

УДК 537.591

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА ОТ МОДЕЛЬНОГО КАСКАДА, РАЗВИВАЮЩЕГОСЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ЛУНЫ

Г. А. Гусев

Рассмотрена модельная задача о выходе излучения Вавилова–Черенкова из лунного реголита в вакуум в условиях эксперимента ЛОРД. Граничная задача о выходе излучения в вакуум решается численно в приближении заданного поля (приближение Кирхгофа) от каскада вблизи границы (ближняя зона источника излучения). Результаты имеют важное значение для интерпретации будущих экспериментальных данных.

Ключевые слова: излучение Вавилова–Черенкова, граничная задача, ближняя зона, волновая зона Фраунгофера, диаграмма направленности.

Очень важной проблемой современной астрофизики высоких энергий и физики частиц является вопрос о том, какие наибольшие энергии частиц возможны в Природе (при регистрации вблизи Земли) и каковы источники этих частиц [1, 2]. В настоящее время развернулись работы по исследованию границы спектра космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ) при энергиях более 10^{20} эВ [3]. Самая большая наземная установка для регистрации широких атмосферных ливней (ШАЛ), использующая традиционные методы, это Auger observatory [4]. Она уже зарегистрировала несколько событий с энергией вблизи 10^{20} эВ.

Из-за редкости событий наиболее адекватным методом в этой области энергий является радиометод, то есть регистрация излучения Вавилова–Черенкова отрицательного избытка заряда ливневого диска [5]. Так, в предложенном эксперименте ЛОРД (лунный орбитальный радиодетектор) [6, 7] апертура детектирования космических лучей более чем на порядок превышает апертуру AUGER, которая будет доходить до 6×10^3 км²ср. Такая эффективность радиометода в области больших энергий связана с эффектом когерентности излучения Вавилова–Черенкова для достаточно длинных волн, превыша-

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gusevgag@mail.ru.

ющих характерные размеры ливневого диска каскада, причём энергия радиоизлучения пропорциональна квадрату энергии каскада [5].

В случае эксперимента ЛОРД, когда каскад развивается в лунном реголите, речь идет о спектре частот 100–800 МГц, причём для регистрации самых высоких энергий наиболее эффективна низкочастотная часть спектра. Это связано с увеличением угловой ширины источника излучения именно на низких частотах, поэтому уменьшение амплитуды сигнала (она пропорциональна частоте) из-за уменьшения частоты не столь важно при самых высоких энергиях каскада, так что угловая апертура растёт именно в области высоких энергий. Платой при переходе к низким частотам является уход под порог регистрации низкоэнергетической части спектра космических лучей и нейтрино, которая могла бы наблюдаться на более высоких частотах приёмника.

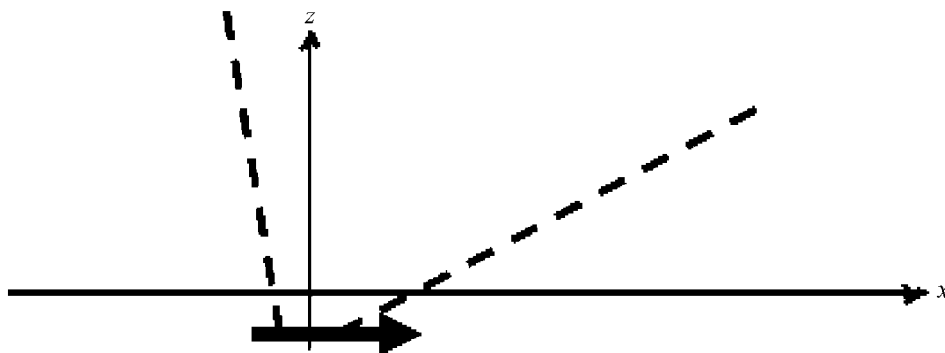


Рис. 1: Схема излучения каскада от частицы, развивающегося вблизи лунной поверхности в реголите, выходящего в вакуум.

