УДК 533.951

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИ ИНТЕНСИВНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ С КОЛЕБАНИЯМИ В ЭЛЕКТРОННОЙ КОМПОНЕНТЕ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ ДОКРИТИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ

А. Л. Галкин, В. В. Коробкин, О. Б. Ширяев

Рассматривается (T-1D)-динамика взаимодействия релятивистски интенсивных лазерных импульсов с колебаниями в электронной компоненте холодной плазмы докритической плотности. Электромагнитные волны релятивистской интенсивности в плазме представляют собой аналог высокочастотных немонохроматических волн Ахиезера–Половина с медленно меняющейся амплитудой. Описана нелинейная амплитудная самомодуляция мощного лазерного излучения в плазме.

Вопросы динамики мощных электромагнитных импульсов в веществе освещаются в ряде работ [1, 2]. В частности, взаимодействие лазерного излучения релятивистской интенсивности ($I \geq 10^{18}$ $Вт/см^2$) с плазмой представляет собой одну из наиболее интересных и быстро развивающихся областей современной физики, которой посвящены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования [3 – 11]. При взаимодействии такого излучения с газом на переднем фронте лазерного импульса в результате нелинейной ионизации быстро формируется плазма, в которой и происходит дальнейшее распространение высокоинтенсивного оптического поля. На его эволюцию оказывают влияние релятивистская нелинейность, обусловленная изменением показателя преломления плазмы из-за увеличения масс свободных электронов, которые электромагнитное поле разгоняет до скоростей, сравнимых со скоростью света, стрикционная нелинейность, связанная с модификацией диэлектрических свойств плазмы в результате изменения распределения электронной плотности под действием пондеромоторной силы, а также эффект нелинейной генерации волн в электронной компоненте плазмы распространяющимся лазерным излучением. Таким образом, одна из важных задач состоит в развитии теории нелинейных релятивистски интенсивных электромагнитных волн в холодной плазме докритической плотности и, в частности, теории взаимодействия сверхмощных ультракоротких лазерных импульсов с плазменными колебаниями. В настоящей работе такая теория разработана в рамках одномерной геометрии. Ниже методом разложения по малому параметру, равному отношению невозмущенной плазменной частоты к частоте лазерного излучения, построены асимптотики решений уравнений Максвелла и релятивистской электронной гидродинамики, описывающие распространение лазерных импульсов конечной длительности в плазме. Учет конечности длительности лазерного импульса является ключевой задачей данного исследования.

Отметим, что важные теоретические исследования в этой области появились задолго до того, как возникла возможность генерации когерентного излучения релятивистской интенсивности. Так, в классической работе Ахиезера и Половина [12] из уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронной компоненты плазмы (при неподвижном ионном фоне) выведена система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая распространение плоских волн высокоинтенсивного электромагнитного излучения в плазме. В этой же работе построены два решения этой задачи для случая произвольно высоких амплитуд – точное, соответствующее распространению циркулярно поляризованных монохроматических электромагнитных волн, и приближенное, соответствующее распространению линейно поляризованных электромагнитных волн, которые в первом приближении также являются монохроматическими. Оба эти типа волн возможны при условиях, когда в электронной компоненте плазмы отсутствуют колебания на плазменной частоте, вследствие чего и электромагнитное поле оказывается монохроматическим. Выполнение таких условий сопряжено с существенными ограничениями.

