

УДК 533.951

ЗАВИСИМОСТЬ ТЕМПЕРАТУРЫ СТОХАСТИЧЕСКИ НАГРЕВАЕМЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ИМПУЛЬСНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА МИШЕНИ

Ю. В. Крыленко, Ю. А. Михайлов¹, А. С. Орехов², Г. В. Склизков,
А. А. Филиппов

Численными методами рассматривается динамика электронов в поле сфокусированного многомодового лазерного излучения пикосекундной длительности. Обнаружено, что при стохастическом возмущении траектории электрона его энергия может на несколько порядков превосходить энергию осцилляторного движения в плоской волне. На основании 2D численного моделирования исследуется функция распределения электронов. Получено аналитическое выражение для функции распределения релятивистских электронов как идеального газа. Функция распределения в диапазоне плотности потоков излучения $10^{14} - 10^{17}$ Вт/см² сравнивается с аналитическим выражением равновесного распределения и вводится температурная характеристика для стохастически нагреваемых лазерным полем электронов. Найдена зависимость температуры электронов от плотности потока излучения.

Ключевые слова: лазерная плазма, стохастическое ускорение электронов, функция распределения.

Генерация и наличие высокоэнергичных электронов в лазерной плазме имеет большое значение для лазерного термоядерного синтеза. С одной стороны, наличие энергичных электронов в короне термоядерной мишени может иметь негативное и даже ка-

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский пр., 53.

¹ E-mail: mikh@sci.lebedev.ru

² E-mail: anstanor@gmail.com

катастрофическое значение при адиабатическом сжатии мишени, так как при этом происходит нежелательный предпрогрев сжимаемого ядра. С другой стороны, в схеме быстрого поджига такие электроны могут быть использованы для нагрева до термоядерной температуры и инициирования горения сжатого ядра [1]. Кроме того, актуальность исследований генерации и ускорения электронов в лазерной плазме обуславливается возможностью применения высокоэнергичных электронных пучков из вспомогательного лазер-плазменного источника для весьма перспективной диагностики плазмы по рассеянию электронов на спонтанных магнитных полях сжимаемой термоядерной мишени [2]. Существует также весьма важный аспект исследований генерации электронов в плазме, связанный с их ролью в энергетическом балансе, что необходимо учитывать для корректного написания уравнения состояния плазмы [3] и, следовательно, построения адекватных гидродинамических моделей для теоретического анализа физических процессов в экспериментах по ЛТС.

Проведённые в последнее время многочисленные экспериментальные и теоретические исследования свидетельствуют о генерации электронов аномально большой энергии в лазерной плазме в широком диапазоне световых потоков. Впервые при умеренных потоках пико- и наносекундной длительности наблюдались высокоэнергичные электроны из лазерной плазмы в работе [4], а в работах [5, 6] была зарегистрирована и исследована аномально большая эмиссия высокоэнергичных электронов. Следует отметить, что при сверхвысоких потоках $\sim 3 \cdot 10^{20}$ Вт/см² наблюдались экспериментально и получались в численных моделях электроны с максимальной энергией ~ 100 МэВ, что во много раз превышало энергию осцилляторных колебаний [8, 9].

В настоящей работе на основании 2D численного моделирования исследуется функция распределения свободных электронов, нагреваемых интенсивным лазерным полем. Функция распределения в диапазоне плотности потоков излучения $10^{14} - 10^{17}$ Вт/см², полученная с помощью численного моделирования, сравнивается с аналитическим выражением для равновесного распределения. Вводится температурный параметр и определяется его зависимость от интенсивности лазерного излучения в фокусе. Для импульсов параболической формы длительностью $10^3 - 10^4$ периодов световой волны с длиной волны $\lambda = 1$ мкм получена зависимость температуры от плотности потока и времени.