Ниже мы будем рассматривать задачу в следующей постановке (рис. 1). Каскад от частицы развивается горизонтально (вдоль оси x , ось z направлена вдоль вертикали) вблизи поверхности Луны и ливневой диск считается точечным. Эволюция избытка заряда повторяет эволюцию ливневого диска и по предположению описывается формулой (что близко к реальности):

$$q(x) = 2q \exp(-x^2/2), \quad x = vt, \quad (1)$$

где q – избыток отрицательного заряда, x – безразмерная координата. В качестве единицы длины принята длина волны на частоте 300 МГц в вакууме, то есть 1 м. Длина излучающей части каскада у нас выбрана 3.5 м, что отвечает некоторой энергии частицы, а интеграл от кривой (1), описывающей эволюцию избытка заряда вдоль каскадной

кривой, равен 1 (единичный заряд ливневого диска, проинтегрированный по каскадной кривой), то есть длина каскада и избыток заряда у нас не привязаны к энергии частицы. Это может быть сделано с использованием обычной параметризации [7], после такой привязки можно провести сравнение со случаем симуляции глубоко расположенного горизонтального каскада в обычной теории, когда излучение Вавилова–Черенкова предполагается хорошо сформированным. Показатель преломления n в реолите вблизи поверхности примем равным $h = 1.7$. Будем рассматривать частоты в области 100–150 МГц так, чтобы расстояние от каскада до поверхности было меньше длины волны, то есть граница находилась в ближней зоне излучателя. В таких условиях существенно влияние поверхности на формирование угловой направленности излучения в вакууме.

В работе проведено сравнение со случаем простой модели постоянного по всему каскаду тока, допускающей аналитическое решение в волновой зоне источника в среде (достаточно далеко от границы, чтобы формирование излучения проходило без её влияния), с последующим выходом излучения в вакуум, в соответствии с обычным коэффициентом прохождения. Это сравнение выявляет специфику ближней зоны в задаче, когда движущийся заряд излучает в одной среде, а излучение принимается в другой. Главным образом, здесь речь идёт об угловой направленности излучения в вакууме, которая отражает отношение амплитуд сигнала при разных направлениях.

Рассмотрим векторный потенциал поля от тока (1) в бесконечной среде в виде интеграла по току с помощью запаздывающей функции Грина [8]. В численном счёте интеграл будет оборван на длинах, когда движущийся заряд будет достаточно мал, чтобы отброшенный вклад был много меньше главного вклада. Действительно, реальный каскад не бесконечен и на определённом уровне обрывается шумами. Таким образом, потенциал в среде на нижней стороне границы пропорционален следующему интегралу:

$$A \cong 2q \int_0^l d\xi \xi \exp(-\xi^2/2) \exp(-ik\xi/n\beta - ik\sqrt{h^2 + y^2 + (x - \xi)^2}/\sqrt{h^2 + y^2 + (x - \xi)^2}). \quad (2)$$

Здесь h – глубина горизонтального каскада, q – избыток заряда ливневого диска (1), k – волновое число в реолите, l – длина каскада, $\beta = v/c$, c – скорость света. Для каскада с большой точностью $\beta = 1$, что и будет принято ниже.

Далее, векторный потенциал в вакууме (как решение волнового уравнения Гельмгольца) находится по его приближённому (приближение Кирхгофа) значению на верх-

ней стороне границы с помощью теоремы Грина интегралом [8]:

$$\int \int dx' dy' (G(|\vec{r} - \vec{r}'|) \partial A / \partial z - \partial G / \partial z A(x', y')), \quad (3)$$

где функция Грина $G(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|) / |\vec{r} - \vec{r}'|$, её производная по нормали к поверхности (ось z), потенциал и его производная и $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$ берутся на плоскости $z' = 0$.

Приближённое значение потенциала на верхней стороне границы находится по значению его на нижней стороне границы с помощью граничного условия для потенциала, которое выводится из граничного условия для электрического поля. Так как мы полагаем потенциал на нижней стороне границы равным падающему на границу потенциалу, отбрасывая отражённое в среду поле, то найденное так поле в вакууме неправильно учитывает вклад далёких от области тока участков поверхности. Некоторым основанием для такого приближения является быстрое спадание поля в ближней зоне, так что квазивертикальные лучи дают на поверхности существенно более сильные поля, чем квазигоризонтальные, которые в основном и отражаются, давая вклад на нижней стороне границы. С учётом этих замечаний, из граничных условий для электрического поля можно получить граничное условие для векторного потенциала в случае горизонтального тока вида:

$$A_1(x', y')\epsilon = A_2(x', y'); \quad \partial A_1(x', y') / \partial z = \partial A_2(x', y') / \partial z. \quad (4)$$

С учётом граничного условия (4) для потенциала из формулы (3) в вакууме в дальней волновой зоне (дифракция Фраунгофера) для электрического поля получается асимптотическое выражение:

$$E_\omega(r) = 2\pi q \sqrt{2} \cos \theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \times \quad (5)$$

$$\times \exp ik_0 r / r \int \int \int d\xi dx' dy' \xi \exp(-\xi^2/2) \exp ik_0(-x' \sin \theta \cos \varphi - y' \sin \theta \sin \varphi +$$

$$+\xi + n \sqrt{h^2 + (x' - \xi)^2 + y'^2}) / \sqrt{h^2 + (x' - \xi)^2 + y'^2}.$$

Здесь k_0 – волновое число в вакууме.

