

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ КРОСС-ТОЛКА В ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЯХ

Л. Л. Футлик, Е. В. Левин, С. Л. Виноградов, В. Э. Шубин,  
Д. А. Шушаков, К. Ю. Ситарский, Е. В. Шелегеда

*Твердотельные фотоэлектронные умножители (ТФЭУ) – новый тип полупроводниковых лавинных фотодетекторов, работающих в гейгеровском режиме с отрицательной обратной связью и позволяющих детектировать отдельные фотоны. В последние годы ТФЭУ получают все более широкое применение в ядерной физике, физике высоких энергий, в медицине, биологии и других областях, заменяя вакуумные фотоумножители и лавинные фотодиоды (ЛФД). Отрицательная обратная связь в ТФЭУ позволяет обеспечить высокий коэффициент умножения ( $10^5 - 10^6$ ) и сверхнизкий шум-фактор (1.01–1.05), однако при этом на первый план выходят шумы процессов кросс-толка и афтерпалсинга. В работе представлены экспериментальные результаты измерений процессов кросс-толка в различных образцах ТФЭУ и проведен анализ методик измерения.*

**Ключевые слова:** твердотельный ФЭУ, распределение импульсов, методика измерений.

Эффект кросс-толка в матрицах гейгеровских ЛФД изучается достаточно давно [1]. Его основной причиной является эмиссия фотонов в видимой и ИК-области спектра при термализации горячих электронов в лавинном пробое. Когда эти фотоны детектируются соседними элементами матрицы ЛФД, наблюдается вторичный сигнал, коррелированный с сигналом от первого элемента. В результате первичный лавинный пробой

---

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: vin@sci.lebedev.ru.

практически мгновенно порождает цепочку вторичных лавинных пробоев. Такой эффект возникает и при лавинных пробоях в пикселях ТФЭУ, при этом за счет низкого шум-фактора умножения в этих детекторах любой лавинный пробой дает идентичные выходные сигналы, калиброванные по числу электронов на выходе. Поэтому срабатывание двух, трех и более ячеек приводит к появлению выходных импульсов с четко выраженной двойной, тройной и большей амплитудой. В результате оптического кросс-толка вероятностное распределение выходных сигналов ТФЭУ искажается (сдвигается в сторону больших значений и уширяется) относительно исходного пуассоновского распределения первичных сигналов.

Такое представление о причинах и механизмах кросс-толка в ТФЭУ является общепризнанным, при этом активно дискутируются вопросы о том, какие именно механизмы рассеяния и эмиссии, а также распространения вторичных фотонов к соседним ячейкам ТФЭУ являются доминирующими [2–5]. Зависимость характеристик кросс-толка от условий эксперимента и конструктивных параметров ТФЭУ позволяет разобраться в этих механизмах и найти способы подавления этого эффекта. В прикладных задачах учет такой характеристики кросс-толка как шум-фактор позволяет обеспечить оптимальный по критерию отношения сигнала к шуму выбор рабочей точки ТФЭУ по напряжению, в которой шум кросс-толка и эффективность детектирования фотонов сбалансированы. Таким образом, изучение характеристик процессов кросс-толка в ТФЭУ представляется актуальным как для исследования физики лавинных процессов, так и для эффективного решения прикладных задач с помощью ТФЭУ.

Практически в каждой работе по экспериментальным исследованиям параметров ТФЭУ серьезное внимание уделяется вопросу корректного выделения первичных сигналов детектирования фотонов и вторичных сигналов кросс-толка. Тем не менее, методики измерений кросс-толка пока еще недостаточно проработаны. Например, в спецификации самых популярных образцов ТФЭУ (редакция за сентябрь 2010 г.), выпускаемых корпорацией Hamamatsu Photonics под названием Multi Pixel Photon Counter (MPPC), указано, что представленные значения эффективности детектирования фотонов (Photon Detection Efficiency, PDE) – важнейшего параметра ТФЭУ – включают в себя вклады кросс-толка и афтерпалсинга [6]. Как показано в работах [7–9], это ведет к завышению значений PDE до 1.3–2 раз.

Целью нашей работы являлась проверка практической реализуемости, устойчивости и эффективности разных методик измерения кросс-толка. Особое внимание уделялось методикам, основанным на недавно разработанной модели вероятностного

распределения сигналов ТФЭУ с учетом кросс-толка [10]. В то же время нас интересовала экспериментальная оценка корректности и диапазона применимости этой модели.

### Возможные способы определения вероятности кросс-толка

*Зависимость частоты счета импульсов от уровня амплитудного дискриминатора.* Основным способом определения вероятности кросс-толка в большинстве исследований ТФЭУ является измерение частоты счета импульсов в зависимости от уровня амплитудного дискриминатора [7, 8, 11, 12]. Предполагается, что импульсы кросс-толка рождаются практически одновременно с первичными и накладываются на них, поэтому частота импульсов двойной и более амплитуд пропорциональна вероятности кросс-толка. Таким образом, вероятность кросс-толка  $p$  оценивается по формуле:

$$p \approx \frac{DCR_{1.5}}{DCR_{0.5}}, \quad (1)$$

где  $DCR$  (dark count rate) – частота темновых импульсов, измеряемая на уровне 0.5 и 1.5 от амплитуды одноэлектронного импульса ТФЭУ.