Для ансамбля невзаимодействующих релятивистских частиц (идеального релятивистского газа, изотропного в пространстве) справедливо распределение Гиббса. Если предположить изотропность скоростей в отсутствие внешних сил, из распределения Гиббса следует функция в импульсном пространстве $w(p)d\vec{p} =$

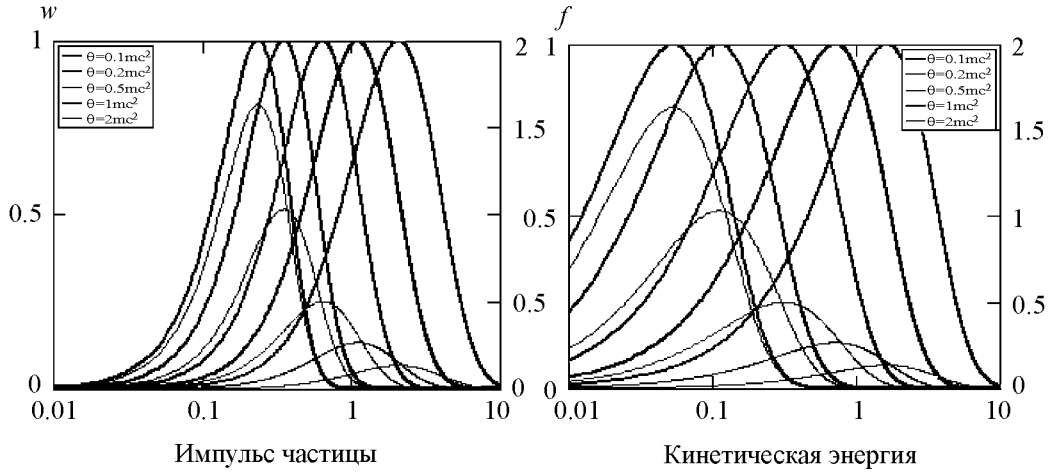


Рис. 1: Распределение электронов по импульсам при разных температурах. Жирные кривые – функция распределения, нормированная на единицу, тонкие линии – плотность вероятности распределения электронов для температур 51, 102, 255, 510, 1020 кэВ слева направо соответственно.

Рис. 2: Распределение электронов по энергиям при разных температурах. Жирные кривые – функция распределения, нормированная на единицу, тонкие линии – плотность вероятности распределения электронов как на рис. 1.

$A'(\theta') e^{-\frac{\epsilon'}{\theta'}} dp_x dp_y dp_z$, где $\epsilon' = \sqrt{p'^2 c^2 + m^2 c^4}$. Пронормировав эту функцию, получим $A'(\theta') \int_V e^{-\frac{\sqrt{p'^2 c^2 + m^2 c^4}}{\theta'}} d\vec{p}' = \frac{N}{V}$, где якобиан равен $d\vec{p}' = 4\pi p' dp'$, а штрих относится к абсолютным единицам. Для удобства перейдем к относительным величинам, сделав следующую замену переменных $\epsilon = \frac{\epsilon'}{mc^2}$; $p = \frac{p'c}{mc^2}$; $\theta = \frac{\theta'}{mc^2}$. Условие нормировки функции распределения на одну частицу выглядит следующим образом

$$A(\theta) \cdot \int_0^\infty (mc^2)^3 \cdot e^{-\frac{\sqrt{1+p^2}}{\theta}} 4\pi p^2 dp = 1. \text{ Чтобы найти зависимость нормировочного ко-}$$

эффициента от температуры θ , заменим $t = \text{arcsch} \frac{pc}{mc^2}$; $z = \frac{1}{\theta}$, и перепишем условие нормировки в виде $A(z) = [4\pi(mc^2)^3 \cdot I(z)]^{-1}$, где $I(z) = \int_0^\infty e^{-z \text{ch} t} \text{sh}^2 t \text{ch} t dt$. Таким образом, нормировка сводится к нахождению интеграла $I(z)$. Интеграл можно вычислить, используя аппарат функций МакДональдса. Тогда уравнение для интеграла примет вид