Тройной интеграл в формуле (5) вычисляется с помощью стандартной программы для тройных интегралов языка MATLAB. Эта программа не рассчитана на вычисление быстро осциллирующих функций, поэтому мы ограничиваемся частотами 100–150 МГц, а также ограничиваем область интегрирования по плоскости, что вносит дополнительную погрешность, хотя в программе задаётся относительно большая точность. Проверка реальной точности вычисления интеграла (5) путём последовательного просчёта его

с различными точностями, задаваемыми в программе, даёт точность на уровне 5–7%. С учётом принятого выше приближения Кирхгофа, такая точность программы может считаться удовлетворительной. Но в области более высоких частот программа становится непригодной.

Для частоты 100 МГц рассчитывается диаграмма направленности излучения каскада по полярному углу θ для фиксированных направлений на приемник с азимутами в направлении каскада $\varphi = 0^\circ$, против этого направления $\varphi = 180^\circ$, а также в перпендикулярном направлении $\varphi = 90^\circ$ и под углами $\varphi = 45^\circ$ и $\varphi = 135^\circ$. Остальные направления (215° , 270° , 315°) благодаря осевой симметрии тока не требуют вычислений.

Соответствующие диаграммы направленности (по полярному углу θ) под азимутальными углами 0° (кривая 1), 45° (кривая 2) и 90° (кривая 3) приведены на рис. 2. По оси ординат отложена амплитуда гармонического электрического поля в условных единицах. Из рис. 2 видно, что угловые диаграммы в азимутальных направлениях (0° , 45° , кривые 1, 2) весьма широкие и довольно слабо выражают эффект черенковской направленности. Максимум под углами θ порядка 1–1.2 оказывается слабым или вообще отсутствует, а излучение в вертикальном направлении $\theta = 0$ довольно велико и меньше главного максимума всего на 25–30%. При этом зависимость амплитуды поля от азимута демонстрирует направленность излучения вперёд, но имеет место сильное отличие от случая с источником вдали от поверхности (см. ниже рис. 4), когда черенковский механизм излучения явно доминирует. Кроме того очевидно, что для излучения Вавилова–Черенкова при больших азимутах поле слабо и может вообще не выходить в вакуум из-за явления полного внутреннего отражения. Что касается азимута 90° (кривая 3), то здесь диаграмма направленности довольно быстро спадает с ростом θ , так что относительный максимум при $\theta \approx 0.4$ пропадает совсем, но в области $\theta \sim 1 - 1.2$ все три кривые практически совпадают.

Для азимутальных направлений 135° (кривая 1) и 180° (кривая 2) результаты представлены на рис. 3.

Здесь излучение имеет практически одинаковую диаграмму направленности по полярному углу, и в основном поле велико для квазивертикальных направлений и мало для квазигоризонтальных. Это отражает быстрое спадание поля для направлений “назад” по отношению к скорости ливневого диска (избытка отрицательного заряда).

Сделанные выводы подтверждает сравнение со случаем хорошо сформированного в среде излучения Вавилова–Черенкова по простой модели постоянного по всему каскаду тока и в приближении точечного ливневого диска (для частоты 100 МГц это прибли-