В ряде работ [7, 12] при использовании оценки (1) обсуждается необходимость учета случайных совпадений двух первичных импульсов, однако конкретные выражения не приводятся.

Произведем коррекцию (1) с учетом совпадения первичных пуассоновских событий. При условии, что возник первичный импульс единичной амплитуды, вероятность не регистрации импульса двойной (и более высокой) амплитуды определяется произведением двух независимых вероятностей: 1) не регистрации еще одного первичного импульса и 2) не регистрации импульса кросс-толка. Поскольку для пуассоновского потока интервалы времен между событиями имеют экспоненциальное распределение, мы получаем:

$$p = 1 - \left[ 1 - \frac{DCR_{1.5}}{DCR_{0.5}} \right] \cdot \exp(DCR_{0.5} \cdot \tau), \quad (2)$$

где  $\tau$  – характерная ширина единичного сигнала ТФЭУ. Поправка на вероятность наложения первичных импульсов мала при  $DCR_{0.5} \cdot \tau \ll p$ , и тогда может быть использована оценка (1). Это обычно соответствует условиям экспериментов для большинства образцов ТФЭУ.

*Вероятностные характеристики ТФЭУ с учетом кросс-толка.* Рассмотрим возможности использования результатов модели вероятностного распределения выходных сигналов ТФЭУ с учетом эффекта кросс-толка [10]. В этой модели показано, что число импульсов на выходе ТФЭУ определяется обобщенным распределением Пуассона,

основные вероятностные характеристики которого имеют простые аналитические выражения и кратко представлены ниже.

Функция распределения  $f(p, L)$  числа выходных событий, то есть числа выходных импульсов с амплитудой, соответствующей срабатыванию 0, 1, 2 и более пикселей, имеет вид:

$$f_0(p, L) = \exp(-L), \quad (3)$$

$$f_1(p, L) = \exp(-L) \times L \times (1 - p), \quad (4)$$

$$f_2(p, L) = \exp(-L) \times (L \times (1 - p) \times p + \frac{1}{2} \times L^2 \times (1 - p)^2), \quad (5)$$

где  $L$  – среднее число первичных событий с распределением Пуассона.

Среднее число выходных импульсов  $EX$  и его дисперсия  $Var(X)$  имеет вид:

$$EX = \frac{L}{(1 - p)}, \quad (6)$$

$$Var(X) = \frac{L \times (1 + p)}{(1 - p)^2}. \quad (7)$$

Значения функции распределения  $f_0$  и  $f_1$ . В ряде работ (например, [13]) вероятность кросс-толка определяется из сравнения значений  $f_1$ , полученных в эксперименте, и рассчитанных из экспериментальных значений  $f_0$ , которые дают пуассоновское распределение первичных событий, однако расчетных формул не дано.

Аналитические выражения для обобщенного распределения Пуассона позволяют легко определить оба параметра обобщенного распределения из (3) и (4):

$$L = -\ln(f_0), \quad (8)$$

$$p = 1 + \frac{f_1}{f_0 \cdot \ln(f_0)}. \quad (9)$$

Значения функции распределения  $f_0$  и среднего  $EX$ . Зная  $L$  из экспериментальных значений  $f_0$  по (8), можно получить значение  $p$  из (6):

$$p = 1 + \frac{\ln(f_0)}{EX}. \quad (10)$$

Аналогичный подход к оценке среднего числа импульсов кросс-толка на основе средней величины сигнала, но только применительно к амплитудным гистограммам темновых импульсов, для которых число первичных событий детерминировано и равно 1, применен в работе [14]. Однако в ней не представлены выражения для зависимости между средним числом импульсов кросс-толка и вероятностью кросс-толка.

Значения дисперсии  $Var(X)$  и среднего  $EX$ . Соотношения между дисперсией и средним значением сигналов, в частности шум-фактор и фактор Фано, являются классическими инструментами анализа качества детектирования и усиления сигналов. Фактор Фано характеризует качество работы детектора по отклонению распределения его выходных сигналов от распределения Пуассона, для которого фактор Фано  $\Phi = 1$ . Сигналы ТФЭУ с кросс-толком имеют суперпуассоновское распределение ( $\Phi > 1$  при  $p > 0$ ), и их параметры определяются из (6) и (7):

$$\Phi = \frac{Var(X)}{EX} = \frac{1+p}{1-p}, \quad (11)$$

$$L = \frac{2 \cdot EX}{\Phi + 1}, \quad (12)$$

$$p = \frac{\Phi - 1}{\Phi + 1}. \quad (13)$$

Таким образом, мы получаем возможность определения  $L$  и  $p$ , используя всю совокупность измеренных значений функции распределения сигналов ТФЭУ.