$\int I(z)dz = -\frac{2 \cdot \Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \cdot \frac{K_1(z)}{z}$. Для решения этого уравнения используем соотношения

$$K_1(z) = \frac{\Gamma(1/2)(z/2)}{\Gamma(3/2)} \cdot \int_0^\infty e^{-z \operatorname{ch}t} \operatorname{sh}^2 t dt = -\frac{\Gamma(1/2)z}{2 \cdot \Gamma(3/2)} \cdot \int I(z)dz.$$

Тогда

$$\int I(z)dz = -\frac{2 \cdot \Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \frac{K_1(z)}{z};$$

$$I(z) = \frac{-2 \cdot \Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{K_1(z)}{z} \right) = \left(\frac{K_0(z)}{z} + \frac{2 \cdot K_1(z)}{z^2} \right),$$

где $\Gamma(\nu + 1/2)$ – гамма-функции полуцелого аргумента, $K_\nu(z)$ – модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка соответственно.

Окончательно для функции распределения в импульсном пространстве имеем

$$w(p, \theta) = A(\theta) \cdot (mc^2)^3 \cdot e^{-\frac{\sqrt{1+p^2}}{\theta}} \frac{1}{4\pi p^2} \text{ или } w(p, \theta) = \frac{p^2 e^{-\frac{\sqrt{1+p^2}}{\theta}}}{\theta \cdot K_0\left(\frac{1}{\theta}\right) + 2\theta \cdot K_1\left(\frac{1}{\theta}\right)}. \text{ На}$$

рис. 1 тонкими линиями изображена плотность вероятности распределения электронов для разных значений θ , а жирными – нормированная функция распределения в импульсном пространстве.

Для удобства сравнения с результатами численного моделирования выведем выражение для релятивистской функции распределения в представлении кинетической энергии.

В формуле $w(p, \theta) = A(\theta) \cdot e^{-\frac{\sqrt{1+p^2}}{\theta}} \frac{1}{4\pi p^2}$ выразим импульс через кинетическую энергию $p = \sqrt{T^2 + 2T}$. Функция распределения по энергии преобразуется к выражению $f(T, \theta) = e^{-\frac{T+1}{\theta} \sqrt{T(2+T)}} \cdot (T+1)$. Для нормировки функции распределения найдем нормировочный множитель $B(\theta) = \left(\int_0^\infty f(T, \theta) dT \right)^{-1}$.

Задача сводится к вычислению интеграла $J(\theta) = \int_0^\infty e^{-\frac{T+1}{\theta} \sqrt{T(2+T)}} \cdot (T+1) dT$. Сделаем замену $T = \operatorname{ch}y - 1$,

$z = \frac{1}{\theta}$. Тогда $J(\theta) = \int_0^\infty e^{-z \operatorname{ch}y} \operatorname{sh}^2 y \cdot \operatorname{ch}y dy = \frac{1}{3} \cdot \int_0^\infty e^{-z \operatorname{ch}y} d \operatorname{sh}^3 y$. Далее, используя соотношение

$\int_0^\infty \operatorname{sh}^3 y de^{-z \operatorname{ch}y} = -z \int_0^\infty \operatorname{sh}^4 y e^{-z \operatorname{ch}y} dy$, $\Gamma(5/2) = \frac{3}{4} \sqrt{\pi}$, найдем $J(\theta) = \frac{1}{3} \operatorname{sh}^3 y \cdot e^{-z \operatorname{ch}y} \Big|_0^\infty +$

$\frac{z}{3} \frac{\Gamma(5/2) \cdot 4}{\sqrt{\pi z^2}} K_2(z) = \frac{1}{z} K_2(z)$. Для зависимости нормировочного коэффициента от температуры имеем $B(\theta) = \frac{z}{K_2(\theta)}$. Окончательно функция распределения в терминах кинетической энергии имеет вид $w(T, \theta) dT = B(\theta) \cdot e^{-\frac{T+1}{\theta}} \sqrt{T(2+T)} \cdot (T+1)$. На рис. 2 тонкими линиями изображена плотность вероятности распределения электронов для разных значений θ , а жирными – нормированная функция распределения частиц по энергиям.

