

УДК 535.3

МОДЫ УТЕЧКИ И НАПРАВЛЯЕМЫЕ МОДЫ В ОГРАНИЧЕННОМ ОДНОМЕРНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов

Приводится аналитическое описание направляемых мод и мод утечки в ограниченном одномерном фотонном кристалле. Дисперсионное уравнение этих мод представлено в виде условия поперечного резонанса волн Флоке–Блоха с учётом фазовых сдвигов на границах с прилегающими средами.

Ключевые слова: фотонный кристалл, волны Флоке–Блоха, моды утечки.

Понятие “моды утечки” возникло в интегральной оптике при разработке устройств связи для ввода/вывода излучения в волноводы и применялось для обозначения мод волновода с утечкой, вызванной наличием элемента связи, которое может рассматриваться как слабое возмущение [1]. Спектр мод возмущённого волновода непрерывный и моды утечки выделяются в нём как обладающие минимальными потерями. Данные решения имеют дискретный спектр, но это не настоящие моды, т.к. даже в случае отсутствия материальных потерь они не могут существовать без подвода энергии. Тем не менее, при значительных толщинах волноводного слоя ($\geq 40\lambda$) затухание мод может быть снижено до практически приемлемых уровней [2]. Выделение мод утечки может быть оправданным также и в случае многослойных планарных волноводов [3]. К сожалению, в настоящее время практически отсутствует разработка деталей теории распространения света в таких структурах, и даже в линейном одномерном случае, при расчёте и конструировании многослойных отражающих и волноведущих структур, практически всегда используются численные методы [4, 5].

Ранее мы рассматривали моды утечки в многомодовой системе связанных одномерных волноводов [6]. Было показано, что такую систему можно рассматривать как одномерный фотонный кристалл и представлять распространение света в ней в форме волн Флоке–Блоха (блоховских волн). Пространственный фурье-анализ мод такой системы проводился нами в [7]. Было показано, что моды в ограниченном фотонном кристалле

ИОФ РАН, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38, Россия; e-mail: jamil@kapella.gpi.ru.

образуются взаимодействием двух противоположно распространяющихся волн Флоке–Блоха. Несколько позднее, при рассмотрении волны Флоке–Блоха в виде неоднородной волны [8], нами было впервые представлено точное описание её основных оптических характеристик действительными функциями координат и параметров ячейки кристалла. Представление волны Флоке–Блоха в виде неоднородной волны позволило также получить функции коэффициентов отражения и пропускания для случая падения плоской волны на ограниченный одномерный фотонный кристалл [9].

Целью данной работы является точное аналитическое описание направляемых мод и мод утечки ограниченного одномерного фотонного кристалла на основе развитого представления волны Флоке–Блоха в виде неоднородной волны.