Естественно, в эксперименте должны быть представлены данные по всей значимой части функции распределения, включая ее хвосты для амплитуд много меньше и много больше среднего, которые существенно влияют на корректность определения дисперсии. Распределение числа импульсов ТФЭУ также не должно быть искажено из-за насыщения и находиться в пределах динамического диапазона (т.е. среднее  $EX$  должно быть много меньше числа пикселей).

### Экспериментальная установка

Блок-схема установки для проведения экспериментов по определению кросс-толка в ТФЭУ представлена на рис. 1. В качестве источника световых импульсов использовался лазер PicoQuant PDL 800-B/LDH-P-C-440 с длиной волны 442 нм и длительностью импульсов 60 пс. При помощи диффузионного рассеивателя обеспечивалась равномерная засветка всей светочувствительной площади образца. Считывание и обработка выходных ВЧ сигналов ТФЭУ осуществлялась через предусилитель Mini-Circuits ZX60-4016ES+ с шириной полосы 4 ГГц цифровым осциллографом Tektronix TDS7104b с частотой дискретизации 10 ГГц. Для подачи напряжения и контроля тока ТФЭУ использовался прецизионный источник – измеритель Keithley SMU-236.

Вся серия экспериментов выполнена на ТФЭУ компании Hamamatsu MPPC S10362-11-050C площадью 1 мм<sup>2</sup> и размером пикселя 50 мкм.

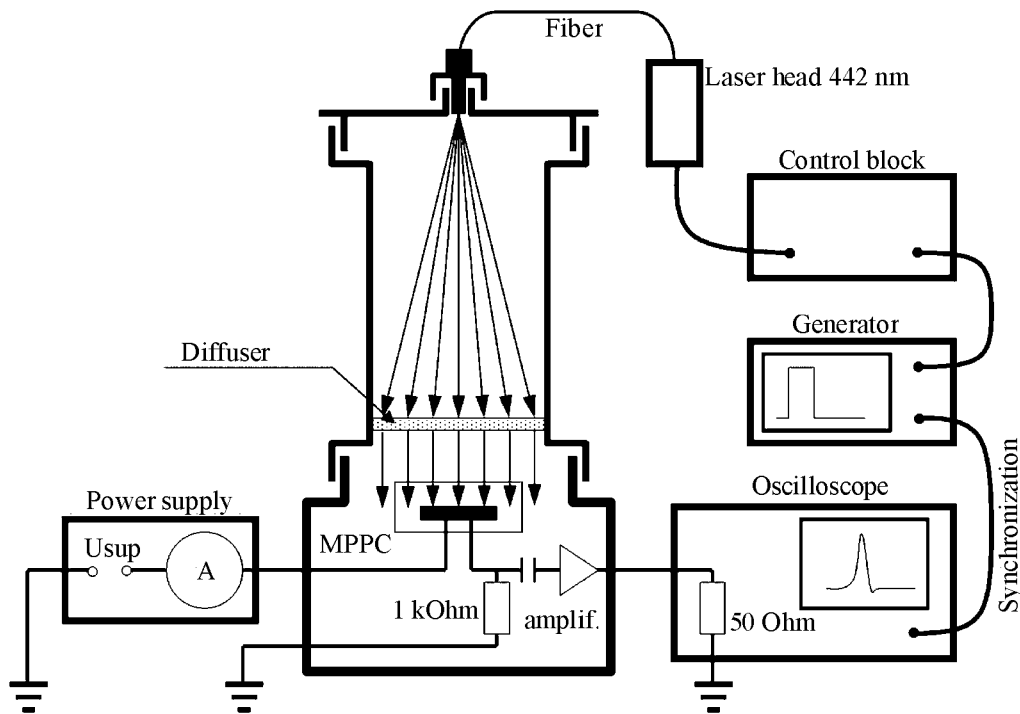


Рис. 1: Блок-схема экспериментальной установки.

## Результаты измерения

*Измерение частоты счета темновых импульсов с разной амплитудой.* Эта методика является наиболее распространенным способом определения вероятности кросс-толка в исследованиях ТФЭУ. Методика основана на оценке (1) и сводится к определению частоты темнового счета при разных значениях амплитудного дискриминатора,  $DCR_{0.5}$  и  $DCR_{1.5}$ . Основное внимание при реализации методики обращают на корректность определения частоты счета первичных импульсов  $DCR_{0.5}$ , что достигается за счет выбора такого мертвого времени счетчика, чтобы исключить вклад импульсов афтерпалсинга в полную скорость счета.

В процессе наших экспериментов было установлено, что применение счетного режима с использованием мертвого времени для определения кросс-толка имеет серьезные ограничения. Основным недостатком методики оказывается ее чувствительность к появлению импульсов афтерпалсинга на заднем фронте первичных инициирующих импульсов при измерении  $DCR_{1.5}$ . Вклад афтерпалсинга в измеряемую величину  $DCR_{1.5}$  дает значительное завышение вероятности кросс-толка при больших значениях афтерпалсинга (например, при больших перенапряжениях МРРС). Избавиться от этого эф-

фекта в рамках стандартного счетного режима за счет вариации мертвого времени не представляется возможным.