Средняя энергия определяется по формуле $T_{avg}(\theta) = \int_0^{\infty} T \cdot w(T, \theta) dT$. При малых температурах в классическом случае среднюю энергию можно записать как $T_{avg} = \frac{3}{2}\theta$. При больших температурах в ультрарелятивистском случае зависимость средней энергии от температуры стремится к $T_{avg} = 3\theta - 1$. Таким образом, температуру можно определить из значения средней энергии $\theta = \frac{T_{avg} + 1}{3} = \frac{\langle T_{kin} \rangle + mc^2}{3}$.

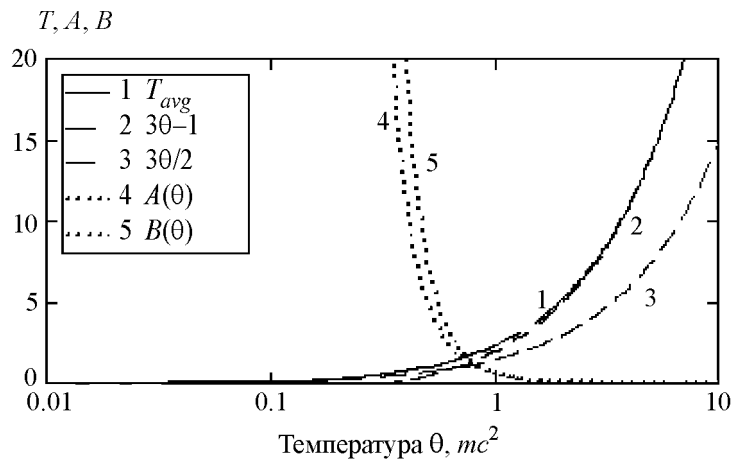


Рис. 3: Кривая 1 описывает среднюю энергию ансамбля частиц, 2, 3 – асимптотика средней энергии в релятивистском и классическом случаях соответственно, 4, 5 – нормировочные коэффициенты для функций распределения по импульсам и по энергиям соответственно.

На рис. 3 кривая 1 отображает аналитически выведенную зависимость средней энергии равновесного распределения от температуры, кривые 2 и 3 показывают асимптотическое поведение температуры в релятивистском и классическом случаях соответственно, кривые 4 и 5 являются графиками нормировочных коэффициентов к распределению частиц по импульсам и по энергиям соответственно.

В численных расчетах мы анализировали поведение ансамбля свободных электронов в электромагнитном поле, описанном выше. Для каждого электрона решалась система уравнений движения $\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{E}(\vec{r}_i, t) + \vec{\beta}(\vec{p}_i) \times \vec{B}(\vec{r}_i, t)$, $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{\beta}(\vec{p}_i)$, где i обозначает номер частицы, $\vec{p} = \frac{\vec{p}}{mc}$ – релятивистский импульс, $\vec{\beta}(\vec{p}) = \frac{\vec{p}}{\sqrt{1 + (\vec{p} \cdot \vec{p})}}$ – скорость частицы, $\vec{E} = \frac{q\vec{E}'}{mc^2}$ и $\vec{B} = \frac{q\vec{B}'}{mc^2}$ – приведенные электрическое и магнитное поля, $t = ct'$. Переменные со штрихами являются абсолютными величинами. Неизвестными в этих уравнениях являются пространственные координаты \vec{r} и вектор импульса частицы \vec{p} . По этим величинам для каждой из частиц рассчитывалась эволюция кинетической энергии $T_i = \sqrt{1 + \vec{p}_i \cdot \vec{p}_i} - 1$ и по ансамблю всех частиц определялся вид функции плотности вероятности электронов от кинетической энергии.