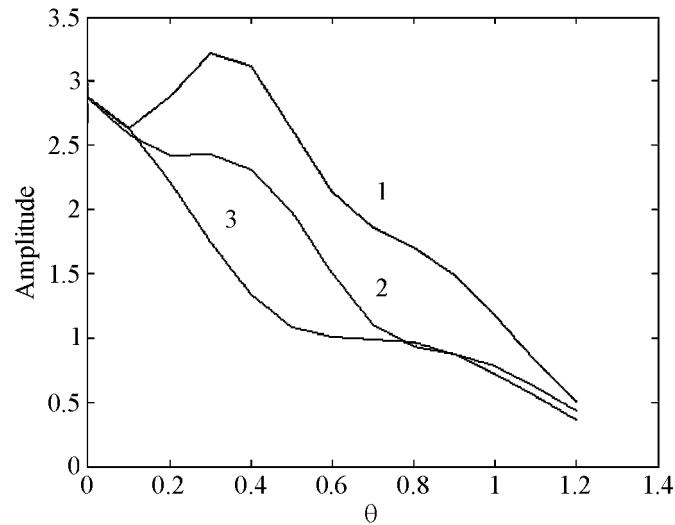


Рис. 2: Диаграммы направленности вышедшего в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по полярному углу θ для трех азимутальных углов 0° (кривая 1), 45° (кривая 2) и 90° (кривая 3).

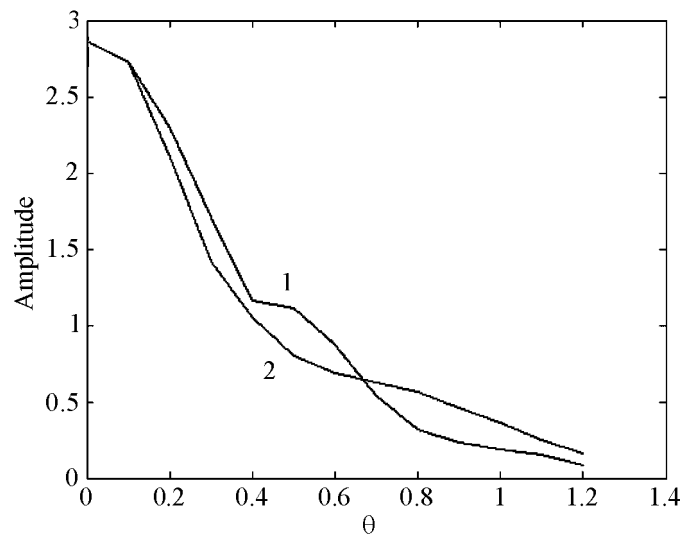


Рис. 3: Диаграммы направленности вышедшего в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по полярному углу θ для двух азимутальных углов 135° (кривая 1), 180° (кривая 2).

жение не такое уж плохое, так как длина волны заметно превышает размер ливневого диска, особенно в продольном направлении). Эта модель допускает аналитическое решение в волновой зоне источника в среде (реголите), а выход в вакуум учитывается

коэффициентом прохождения поля. На рис. 4 представлен результат расчета излучения под азимутальным углом 0° и также для частоты 100 МГц.

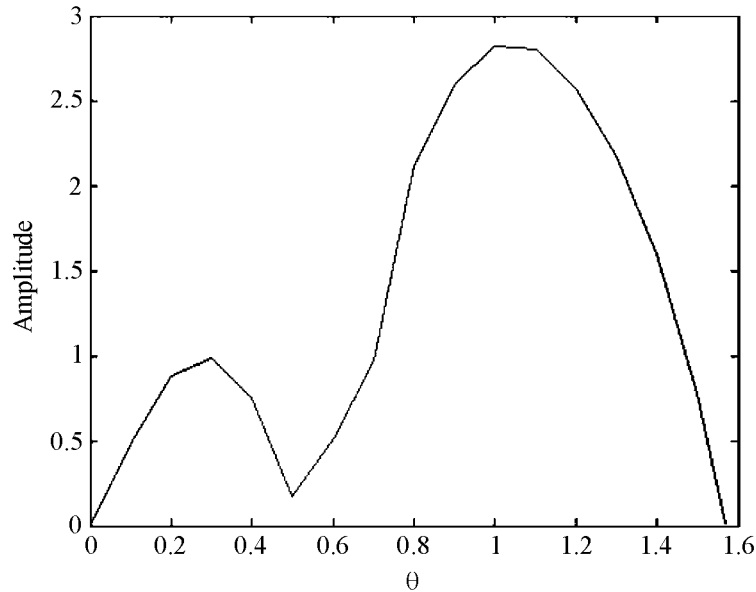


Рис. 4: Диаграмма направленности вышедшего в вакуум излучения от каскада вдали от лунной поверхности по полярному углу θ (аналитическая модель постоянного во времени диска каскада) в азимутальном направлении вдоль каскада для сформированного излучения Вавилова–Черенкова.