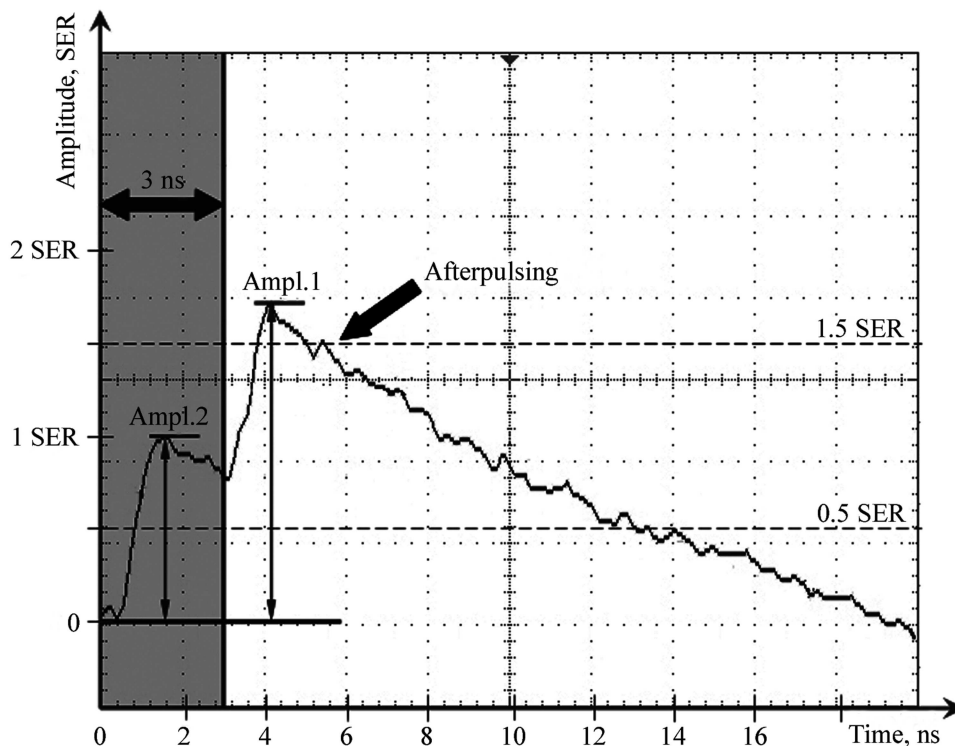


Рис. 2: При измерении частоты темнового счета в зависимости от уровня дискриминатора, импульсы афтерпалсинга, появляющиеся на заднем фронте иницилирующего импульса, приводят к завышению амплитуды (*Ampl.1*) и дают ложный вклад в счет  $DCR_{1.5}$ . Переход к измерениям в узком временном окне ( $\sim 3$  нс) позволяет отстроиться от влияния импульсов афтерпалсинга и получить корректное значение вероятности кросс-толка, даже при больших перенапряжениях.

Для получения корректных результатов в рамках счетной методики, то есть при сохранении ее основной концепции измерения кросс-толка путем сопоставления числа первичных и числа мгновенных вторичных импульсов, мы использовали амплитудное распределение импульсов. Амплитуда импульсов измерялась в узком временном окне, порядка 3–4 нс, что исключает вклад импульсов афтерпалсинга и, следовательно, не приводит к завышению вероятности кросс-толка, как показано на рис. 2. Из полученной таким методом амплитудной гистограммы вероятность кросс-толка рассчитывалась с коррекцией наложения первичных импульсов по формуле (2), где значению  $\tau$  соответствовала ширина ворот детектирования.

