УДК 53.01

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ КАСКАДНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СЛУЧАЙНОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

И. М. Дремин, А. В. Леонидов, В. А. Нечитайло

На примере асимпотически свободной теории $\lambda\phi_6^3$ со случайной константой λ рассмотрен процесс каскадного размножения частиц со случайной интенсивностью элементарного распада. Изучена зависимость характеристик распределения по множественности частиц в каскаде от параметров вероятностного распределения по интенсивности элементарного распада.

Ключевые слова: неупорядоченные системы, каскадные процессы.

Мультипликативные каскадные процессы являются одной из наиболее общих физических моделей, описывающих системы, характеризующиеся большиими флуктуациями и дальними корреляциями, которые находят свое отражение в мультифрактальных свойствах таких систем. Наиболее известным примером является колмогоровская теория турбулентности и ее мультифрактальное обобщение [1]. В физике высоких энергий наиболее важным примером мультипликативного каскадного процесса являются кварк-глюонные струи, являющиеся примером монофрактального каскада. Нетривиальные свойства корреляций и флуктуаций в струях КХД подробно изучены, (см., например, [2, 3]). Нетривиальные свойства теоретико-полевых каскадных процессов изучались также в рамках асимптотически свободной скалярной теории с кубическим взаимодействием в шестимерии [4], см. также [5].

В настоящей заметке мы изучим обобщение скалярного теоретико-полевого каскада, изученного в [4, 5], на задачу о каскадном процессе со случайной интенсивностью фундаментального распада $\phi(q) \Rightarrow \phi(q_1)+\phi(q_2)$. В стандартной постановке задачи вероятность такого распада пропорциональна λ^2, где λ – соответствующая константа связи в лагранжиане взаимодействия теории, $\mathcal{L}_{\rm int} \sim \lambda\phi^3$. Вероятностный характер интенсивности распада описывается вероятностным распределением λ^2 (точное определение будет дано ниже). Рассмотренная задача по существу эквивалентна мультипликативному

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: leonidov@lpi.ru.

каскаду, развивающемуся в случайно-неоднородной среде. Именно такого рода эффекты приводят к мультифрактальному обобщению колмогоровского каскада диссипации энергии в теории турбулентности [1]. Аналитические выражения для локальных корреляторов и моментов по множественности каскадных частиц для простейшего случая бифрактального каскада были получены в [6]. Ниже мы сфокусируем внимание на глобальных характеристиках мультипликативного каскада со случайной интенсивностью, в частности, на свойствах распределения по множественности частиц, сгенерированных каскадом.

Рассматриваемый ниже каскад развивается как последовательность распадов $q \Rightarrow q_1+q_2$, где $q = (E, \vec{q})$ есть 4-импульс частицы-родителя, а $q_{1(2)}$ – 4-импульсы дочерних частиц. Мы изучаем времениподобный каскад, в котором инвариантная масса (виртуальность) исходной частицы перераспределяется каскадом в инвариантные массы дочерних частиц таким образом, что для каждого распада выполняется ограничение $q^2 > q_1^2+q_2^2$. Каскадный процесс останавливается, когда виртуальность на рассматриваемой ветви достигает порогового значения Q_h^2. Отметим аналогию между масштабом Q_h^2 и масштабом диссипации в каскадной теории развитой турбулентности. В настоящей работе использовалось значение $Q_h = 0.4$ GeV.

Вероятность частицы с виртуальностью Q^2 и энергией E полностью характеризуется судаковским формфактором

$$S(Q^2|\, E, Q^2_{\max}; Q_h^2) = \exp\left[-\int_{Q^2}^{Q^2_{\max}} \frac{dt^2}{t^2}\int_{z_-(E,\, t^2|\, Q_h^2)}^{z_+(E,\, t^2|\, Q_h^2)} dz \frac{\lambda^2}{\pi \log[z(1-z)t^2]} K(z)\right], \quad (1)$$