Позднее задаче Ахиезера–Половина был посвящен ряд работ, в которых, как правило, вводились различные дополнительные предположения. Так, например, в статье [13] рассматривался случай, когда фазовая скорость электромагнитных волн в плазме намного больше скорости света. В работе [14] представлены результаты подробного численного исследования решений задачи Ахиезера–Половина на фазовой плоскости. В [15, 16] была предпринята попытка отказаться от предположения об отсутствии низкочастотных волн в системе "релятивистски интенсивное поле–плазма" и рассматривался предельный случай, имеющий непосредственное отношение к взаимодействию мощного лазерного излучения с холодной плазмой докритической плотности: так как в разреженной плазме фазовая скорость распространения электромагнитного излучения близка к скорости света, в задачу Ахиезера–Половина может быть введен соответствующий малый параметр. В предыдущих работах авторов [15, 16] построены асимптотики общих решений задачи Ахиезера–Половина по этому параметру. Данные решения описывают нелинейные волновые структуры, влючающие в себя немонохроматическое электромагнитное излучение релятивистской интенсивности и взаимодействующий с ним плазмон. С физической точки зрения это означает, что электромагнитное излучение в плазме представляет собой поток фотонов с частотами, сдвинутыми относительно друг друга на величины, кратные плазменной частоте.

Отметим, что все упоминавшиеся выше решения описывают плоские волны бесконечной длительности, так что и соответствующие интегралы энергии тоже бесконечны. Естественно, следующий шаг в развитии теории распространения сверхмощных лазерных импульсов в плазме состоит в построении соответствующих решений с конечными интегралами энергии. В качестве частного примера таких решений следует упомянуть оптические солитоны релятивистской интенсивности в плазме, построенные численно в [17] (см. также [18]). Приближенные аналитические выражения для этих солитонов получены в [19]. Как известно, общий подход к построению пространственно локализованных решений уравнений эволюции оптических полей состоит в том, чтобы рассматривать амплитуды соответствующих плоских волн как медленно меняющиеся функции координат и времени. При этом степень общности результата зависит от того, насколько общими являются "исходные" решения для плоских волн. Применительно к взаимодействию релятивистски интенсивных лазерных импульсов с плазмой этот подход реализован в работах [5, 8, 20, 21] для одного частного случая – в качестве исходного взято полученное еще в [12] решение, соответствующее распространению плоской монохроматической электромагнитной волны (см. также содержащуюся в этих работах библиографию). В настоящей работе данный результат обобщен на случай линейно поляризованного немонохроматического излучения в плазме, описываемого общими решениями задачи Ахиезера–Половина. В одномерной геометрии построены решения уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронной компоненты плазмы, описывающие распространение пространственно локализованных сверхмощных лазерных импульсов в холодной плазме и их взаимодействие с плазменными колебаниями.

Исходные уравнения. Как известно, взаимодействие лазерного излучения с холодной плазмой докритической плотности описывается системой уравнений Максвелла (ниже используется кулоновская калибровка) и релятивистской гидродинамики электронной компоненты плазмы (в случае ультракоротких лазерных импульсов ионы можно считать неподвижными):

$$(\partial_x^2 - \partial_t^2)\mathbf{A} = \frac{n}{\gamma}\mathbf{A},\ \varphi_{xx} = n - 1,\ p_{3_t} = (\varphi - \gamma)_x,$$
$$n_t + \left(\frac{n}{\gamma}p_3\right)_x = 0,\ \gamma = \sqrt{1 + |\mathbf{A}|^2 + p_3^2}$$

(см. напр., [7, 9, 10]). В этих уравнениях $\mathbf{A}$ и φ – векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля, причем $A_3 \equiv 0$, p_3 – продольная компонента импульса электронной компоненты плазмы, n – плотность электронов, γ – релятивистский массовый множитель. Переменные нормированы следующим образом: $\mathbf{A}$ и φ – на mc^2/e, n – на невозмущенное значение электронной плотности n_0, импульс электронной жидкости – на mc, время – на ω_p^{-1}, где ω_p – невозмущенное значение плазменной частоты, а координаты – на c/ω_p.