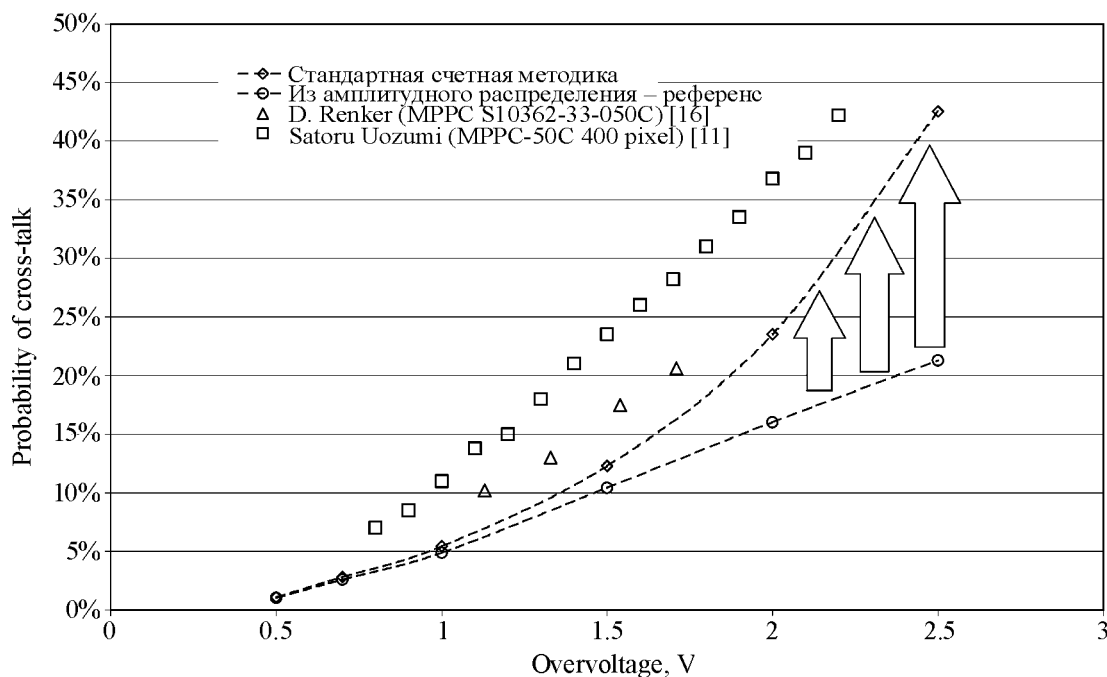


Рис. 3: Зависимость вероятности кросс-толка от перенапряжения. Расхождение результатов при больших перенапряжениях и сравнение с результатами других авторов.

Наш подход позволяет измерить вероятность кросс-толка для МРРС в широком диапазоне перенапряжений и, на наш взгляд, корректирует основные искажения стандартной счетной методики. Результаты измерения зависимости вероятности кросс-толка от перенапряжения для МРРС, полученные нами с помощью счетного режима и амплитудного распределения, снятого в узких временных воротах, представлены на рис. 3. Результаты измерения в амплитудном режиме мы далее использовали в качестве референсных при проверке других методик измерения кросс-толка. На рис. 3 также дано сравнение полученных результатов с результатами работ других авторов [16, 17], которые, как мы предполагаем, показывают завышенные значения вероятности кросс-толка из-за добавки афтерпалсинга в  $DCR_{1.5}$ .

*Сопоставление эксперимента и модели вероятностного распределения.* Рассмотрим возможность применить модель вероятностного распределения выходных сигналов ТФЭУ [10] для практического определения вероятности кросс-толка. Для этого необходимо получить экспериментальное распределение амплитуд импульсов фотоотклика ТФЭУ, включая его хвосты для амплитуд много меньше и много больше



среднего. В этом эксперименте в гистограмму попадало пиковое значение амплитуды фотоотклика в узких воротах детектирования, что исключало вклад афтерпалсинга, а длительность лазерного импульса (60 пс) была пренебрежимо мала по сравнению с другими характерными временами, и не вызывала уширения фотоотклика. Кроме того, для применимости модели, предполагающей линейность фотоотклика, интенсивность света была ограничена 10 фотонами в импульсе, что намного меньше числа пикселей МРРС, а частота повторения составляла 100 кГц, что исключало эффекты неполного восстановления пикселей после предыдущей засветки.

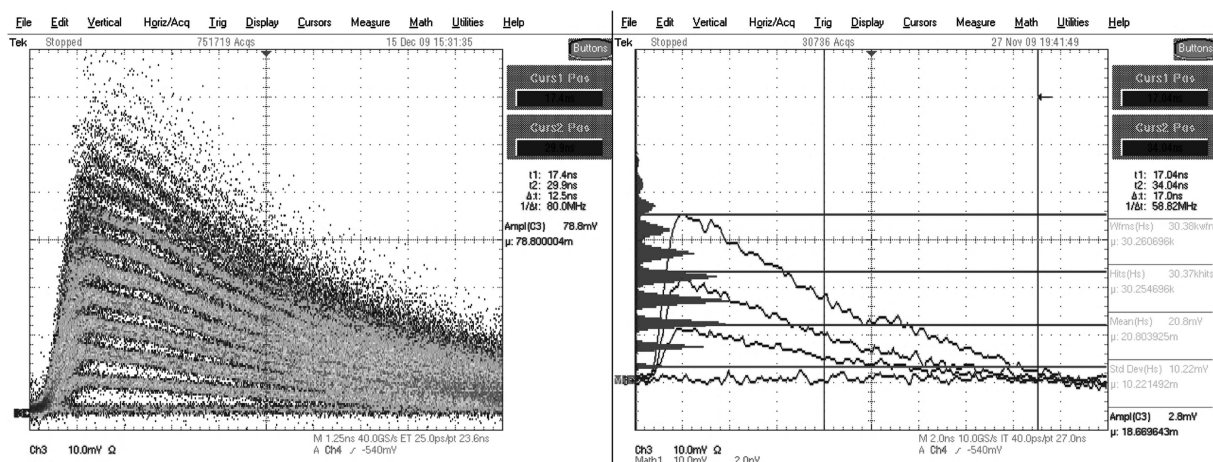


Рис. 4: Осциллограммы реакции ТФЭУ на короткий малофотонный импульс: (а) результат накопления импульсов фотоотклика разной амплитуды; (б) результат гистограммного анализа зарядового распределения импульсов фотоотклика.