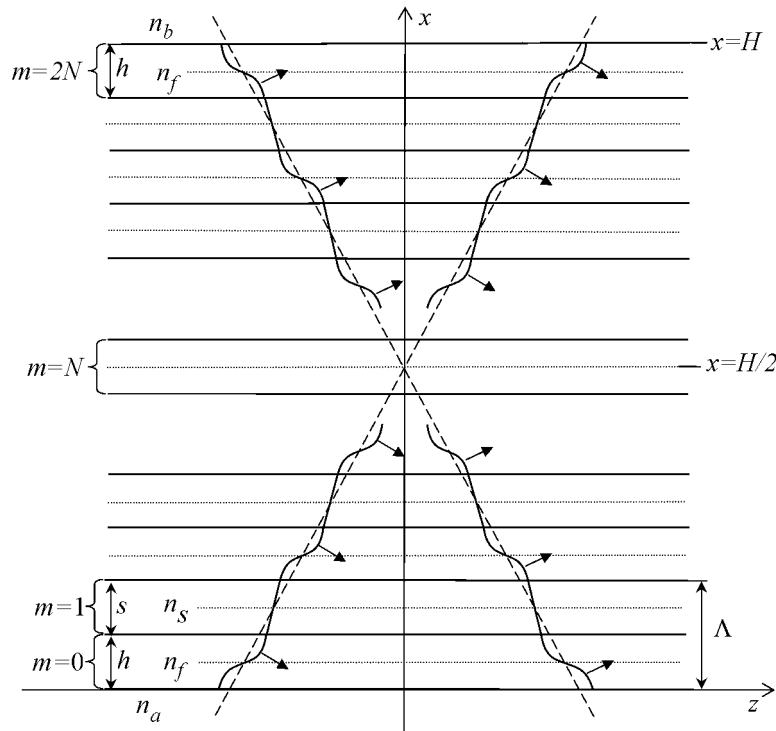


Рис. 1: Геометрия фотонно-кристаллического волновода. Фазовые поверхности $\Phi^+(x, z)$ и $\Phi^-(x, z)$ прямой и обратной волны Флоке–Блоха показаны сплошными линиями, а плоскости $\Phi_0^+(x, z)$, $\Phi_0^-(x, z)$ – штриховыми линиями.

Волны Флоке–Блоха в ограниченном одномерном фотонном кристалле. Рассмотрим одномерный фотонный кристалл с ячейкой (см. рис. 1) ($\Lambda = h + s$), образованной слоями f - и s -типа толщиной h и s , значение показателя преломления в которых n_f и n_s различно. Пусть для определённости слои с чётными номерами $m = 0, 2, \dots, 2N$ – f -типа,

а с нечётными номерами $m = 1, 3, \dots, 2N - 1$ - типа. Величина показателя преломления в ограничивающих фотонный кристалл однородных средах соответственно равна n_a (при $x < 0$) и n_b ($x > H = (2N + 1)h + 2Ns$).

Ранее мы представили ТЕ-поляризованную волну Флоке–Блоха $E^\pm(x, z, t) = E_K^\pm(x) \cdot \exp[i(\omega t \mp Kx - \beta z)] = E^\pm(x, z) \cdot \exp(i\omega t)$ (где K – блоховское волновое число, $E_K^\pm(x)$ – периодическая комплексная функция с периодом, равным размеру ячейки кристалла Λ , $\beta = k_0 n^*$ – продольная постоянная распространения в направлении z (т.е. вдоль слоёв), ω – частота, t – время), в форме неоднородной волны $E_u^\pm(x, z, t) = E_u^\pm(x) \cdot \exp\{i[\omega t + \Phi^\pm(x, z)]\}$ (где $\Phi^\pm(x, z)$ и $E_u^\pm(x) = |E_u^\pm(x, z, t)| = |E_K^\pm(x)|$ – действительные функции, описывающие распределение фазы и амплитуды поля неоднородной волны) [9]. Здесь верхний и нижний знаки отвечают прямой и обратной волнам, распространяющимся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси x . Согласно с [8], точки фазовых поверхностей неоднородной волны, соответствующие серединам слоёв разных ячеек кристалла, располагаются на плоскостях $\Phi_0^\pm(x, z) = \phi_0^\pm \mp K(x - h/2 - \beta z)$. Величина фазового сдвига при смещении вдоль оси x из середины произвольного слоя в середину соседнего слоя равна $K\Lambda/2$, т.е. $E^\pm(x, z) = E^\pm(x) \cdot \exp[i(\phi_0^\pm \mp K\Lambda m/2 - \beta z)]$ (здесь ϕ_0^\pm – начальная фаза волны Флоке–Блоха, отсчитываемая относительно середины слоя с номером $m = 0$). Распределение поля $E^\pm(x)$ волны в слоях кристалла удобно представить в виде комплексной функции локальных координат ξ_f, ξ_s , отсчитываемых от середин слоёв f - и s -типа, соответственно,

$$E^\pm(x) = \begin{cases} Ae^{\mp i\kappa_f \xi_f} + Be^{\pm i\kappa_f \xi_f} = (A + B) \cos \kappa_f \xi_f \mp i(A - B) \sin \kappa_f \xi_f, \\ m = 0, 2, \dots, 2N \\ Ce^{\mp i\kappa_s \xi_s} + De^{\pm i\kappa_s \xi_s} = (C + D) \cos \kappa_s \xi_s \mp i(C - D) \sin \kappa_s \xi_s, \\ m = 1, 3, \dots, 2N - 1. \end{cases} \quad (1)$$