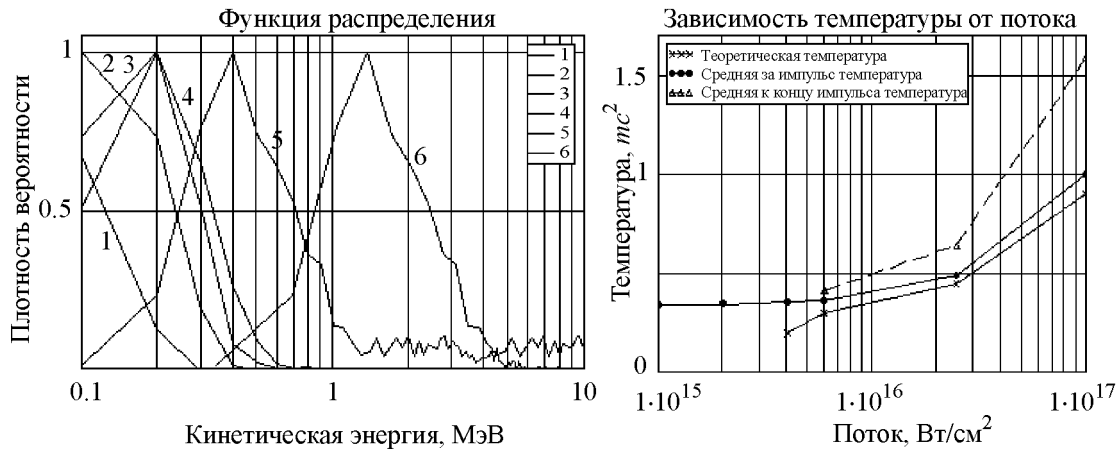


Рис. 4: Функция распределения электронов, построенная на основе численного моделирования для различных плотностей потока лазерного излучения в диапазоне $10^{15} - 10^{17}$ Вт/см².

Рис. 5: Зависимость температуры электронов от потока энергии. Нижняя кривая соответствует стационарному равновесному состоянию; средняя кривая – расчетная температура, усредненная за импульс; точки на верхней кривой – температура, рассчитанная по результатам измерения тока отсечки.

Рассматриваемые электроны начинали свое движение из ограниченной области пространства, в которой были расположены случайным образом. Набор электроном энергии, несмотря на трёхмерную траекторию его движения, происходил только в плоскости X-Y, содержащей волновой вектор и вектор поляризации пучка. Начальное распре-

деление импульсов частиц соответствовало максвелловскому с температурой порядка одного или нескольких килоэлектронвольт. Это отражает типичное состояние короны лазерной плазмы, нагреваемой вблизи критической области при рассматриваемых уровнях интенсивности излучения $6 \cdot 10^{13} - 10^{17}$ Вт/см². В нашем случае пространственная неоднородность поля в ближней зоне не играет большой роли при наборе электроном энергии. Однако за счет углового распределения мод в пучке (то есть в дальней зоне) в фокальной области образуются спекл-структуры в распределении поля. При этом, как показано в работе [7], изменение фазы поля при переходе от пичка к пичку носит случайный характер, что учитывается в уравнениях движения. На движущийся электрон действует электромагнитное поле, фаза которого резко меняется, причём время изменения много меньше периода волны. Частота изменения фазы поля при движении электрона соответствует $2/3$ плазменной частоты. Фаза является постоянной от одного скачка до другого. Случайное распределение относительной фазы учтено для каждой спектральной компоненты.

Уравнения движения решались с помощью метода Рунге–Кутты четвертого порядка с адаптивным размером шага. Пространственное разрешение при расчетах составляло 50 точек на длину волны. Временная дискретизация тщательно подбиралась, чтобы минимизировать влияние численных возмущений.

Расчетные функции распределения приведены на рис. 4, где кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответствуют потокам 10^{15} , $2 \cdot 10^{15}$, $4 \cdot 10^{15}$, $6 \cdot 10^{15}$, $2.5 \cdot 10^{16}$, 10^{17} Вт/см² соответственно. Сравнивая кривые с функцией $w(\theta)$, мы получили следующую зависимость эффективной температуры электронов в электромагнитном лазерном поле от плотности потока: $\theta \sim q^{0.85}$ для $q = 10^{15} - 10^{16}$ Вт/см²; $\theta \sim q^{0.6}$ для $q = 10^{16} - 10^{17}$ Вт/см².