Полученное в эксперименте распределение имеет четко выраженные и хорошо разделяемые пики (рис. 4), соответствующие импульсам с одинарной, двойной и более амплитудам. Это позволяет перейти от непрерывного амплитудного распределения к дискретному распределению числа событий (рис. 5), и напрямую использовать результаты дискретной модели [10] для определения вероятности кросс-толка.

1. *Методика подбора параметров модели.* Используя дискретную модель [10], можно добиться практически полного совпадения модельного распределения с экспериментальным при помощи подбора параметров  $p$  и  $L$  (рис. 5). Для упрощения подбора среднее число первичных событий  $L$  рассчитывалось по формуле (8), а подбор осуществлялся только по величине вероятности кросс-толка  $p$ . Критерием подбора являлось минимальное среднеквадратичное отклонение модельной кривой от экспериментальной.

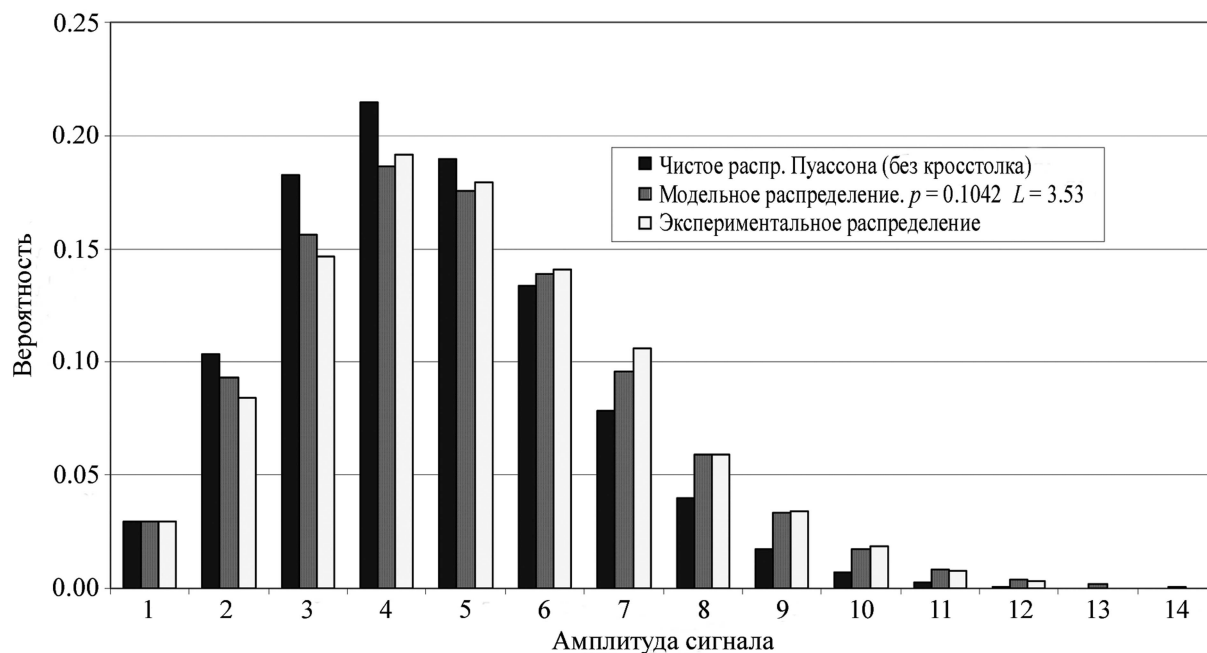


Рис. 5: Экспериментальное и модельное распределение сигнала МРРС при регистрации коротких малофотонных импульсов. Амплитуда – в единицах амплитуды однофотонного сигнала.

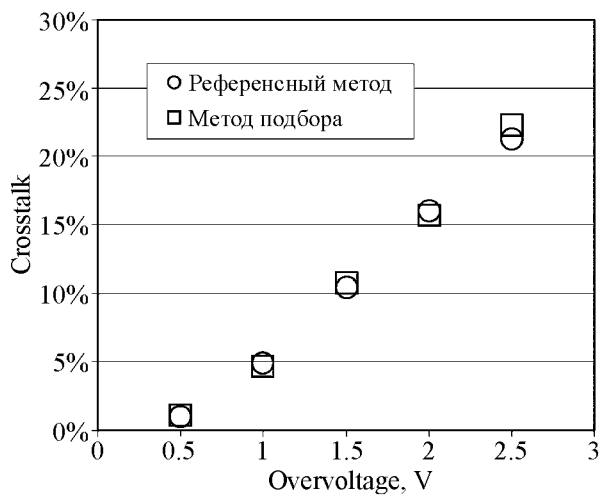


Рис. 6: Результат измерения вероятности кросс-толка по методике подбора.