Коэффициенты A, B, C, D для волны Флоке–Блоха в одномерном фотонном кристалле в случае действительных $\kappa_f = (k_0^2 n_f^2 - \beta^2)^{1/2}$, $\kappa_s = (k_0^2 n_s^2 - \beta^2)^{1/2}$ и K равны [8, 9]

$$\begin{cases} A = A_0 \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin[(\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2] \\ B = A_0 \cdot [(\kappa_s - \kappa_f)/(\kappa_s + \kappa_f)] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s - K\Lambda)/2] \\ C = A_0 \cdot [(\kappa_s + \kappa_f)/(2\kappa_s)] \cdot \sin[(\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin(\kappa_f h) \\ D = A_0 \cdot [(\kappa_s - \kappa_f)/(2\kappa_s)] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin(\kappa_f h), \end{cases} \quad (2)$$

где κ_f, κ_s – поперечные составляющие волновых векторов парциальных плоских волн в слоях кристалла. Здесь рассматривается волноводный режим распространения света,

для которого характерно равенство нулю усреднённого потока энергии в направлении x (поперёк слоёв). Из этого следует равенство амплитуд прямой и обратной волн Флоке–Блоха: $A_0^+ = A_0^- = A_0$. В (2) величина K с точностью до $2\pi/\Lambda$, умноженного на целое число, может быть найдена из уравнения [10]

$$\cos K\Lambda = \cos \kappa_f h \cdot \cos \kappa_s s - (1/2) \cdot (\kappa_s/\kappa_f + \kappa_f/\kappa_s) \cdot \sin \kappa_f h \cdot \sin \kappa_s s. \quad (3)$$

Для однозначного определения величины K воспользуемся уравнением, которое было получено нами в работе [8]

$$K\Lambda = 2 \arctan \left(\frac{A-B}{A+B} \tan \frac{\kappa_f h}{2} \right) + 2 \arctan \left(\frac{C-D}{C+D} \tan \frac{\kappa_s s}{2} \right) + 2\pi(M_f + M_s), \quad (4)$$

где M_f , M_s – зависящие от параметров ячейки кристалла целочисленные параметры, значения которых определяются как максимальные значения величин m_f , m_s из равенств $\kappa_f \xi_f = \pi m_f$, $\kappa_s \xi_s = \pi m_s$, $\xi_f \leq h$, $\xi_s \leq s$. Далее, в данной работе, ограничимся рассмотрением случаев, когда величина K действительная, что соответствует незатухающим волнам Флоке–Блоха в ограниченном фотонном кристалле.

Моды, направляемые фотонно-кристаллическим волноводом. При выполнении условий $k_0 n_f, k_0 n_s > \beta$ величины κ_f , κ_s действительные, и распределение поля $E_M(x, z) = E_M(x) \cdot \exp(-i\beta z)$ направляемой моды в слоях фотонного кристалла определяется суммой

$$E^+(x, z) + E^-(x, z) = \{E^+(x) \exp[i(\phi_0^+ - K\Lambda m/2)] + E^-(x) \exp[i(\phi_0^- + K\Lambda m/2)]\} \cdot \exp(-i\beta z).$$