Отличие в угловом распределении излучения в среде от углового распределения излучения для каскада вблизи поверхности (рис. 2) очевидно. Во-первых, имеет место ярко выраженный максимум на рис. 4, отвечающий черенковскому направлению излучения в реолите (с учётом преломления на границе), амплитуда которого примерно равна амплитуде максимума излучения из ближней зоны, но в направлениях $\theta \approx 0.4$. Кроме того, в квазивертикальных направлениях $\theta \approx 0^\circ - 5^\circ$ излучение практически отсутствует. Наличие малого относительного максимума отражает дифракционные эффекты, связанные с резким включением и выключением тока в этой модели. Как видим, в случае источника излучения в ближней зоне излучение в вакууме носит характер переходного излучения, а механизм излучения Вавилова–Черенкова сильно подавлен. Так, в области углов $\theta \approx 1$ он подавлен приблизительно в 3 раза, а в области углов $\theta \approx 1.2$ – в 5 раз. Правда, следует отметить сильное отличие тока (1) от постоянного тока с резкими границами. Сглаживание этих границ привело бы к исчезновению глубокого минимума амплитуды излучения в области углов $\theta \approx 0.5$ (рис. 4).

Таким образом, на низких частотах случай каскада вблизи поверхности (космические лучи) радикально отличается от случая сильно заглублённых каскадов (нейтрино). Телесный угол по уровню 0.5 вышедшего в вакуум излучения оказывается для таких частот весьма большим, а сама модуляция амплитуды по полярному углу относительно невелика (для направлений “вперёд”), что сильно облегчает проблему восстановления энергии индивидуальной частицы. Основная часть наблюдаемых событий, по существу, не требует определения углов прихода излучения, если говорить о точности определения энергии частицы с фактором 2. Точно так же слабая зависимость амплитуды излучения от азимута в направлениях “вперёд” говорит о том, что азимут прихода частицы достаточно определять с точностью “вперёд-назад”. Если его не определять вообще, то доля событий, отвечающая направлениям “вперёд”, в 4 раза превосходит долю, отвечающую излучению “назад”. При этом приблизительно 60% событий от излучения “назад” по амплитуде (по уровню 0.5) не отличаются от событий с излучением “вперёд”, хотя угловые апертуры излучения “вперёд” в 3–4 раза превышают угловые апертуры излучения “назад”.

Сильное отличие результатов в этих двух случаях (граница в ближней или волновой зоне источника) говорит о необходимости пересмотра результатов прежних расчётов в приближении волновой зоны излучения в вакууме для каскадов от космических лучей и нейтрино, развивающихся в реолите. В то же время, для частоты 100 МГц максимальные амплитуды излучения в обоих случаях практически не отличаются. Это важный для практики вывод, так как раньше высказывалась точка зрения, что амплитуда излучения от каскада, развивающегося вблизи границы, может оказаться существенно меньше, что резко снизило бы чувствительность регистрации излучения для космических лучей. Считалось, что для каскадов от нейтрино на глубине нескольких метров уже можно пользоваться приближением волновой зоны. Строго говоря, и это требует количественной проверки. Наши предварительные результаты показывают, что для низких частот расстояние каскада от границы порядка 2–3 длин волн ещё недостаточно для того, чтобы можно было говорить о сформировавшемся излучении Вавилова–Черенкова.

Работа выполнена при частичной поддержке программой Президиума РАН “Физика нейтрино и нейтринная астрофизика”.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Nagano and A. A. Watson, Rev. Mod. Phys. **72** 689 (2000).

- [2] X. Bertou, M. Baratov, and A. Letessier–Selvon, *Int. J. Mod. Phys. A* **15**, 2181 (2000).
- [3] В. А. Царев, *ЭЧАЯ* **35**(1), 187 (2004).
- [4] J. Abraham, P. Abreu, M. Aglietta, et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 061101 (2008).
- [5] Г. А. Аскарьян, *ЖЭТФ* **41**, 616 (1961).
- [6] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, К. М. Пичхадзе и др., *Космические исследования* **44**(1), 22 (2006).
- [7] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, Н. Г. Полухина и др., *Математическое моделирование* **20**(6), 67 (2008).
- [8] Е. Л. Фейнберг, *Распространение радиоволн вдоль земной поверхности*. (М., Наука, Физматлит, 1999).

Поступила в редакцию 17 декабря 2010 г.