где $z = E_1/E \equiv 1-E_2/E$, $K(z) = z(1-z)$ – ядро уравнения эволюции в рассматриваемой теории, а пределы интегрирования по доле энергии

$$z_\pm(E, Q^2|\, Q_h^2) = \frac{1}{2}\left(1 \pm \sqrt{\left(1-\frac{Q^2}{E^2}\right)\left(1-\frac{Q_h^2}{Q^2}\right)}\right) \quad (2)$$

характеризуют кинематические ограничения на распад, следующие из закона сохранения 4-импульса. Вероятностный характер интенсивности элементарных распадов в каскаде отражает распределение вероятностей

$$P(\lambda^2|\, a, \mu) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{\mu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)} \frac{a^\mu}{(\lambda^4+a^2)^{(\mu+1)/2}}. \quad (3)$$

Отметим, что с ростом μ распределение (3) становится все более близким к гауссовому. Тем самым с ростом μ уменьшается вероятность больших флуктуаций λ^2. Путем выбора масштабного параметра a распределение (3) нормируется так, что среднее значение константы связи λ одинаково для любых значений индекса μ. Соответствующее значение a определяется из условия

$$\lambda_0^2 \equiv \langle\lambda\rangle = \frac{a}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{\mu - 1} \frac{\Gamma\left(\frac{\mu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)}. \tag{4}$$

В нашем рассмотрении мы использовали значение $\lambda_0 = 12$. Изучение каскада производилось с использованием соответствующей модификации монтекарловской программы, которая использовалась при анализе свойств КХД струй в среде [7]. Для начальной энергии каскада было выбрано значение $E_0 = 300$ GeV.

Распределения по множественности при различных значениях индекса μ приведены на рис. 1.

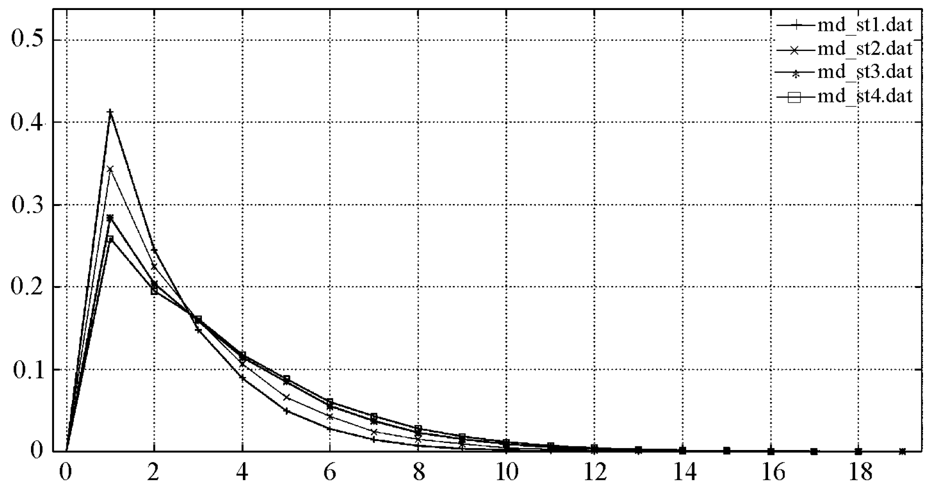

Рис. 1: *Распределения по множественности частиц в каскаде при значениях индекса* $\mu = 1.5$ (+), $\mu = 2$ ($\times$), $\mu = 5$ ($\star$) *и* $\mu = 100$ ($\square$).

Для того чтобы количественно охарактеризовать зависимость распределений по множественности σ от характера флуктуаций интенсивности элементарного распада, характеризуемого индексом μ, рассмотрим четыре низших момента распределения по числу частиц в каскаде: среднее $\mu_N \equiv \langle N\rangle$, стандартное отклонение σ_N, а также асимметрию ξ_N и эксцесс κ_N:

$$\xi_N = \frac{\langle(N-\mu_N)^3\rangle}{\sigma_N^3}, \qquad \kappa_N = \frac{\langle(N-\mu_N)^4\rangle}{\sigma_N^4} - 3. \tag{5}$$