Асимптотические решения. Рассмотрим задачу о распространении линейно поляризованного лазерного излучения в плазме: пусть $A_1 \equiv 0$. Введем новые координаты согласно следующим соотношениям:

$$\xi = x - qt,\ \eta = \epsilon(x - q^{-1}t),\ \tau = \frac{\epsilon}{2q}t,\ \Theta = \frac{f(\xi, \eta)}{\epsilon}, \tag{1}$$

где $q = \sqrt{1 + \epsilon^2}$ – фазовая скорость (нормированная на скорость света). При этом, как известно, q^{-1} – групповая скорость, а малый параметр ϵ характеризует разреженность плазмы [15, 16]. В линейной теории данный параметр соответствует отношению плазменной частоты к частоте лазерного излучения. Так как групповая скорость распространения лазерного излучения, частота которого намного превосходит плазменную частоту, близка к скорости света, при переходе в систему координат, движущуюся с групповой скоростью, необходимо выполнить преобразование Лоренца, и при этом возникает масштабный множитель ϵ во второй и третьей формулах в (1). Решения приведенной выше исходной системы уравнений могут быть представлены в виде следующих асимптотических рядов:

$$A_1(\xi, \eta, \tau, \Theta) = A_{1,0}(\xi, \eta, \tau, \Theta) + \epsilon A_{1,1}(\xi, \eta, \tau, \Theta) + ...,$$
$$\varphi(\xi, \eta, \tau, \Theta) = \varphi_0(\xi, \eta, \tau, \Theta) + \epsilon\varphi_1(\xi, \eta, \tau, \Theta) + \epsilon^2\varphi_2(\xi, \eta, \tau, \Theta) + ...,$$

$$n(\xi,\eta,\tau,\Theta) = n_0(\xi,\eta,\tau,\Theta) + \epsilon n_1(\xi,\eta,\tau,\Theta) + ...,$$
$$p_3(\xi,\eta,\tau,\Theta) = p_{3,0}(\xi,\eta,\tau,\Theta) + \epsilon p_{3,1}(\xi,\eta,\tau,\Theta) + ...$$

При построении асмптотических решений должно быть выполнено условие отсутствия секулярной зависимости от переменной Θ. Подставляя эти ряды в приведенные выше исходные уравнения и приравнивая нулю слагаемые при различных степенях ϵ, получаем

$$-f_\xi^2 A_{1,0_{\Theta\Theta}} + f_\xi A_{1,0_{\Theta\tau}} = \frac{n_0}{\gamma_0} A_{1,0}, \tag{2}$$

$$-f_\xi^2 A_{1,1_{\Theta\Theta}} + f_\xi A_{1,1_{\Theta\tau}} + (A_{1,0_{\xi\tau}} + f_n A_{1,0_{\Theta\tau}} - f_{\xi\xi} A_{1,0_\Theta} - 2f_\xi A_{1,0_{\Theta\xi}}) \tag{3}$$
$$= \frac{n_0}{\gamma_0} A_{1,1} + \frac{A_{1,0}}{\gamma_0}\left(n_1 - \frac{n_0}{\gamma_0^2}(A_{1,0}A_{1,1} + p_{3,0}p_{3,1})\right),$$

$$f_\xi^2 \varphi_{0_{\Theta\Theta}} = 0,\ f_\xi^2 \varphi_{1_{\Theta\Theta}} + (f_{\xi\xi}\varphi_{0_\Theta} + 2f_\xi \varphi_{0_{\Theta\xi}} + 2f_\xi f_\eta \varphi_{0_{\Theta\Theta}}) = 0, \tag{4}$$

$$f_\xi^2 \varphi_{2_{\Theta\Theta}} + (f_{\xi\xi}\varphi_{1_\Theta} + 2f_\xi \varphi_{1_{\Theta\xi}} + 2f_\xi f_\eta \varphi_{1_{\Theta\Theta}}) \tag{5}$$
$$+(f_{\xi\eta}\varphi_{0_\Theta} + \varphi_{0_{\xi\xi}} + f_\eta^2 \varphi_{0_{\Theta\Theta}} + 2f_\xi \varphi_{0_{\Theta\xi}} + 2f_\xi \varphi_{0_{\Theta\eta}}) = n_0 - 1,$$

