Cros, A.V. Khvalkovskiy, **2**, A. Fukushima, M. Konoto, H. Kubota, K. Yakushiji, S. Yuasa, K.A. Zvezdin, **4**, K. Ando and A. Fert, *Nature Communications*, 1:8 doi: 10.1038/ncomms1006 (2010).
- [8] A. V. Khvalkovskiy, A. N. Slavin, J. Grollier, et al., *Appl. Phys. Lett.* **96**, 022504 (2010).
- [9] А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами* (М., Мир, 1982).
- [10] А. В. Никифоров, Е. Б. Сонин, *ЖЭТФ* **85**, 642 (1983) [*Sov. Phys.-JETP* **58**, 373 (1983)].
- [11] А. К. Звездин, А. Ф. Попков, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 348 (1984).
- [12] Л. М. Дедух, В. И. Никитенко, Е. Б. Сонин, *УФН* **145**, 158 (1985) [*Sov. Phys.-Usp.* **28**, 100 (1985)].
- [13] Г. Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **44**, 144 (1986).
- [14] А. К. Звездин, А. Ф. Попков, *ЖЭТФ* **91**, 1789 (1986).
- [15] М. В. Четкин, И. В. Парыгина, В. Б. Смирнов, и др., *Письма в ЖЭТФ* **49**(3), 174 (1989); M. V. Chetkin, V. B. Smirnov, I. V. Parigina, A. K. Zvezdin, *Phys. Lett. A* **140**, 428 (1989).
- [16] A. A. Thiele, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 230 (1973).
- [17] А. К. Звездин, В. И. Белотелов, К. А. Звездин, *Письма в ЖЭТФ* **87**(7), 443 (2008).
- [18] G. E. Volovik, *The Universe in a Helium Droplet* (Clarendon Press, Oxford, 2003), <http://ltdl.tkk.fi/personnel/THEORY/volovik/book.pdf>
- [19] A. A. Thiele, *Journ. Appl. Phys.* **45**, 377 (1974).
- [20] М. В. Четкин, Ю. Н. Курбатова, В. Н. Филатов, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 760 (1997).
- [21] М. В. Четкин, Ю. Н. Курбатова, Т. Б. Шапаева, О. А. Борщеговский, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 527 (2004).
- [22] M. V. Chetkin, Yu. N. Kurbatova, T. B. Shapaeva, O. A. Borschevsky, *Phys. Lett. A* **337**, 235 (2005).
- [23] М. В. Четкин, Ю. Н. Курбатова, Т. Б. Шапаева, О. А. Борщеговский, *ЖЭТФ* **130**, 181 (2006).
- [24] М. В. Четкин, Ю. Н. Курбатова, Т. Б. Шапаева, О. А. Борщеговский, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 232 (2007).
- [25] М. В. Четкин, А. Н. Шалыгин, А де ла Кампа, *ФТТ* **19**, 3470 (1977).
- [26] V. G. Baryahtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, S. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons* (Springer, Berlin, 1994).
- [27] К. П. Белов, А. К. Звездин, А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках* (М., Наука, 1979).
- [28] А. К. Звездин, *Письма в ЖЭТФ* **29**(10), 605 (1979).
- [29] А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
- [30] А. К. Звездин, А. А. Мухин, *Краткие сообщения по физике ФИАН*, № 12, 10 (1981).
- [31] M. V. Berry, *Proc. R. Soc. Lond. A* **392**, 45 (1984).

Поступила в редакцию 13 ноября 2009 г.