Сравнивая функции распределения равновесных частиц и расчетные данные, получили температуры равновесных ансамблей частиц, которые соответствуют по наиболее вероятной энергии нагретому электронному газу. Из расчетных данных о средней энергии электронов в течение импульса и средней энергии к концу импульса была показана коллинеарность зависимостей температуры от потока энергии равновесного и нагретого состояний. На рис. 5 нижняя кривая отображает эквивалентную температуру равновесного состояния частиц. Средняя кривая показывает температуру электронов, усредненную в течение лазерного импульса. Она оказалась несколько выше теоретической. Верхняя кривая показывает среднюю энергию электронов к концу греющего импульса. Точки на верхней кривой рассчитаны по результатам измерений тока отсечки [7] по

методике, аналогичной описанной в [6]. Эти величины энергии характеризуют энергию электронов, близкую к максимальной.

В данной модели мы рассматриваем появление высокоэнергичных электронов, которые создают положительный пространственный заряд в плазме после вылета из нее. Общее число таких электронов может определяться из потенциального заряда плазменного облака по его конечному размеру и средней энергии вылетающих электронов. Другими словами, на основе статистической обработки траекторий электронов произведен расчет функции распределения энергии электронов и плотности тока, который дает возможность оценить порядок макроскопического электрического поля (плазменный потенциал). Ускорение заряженной частицы происходит в электромагнитном поле, сформированном в фокальной плоскости поляризованными падающим и отраженным лазерными пучками.

В такой схеме стохастического нагрева электронов изменение фазы действующего на электрон поля вызывается за счет движения частицы в спекл-структуре. Однако такое случайное изменение фазы может обуславливаться также неоднородностью плазмы, например, образующейся при облучении малоплотных мишеней со случайной вариацией плотности вещества в нанопорах матрицы [10].

Таким образом, в настоящей работе показано, что энергия генерируемых в плазме электронов может достигать при плотности потока лазерного излучения на мишени 10^{17} Вт/см² величин 2–4 МэВ. Получены и сопоставлены численные и аналитические результаты, описывающие функцию распределения релятивистских электронов для плотностей потоков лазерного излучения в диапазоне $10^{14} - 10^{17}$ Вт/см², и найдена зависимость температуры стохастических электронов от плотности потока излучения. Полученные спектральные характеристики высокоэнергичных электронов могут быть использованы для моделирования рассеяния электронов на спонтанных магнитных полях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 08-02-00913-а) и при поддержке Учебно-научного комплекса ФИАН.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] D. Umstadter, J. Phys. D: Appl. Phys. **36**, R151 (2003).
- [2] П.В. Конаш, И.Г. Лебо, Квантовая электроника **36**(8), 767 (2006).

- [3] В. В. Иванов, А. К. Князев, А. В. Куценко и др., Краткие сообщения по физике ФИАН, № 7-8, 38 (1997).
- [4] С. Rousseaux, F. Amiranoff, C. Labaune, G. Matthieussent, Phys. Fluids B **4(8)**, 2589 (1992).
- [5] В. В. Иванов, А. К. Князев, Н. Е. Корнеев и др., ПТЭ, № 4, 112 (1995).
- [6] В. В. Иванов, А. К. Князев, А. В. Куценко и др., ЖЭТФ **109(4)**, 1257 (1996).
- [7] Y. A. Mikhailov, L. A. Nikitina, G. V. Sklizkov, et al., Laser and Particle Beams **26**, 525 (2008).
- [8] S. P. D. Mangles, K. Krushelnick, Z. Najmudin, et al., Phil. Trans. R. Soc. A **364**, 663 (2006).
- [9] С. Г. Бочкарев, К. И. Попов, В. Ю. Быченков, Краткие сообщения по физике ФИАН, **36(11)**, 33 (2009).
- [10] N. G. Borisenko, A. E. Bugrov, I. N. Burdonskiy, et al., Laser and Partical Beams **26**, 537 (2008).

Поступила в редакцию 24 декабря 2009 г.