$$-p_{3,0_\Theta} = (\varphi_0 - \gamma_0)_\Theta, \tag{6}$$

$$-f_\xi p_{3,1_\Theta} - (p_{3,0_\xi} + f_\eta p_{3,0_\Theta}) = f_\xi(\varphi_1 - \gamma_1)_\Theta + (\varphi_0 - \gamma_0)_\xi + f_n(\varphi_0 - \gamma_0)_\Theta, \tag{7}$$

$$-n_{0_\Theta} + \left(\frac{n_0}{\gamma_0}p_{3,0}\right)_\Theta = 0, \tag{8}$$

$$-f_\xi n_{1_\Theta} - (n_{0_\xi} + f_\eta n_{0_\Theta}) + f_\xi J_{||\Theta} + \left(\frac{n_0}{\gamma_0}p_{3,0}\right)_\xi + f_\eta\left(\frac{n_0}{\gamma_0}p_{3,0}\right)_\Theta = 0. \tag{9}$$

Выше использованы следующие обозначения:

$$J_{||} = \left(\frac{n_1}{\gamma_0} - \frac{n_0}{\gamma_0^3}(A_0A_1 + p_{3,0}p_{3,1})\right)p_{3,0} + \frac{n_0}{\gamma_0}p_{3,1},\ \gamma_0 = \sqrt{1 + A_{1,0}^2 + p_{3,0}^2}.$$

Далее представлены результаты для нулевого приближения. Как следует из (4), φ_0 и φ_1 не зависят от Θ. Кроме того, как следует из (6) и (8), от Θ не зависит и функция n_0/γ_0. Далее, используя условие отсутствия секулярных зависимостей от Θ, из (7) и (9) легко получить следующее соотношение: $n_0/\gamma_0 = \varphi_0^{-1}$. Наконец, векторный потенциал определяется выражением

$$A_{1,0} = a(\varphi_0,\ \eta)\sin(\lambda(\eta)\tau + \Theta), \tag{10}$$

которое очевидным образом следует из уравнения (2), а для определения его фазы служит соотношение

$$f_\xi = \frac{1}{2}\lambda(\eta) + \sqrt{\frac{\lambda^2(\eta)}{4} + \varphi_0^{-1}}. \tag{11}$$

Амплитуда лазерного излучения вычисляется по формуле

$$a(\varphi_0, \eta) = g_0(\eta)\left[\frac{\lambda^2(\eta)}{4} + \varphi_0^{-1}\right]^{-1/4}. \tag{12}$$

Таким образом, в уравнениях (11) и (12) фигурируют две произвольные (достаточно гладкие) функции $g_0(\eta)$ и $\lambda(\eta)$, которые возникают при интегрировании соответствующих уравнений и определяются из начальных и граничных условий. Последнее равенство получено из условия отсутствия секулярной составляющей в решении уравнения (3). По этой же причине функция λ не зависит от ξ.

Плотность и продольная составляющая импульса электронной компоненты плазмы алгебраически выражаются через скалярный потенциал электромагнитного поля:

$$n_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1 + \frac{1}{2}a^2(\varphi_0, \eta)}{\varphi_0^2} + 1\right) - \frac{a^2(\varphi_0, \eta)}{4\varphi_0^2}\cos 2(\lambda(\eta)\tau + \Theta), \;\; p_{3,0} = \varphi_0(n_0 - 1).$$

Очевидно, в нулевом приближении по ϵ отклик электронной компоненты плазмы на распространяющееся электромагнитное излучение содержит медленную составляющую и вторую гармонику.