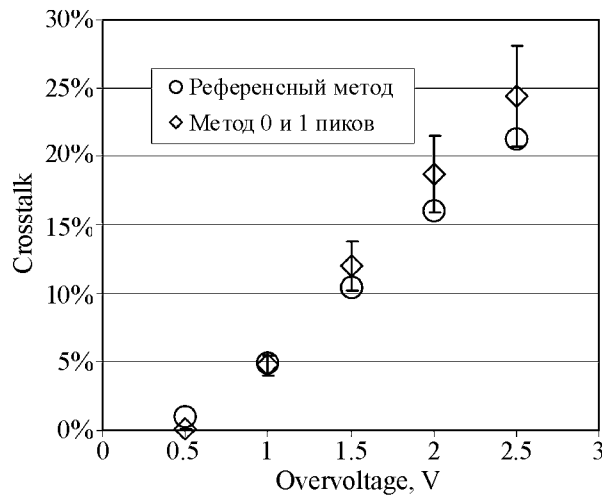


Рис. 7: Результат измерения вероятности кросс-толка по значениям  $f_0$  и  $f_1$ .

Стоит отметить, что эксперимент был проведен для широкого диапазона перенапряжений МРРС, и с варьированием числа фотонов в импульсе засветки. Все варианты

экспериментальных распределений удалось описать моделью и получить хорошее совпадение результатов вероятности кросс-толка с данными, полученными по стандартной счетной методике (рис. 6).

2. *Измерение вероятности кросс-толка по значениям  $f_0$  и  $f_1$ .* Переходя к частным вариантам использования модели для измерения кросс-толка, наиболее простым в применении является метод использования вероятностей регистрации выходных импульсов нулевой и единичной амплитуды. В этом случае обработке подвергаются только 0-й и 1-й пики экспериментального распределения. Используя выражение (9) можно легко получить из экспериментального распределения величину вероятности кросс-толка (рис. 7).

Основным недостатком такой методики расчета является использование лишь небольшой части полученной в эксперименте статистики. Из всех пиков распределения используются только первые два. Это приводит к достаточно сильной неустойчивости результатов расчета, особенно в ситуации, когда основная статистическая информация сосредоточена в более высоких пиках. Воспроизводимость этого метода составила  $\sim 15\%$ . Среднее отклонение от нашей стандартной методики, отсекающей влияние афтерпалсинга, достигает  $50\%$ .

3. *Измерение вероятности кросс-толка по значению  $f_0$  и по среднему  $EX$ .* Другой подход к расчету вероятности кросс-толка использует первый центральный момент распределения, что более полно отображает информацию о распределении. Среднее число первичных событий  $L$  определяется из нулевого пика. А для определения среднего числа выходных событий  $EX$  уже используется всё распределение, включая хвосты с амплитудами много больше и много меньше среднего. В результате такого подхода кросс-толк определяется из выражения (10), а результаты представлены на рис. 8.

Несмотря на более полное использование статистической информации экспериментального распределения, все же и эта методика является не вполне устойчивой. Воспроизводимость результатов  $\sim 10\%$ . Среднее отклонение от стандартной методики составило  $\sim 14\%$ .

4. *Измерение вероятности кросс-толка с использованием фактора Фано.* Наиболее устойчивой к погрешностям измерения является методика, которая не опирается на анализ только одного из пиков, а использует параметры, характеризующие всё распределение в целом. В качестве таких параметров обычно используют среднее  $EX$  и дисперсию  $Var(X)$  распределения. Их отношение – фактор Фано – однозначно связано с

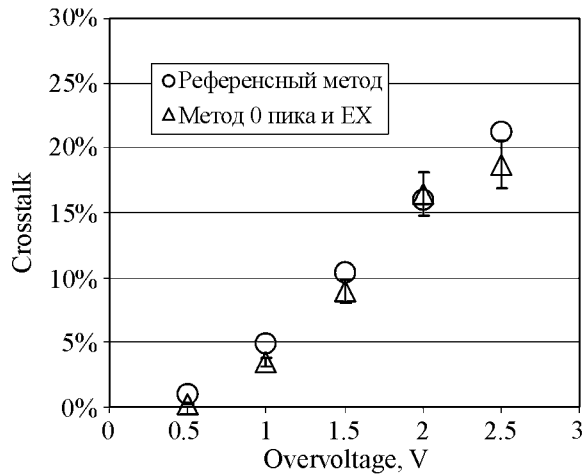


Рис. 8: Результат измерения вероятности кросс-толка по значению  $f_0$  и по среднему  $EX$ .