Для всех указанных величин удобно рассматривать их отношения к соответствующим моментам распределения по множественности для каскада с фиксированной интенсив-

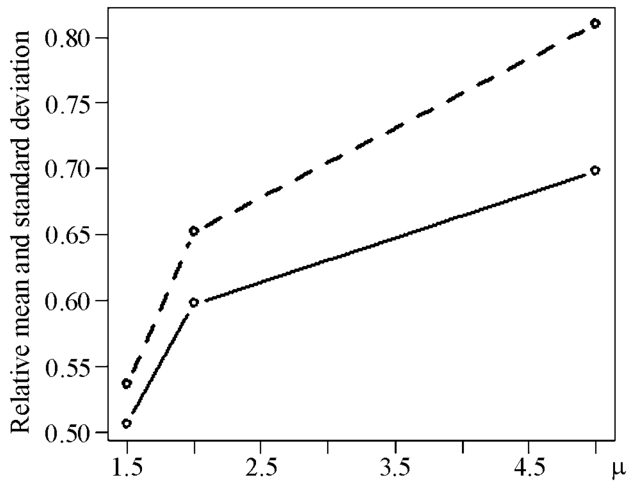

Рис. 2: *Отношения* μ_N/μ_N^0 *(сплошная линия) и* σ_N/σ_N^0 *(пунктир).*

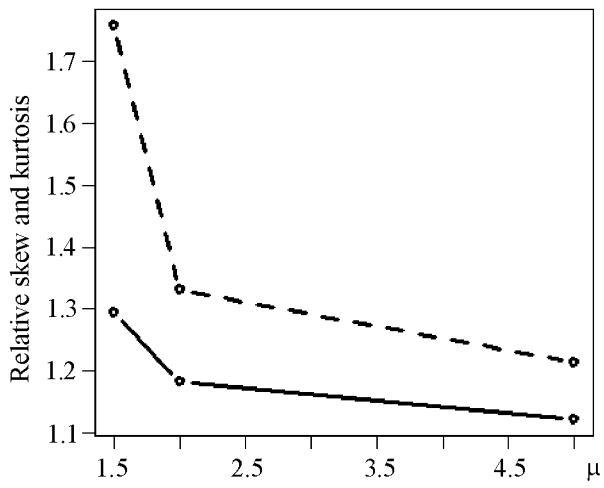

Рис. 3: *Отношения* ξ_N/ξ_N^0 *(сплошная линия) и* κ_N/κ_N^0 *(пунктир).*

ностью распада λ_0^2 μ_N^0, σ_N^0, ξ_N^0 и κ_N^0. Графики соответствующих отношений приведены на рис. 2 (для μ_N и σ_N) и рис. 3 (для ξ_N и κ_N). Мы видим, что с ростом μ, т.е. подавлением аномальных флуктуаций интенсивности распада λ^2, подавляются и аномальные флуктации множественности, что отражается в убывании отношений μ_N/μ_N^0 (сплошная линия) и σ_N/σ_N^0 с ростом μ.

Установление количественной связи между свойствами распределения по множественности частиц в каскаде и распределения по интенсивности элементарного распада, отраженная в зависимостях, приведенных на рис. 1–3, представляет основной результат настоящей заметки.

Работа поддержана грантом РФФИ № 09-02-01513.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] У. Фриш, *Турбулентность. Наследие А. Н. Колмогорова* (ФАЗИС, М., 1998).
[2] E. A. de Wolf, I. M. Dremin, W. Kittel, Phys. Rept. **270**, 1 (1996).
[3] I. M. Dremin, J. W. Gary, Phys. Rept. **349**, 301 (2001).
[4] I. M. Dremin, V. A. Nechitailo, M. Biyajima, Ядерная физика **59**, 2246 (1996).
[5] R. C. Hwa, Nucl. Phys. **B328**, 59 (1989).
[6] А. В. Леонидов, Краткие сообщения по физике ФИАН, N 7, 29 (1989).
[7] A. Leonidov, V. Nechitailo, arXiv:1006.0366 [nucl-th].

Поступила в редакцию 15 декабря 2010 г.