Скалярный потенциал электромагнитного поля является решением следующего уравнения:

$$\varphi_{0_{\xi\xi}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1 + \frac{1}{2}a^2(\varphi_0, \eta)}{\varphi_0^2} - 1\right), \tag{13}$$

которое следует из (5), (6) и (8), причем

$$\varphi_2 = \frac{g_0^2(\eta)}{16\varphi_0^2}\left[\frac{\lambda^2(\eta)}{4} + \varphi_0^{-1}\right]^{-1/2}\cos 2(\lambda(\eta)\tau + \Theta).$$

Первый интеграл уравнения (13) имеет вид

$$\varphi_{0_\xi}^2 + \varphi_0 + \varphi_0^{-1} + g_0^2(\eta)\left[\frac{\lambda^2(\eta)}{4} + \varphi_0^{-1}\right]^{1/2} = E(\eta). \tag{14}$$

Следует отметить, что при $g_0 = \text{const}$ и $\lambda = 0$ соотношения (10) – (14) переходят в соответствующие решения, полученные для задачи Ахиезера–Половина [15, 16].

Обратим внимание на простой частный случай, в котором уравнение (13) легко решается. Если скалярный потенциал φ_0 не зависит от ξ, то, очевидно, $1 + a^2/2 = \varphi_0^2(\eta)$, т.е. мы имеем дело с известной релятивистской нелинейностью.

Нелинейная амплитудная самомодуляция. Приведем пример описания пространственно локализованных электромагнитных волн в рамках представленного выше формализма. Так как в используемой нормировке в состоянии покоя системы "поле–плазма" $A_1 = 0, \varphi = 1, n = 1$ и $p_3 = 0$ при $x \to \pm\infty$, на произвольные функции аргумента η следует наложить естественные граничные условия

$$g_0(\pm\infty) = 0, \ \ \lambda(\pm\infty) = 0, \ \ E(\eta) \geq E(\pm\infty) = 2.$$

Пусть в рассматриваемом примере $g_0(\eta) = \exp(-\eta^2)$, $\lambda(\eta) = 0$. Соответствующие пространственные распределения амплитуды векторного потенциала a и скалярного потенциала φ_0 в различные моменты времени изображены на рис. 1. Во-первых, очевидно, имеет место генерация плазменных колебаний распространяющимся лазерным импульсом. Во-вторых, как следует из рис. 1, взаимодействие электромагнитного излучения с ленгмюровской волной приводит к нелинейной самомодуляции лазерного импульса.

Выводы. В настоящей работе получены асимптотические решения уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронной компоненты холодной плазмы докритической плотности (при неподвижном ионном фоне), описывающие распространение в ней лазерных импульсов релятивистской интенсивности. Построена теория взаимодействия мощного лазерного излучения с плазменными колебаниями. Ее принципиальное отличие от теории, основанной на задаче Ахиезера–Половина, состоит в возможности получать пространственно локализованные решения исходных уравнений. Проведенные численные исследования продемонстрировали существенную роль эффектов генерации плазменных колебаний распространяющимся лазерным излучением и его нелинейной самомодуляции в плазме. Класс решений уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики плазмы, рассмотренный в настоящей работе, может, в частности, быть применен для построения теории неустойчивости распространения лазерного излучения в плазме, причем учет конечности длительности импульсов оптического поля может быть использован для устранения расходимостей в распределениях соответствующих инкрементов.

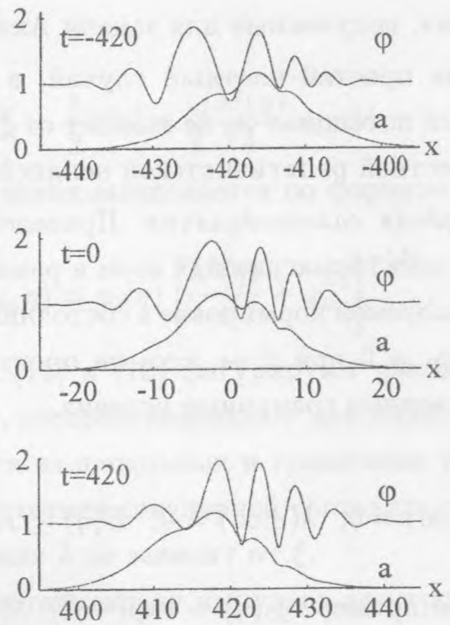

Рис. 1. *Пространственные распределения амплитуды векторного потенциала а и скалярного потенциала φ_0 при взаимодействии релятивистски интенсивного лазерного импульса с плазмоном в различные моменты времени.*