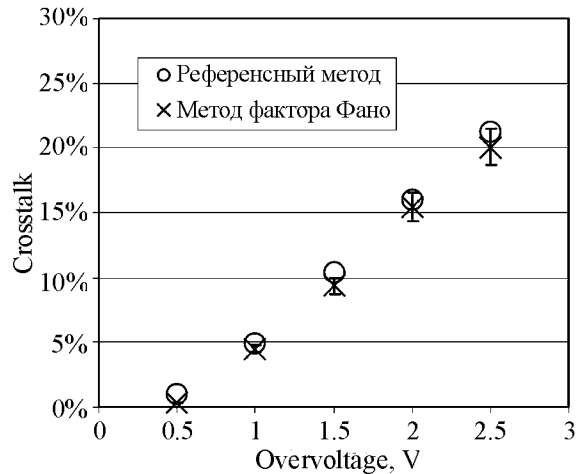


Рис. 9: Результат измерения вероятности кросс-толка по методике фактора Фано.

вероятностью кросс-толка выражением (11). Таким образом, мы получаем возможность определения  $p$ , используя все измеренные данные о функции распределения сигналов ТФЭУ (рис. 9).

Воспроизводимость методики расчета кросс-толка с использованием фактора Фано  $\sim 7\%$ . Среднее отклонение от стандартной методики составило  $\sim 8\%$ .

*Сравнение результатов и общие выводы по работоспособности методик и модели.* Представленные в статье экспериментальные исследования доказали хорошую работоспособность модели [10] в части описания реального влияния процесса кросс-толка на амплитудное распределение выходных сигналов ТФЭУ на примере МРРС.

Наиболее эффективным способом расчета кросс-толка оказался метод подбора параметров  $L$  и  $p$  по модели. В этом случае удается достаточно точно подогнать модельное распределение к экспериментальному и получить значение кросс-толка, совпадающее с нашей амплитудной модификацией счетной методики.

Остальные варианты расчета опираются только на обработку экспериментальных результатов и не имеют составляющей подбора. Следовательно, эти методы поддаются большей формализации. Но, с другой стороны, такие подходы показывают большую погрешность результата, чем прямой подбор по модели.

Наиболее целесообразным методом с точки зрения полноты использования экспериментальной информации является расчет с использованием фактора Фано. Эта методика также показывает наибольшую устойчивость результата.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] A. Lacaita, F. Zappa, S. Bigliardi and M. Manfredi, IEEE Trans. on Electron Dev. **40**(3), 577 (1993).
- [2] J. H. Swoger and S. J. Kovacic, J. Appl. Phys. **74**, 2565 (1993).
- [3] N. Akil et al., IEEE Trans. Electron. Dev. **46**, 1022 (1999).
- [4] B. Dolgoshein et al., “The cross-talk problem and the SiPMs for the 17m  $\emptyset$  MAGIC Telescope Project”, in: *Proc. of 5th International Conf. on New Developments In Photodetection*, Aix-Les-Bains, France, 2008; online: <http://ndip.in2p3.fr/ndip08/Presentations/4Wednesday/A-Midi/130-Mirzoyan.pdf>.
- [5] A. N. Otte, “On the efficiency of photon emission during electrical breakdown in silicon”, in: *Proc. of 5th International Conf. on New Developments In Photodetection*, Aix-Les-Bains, France, 2008; online: <http://ndip.in2p3.fr/ndip08/Presentations/4Wednesday/Matin/170-Otte.pdf>.
- [6] Hamamatsu Photonics, “MPPC (Multi-Pixel Photon Counters)”, Sep. 2010, online: [http://sales.hamamatsu.com/assets/pdf/parts\\_S/mppc\\_kapd0002e08.pdf](http://sales.hamamatsu.com/assets/pdf/parts_S/mppc_kapd0002e08.pdf).
- [7] P. Finocchiaro et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. **56**, 1033 (2009).
- [8] P. Eckert et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **620**(2-3), 217 (2010).
- [9] Y. Musienko, S. Reucroft, J. Swain, Tests and performance of multi-pixel Geiger mode APD’s, Proceedings of Science, International workshop on new photon-detectors PD07, Kobe, Japan, 2007, PoS PD07 (Kobe University, 2007), p. 012.
- [10] С. Л. Виноградов, Т. Р. Виноградова, В. Э. Шубин, Д. А. Шушаков, Краткие сообщения по физике ФИАН, **36**(9), 3 (2009).
- [11] S. Uozumi et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **581**, 427 (2007).
- [12] M. Mazzillo et al., IEEE Transactions on Nuclear Science **56**, 2434 (2009).
- [13] D. Orme et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **11**, 3 (2010).

- [14] T. Murase, H. Oide, H. Otono, and S. Yamashita, “Development of PPD: characterization and simulation”, *International Workshop on New Photon Detectors PD09*, Shinshu, Japan, 2009, PoS PD09 (Shinshu, University Matsumoto, 2009), p. 3.
- [15] Y. Musienko, S. Reucroft, and J. Swain, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **567**, 57 (2006).
- [16] D. Renker and E. Lorenz, *Journal of Instrumentation* **04**, P04004 (2009).

Поступила в редакцию 9 декабря 2010 г.