В заключение следует отметить, что исходные уравнения, использованные в данной работе, записаны в рамках одномерного приближения. Такой подход допустим при условии, что апертура лазерного импульса значительно превосходит величину c/ω_p, где ω_p – плазменная частота (см., напр., [5, 8, 10]). При формировании плазмы в результате нелинейной ионизации распределение электронов может обладать существенной анизотропией, а это приводит к возникновению дополнительных неустойчивостей с временами развития $\sim \omega_p^{-1}$. В принципе, данный эффект следует учесть при построении теории неустойчивостей описанных выше решений (в рамках многомерной геометрии), однако его роль в случае ультракоротких импульсов и плазмы докритической плотности, образующейся при ионизации газов, вряд ли окажется существенной.

Работа частично финансировалась РФФИ, проекты N 96–02–16401 и 96–02–18264.

ЛИТЕРАТУРА

[1] С и л и н В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., Наука, 1973.

[2] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1988.

[3] Цинцадзе Н. Л., Цхакая Д. Д. Релятивистские нелинейные эффекты в плазме. Тбилиси, Изд-во Мецниереба, 1989.

[4] Гаручава Д. П., Мурусидзе И. Г., Сурамлишвили Г. И. и др., Физика плазмы, **22** (10), 929 (1996).

[5] Горбунов В. М., Кирсанов В. И. Труды ФИАН, **219**, 3 (1992).

[6] Лютер–Дэвис Б., Гамалий Е. Г., Ванг Янжи и др., Квантовая электроника, **19**, 317 (1992).

[7] Боровский А. В., Галкин А. Л. Лазерная физика. М., Изд-во литературы по атомной технике, 1996.

[8] Bulanov S. V., Inovenkov I. N., Kirsanov V. I., et al. Phys. Fluids, B **4**, 1935 (1992).

[9] Borisov A. B., Borovskiy A. V., Shiryaev O. B., et al. Phys. Rev., A **45**, 5830 (1992).

[10] Chen X. L. and Sudan R. N. Phys. Fluids, B **5**, 1336 (1993).

[11] Krushelnick K., Ting A., Moore C. I., et al. Phys. Rev. Lett., **78**, 4047 (1997).

[12] Ахиезер А. И., Половин Р. В. ЖЭТФ, **30**, 915 (1956).

[13] Max C. and Perkins F. W. Phys. Rev. Lett., **27**, 1342 (1971).

[14] Kaw P. K., Sen A., and Valeo E. J. Physics, D **9**, 96 (1983).

[15] Боровский А. В., Галкин А. Л., Ширяев О. Б. Краткие сообщения по физике, N 5, 33 (1998).

[16] Borovsky A. V., Galkin A. L., Korobkin V. V., et al. Phys. Rev., E **59**, 2253 (1998).

[17] Козлов В. А., Литвак А. Г., Суворов Е. В. ЖЭТФ, **76**, 148 (1979).

[18] Kaw P. K., Sen A., and Katsouleas T. Phys. Rev. Lett., **68**, 3172 (1992).

[19] Sudan R. N., Dimant Y. S., and Shiryaev O. B. Phys. Plasmas, **4** (5), 1489 (1997).

[20] Боровский А. В., Ширяев О. Б. ЖЭТФ, **110**, 865 (1996).

[21] Боровский А. В., Галкин А. Л, Коробкин В. В., Ширяев О. Б. Квантовая электроника, **24**, 929 (1997).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 21 ноября 2000 г.