Введём обозначение $2\delta_m = \phi_0^+ - \phi_0^- - K\Lambda m$ (где $m = 0, 1, \dots, 2N$) и, полагая, что $\phi_0^+ = -\phi_0^- = \delta_0$, $\phi_m^+ = -\phi_m^- = \delta_0 - K\Lambda m/2 = \delta_m$ (где ϕ_m^+ , ϕ_m^- , соответственно, фаза прямой и обратной волны Флоке–Блоха в середине слоя с номером m) запишем комплексную функцию $E_M(x)$ профиля моды порядка M (где M – целое число, будет определено ниже)

$$E_M(x) = E^+(x) \exp(i\delta_m) + E^-(x) \exp(-i\delta_m). \quad (5)$$

Функции $E^+(x)$, $E^-(x)$ в (5) определяются выражениями (1). При $K\Lambda \neq \pi n$ ($n = 0, 1, \dots$) согласно с (2) $A^2 \neq B^2$, $C^2 \neq D^2$, и $E_M(x)$ можно представить в виде функций $E_{Mf}(\xi_f)$, $E_{Ms}(\xi_s)$ локальных координат ξ_f , ξ_s

$$E_M(x) = \begin{cases} E_{Mf}(\xi_f) = 2(A+B) \cos(\kappa_f \xi_f) \cos \delta_m + 2(A-B) \sin(\kappa_f \xi_f) \sin \delta_m, \\ m = 0, 2, \dots, 2N \\ E_{Ms}(\xi_s) = 2(C+D) \cos(\kappa_s \xi_s) \cos \delta_m + 2(C-D) \sin(\kappa_s \xi_s) \sin \delta_m, \\ m = 1, 3, \dots, 2N-1. \end{cases} \quad (6)$$

В областях $x < 0$ и $x > H$ при $\beta > k_0 n_a, k_0 n_b$ поперечная составляющая волнового вектора мнимая, и распределение поля является экспоненциально спадающим, соответственно, $\kappa_a = i\gamma_a$, $\kappa_b = i\gamma_b$, $E_M(x) = A_a \exp(\gamma_a x)$ и $E_M(x) = A_b \exp[\gamma_b(H - x)]$ (где A_a и A_b – амплитуда поля при $x = 0$ и $x = H$). Условия непрерывности полей на границах $x = 0$ ($\xi_f = -h/2$, $m = 0$) и $x = H$ ($\xi_f = h/2$, $m = 2N$)

$$\begin{aligned} 2(A + B) \cos(\kappa_f h/2) \cos \delta_0 - 2(A - B) \sin(\kappa_f h/2) \sin \delta_0 &= A_a, \\ 2(A + B) \kappa_f \sin(\kappa_f h/2) \cos \delta_0 + 2(A - B) \kappa_f \cos(\kappa_f h/2) \sin \delta_0 &= \gamma_a A_a, \\ 2(A + B) \cos(\kappa_f h/2) \cos \delta_{2N} + 2(A - B) \sin(\kappa_f h/2) \sin \delta_{2N} &= A_b, \\ 2(A + B) \kappa_f \sin(\kappa_f h/2) \cos \delta_{2N} - 2(A - B) \kappa_f \cos(\kappa_f h/2) \sin \delta_{2N} &= \gamma_b A_b \end{aligned} \quad (7)$$

позволяют найти с точностью до π , умноженного на целое число, параметры δ_0 и δ_{2N} , определяющие фазу прямой и обратной волн Флоке–Блоха на нижней и верхней границах фотонного кристалла

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \Delta\phi_a/2 + \pi m_a, \quad \delta_{2N} = -\Delta\phi_b/2 - \pi m_b, \\ \Delta\phi_a &= 2 \arctan \left(\frac{A + B}{A - B} \cdot \frac{\gamma_a - \kappa_f \tan(\kappa_f h/2)}{\kappa_f + \gamma_a \tan(\kappa_f h/2)} \right); \\ \Delta\phi_b &= 2 \arctan \left(\frac{A + B}{A - B} \cdot \frac{\gamma_b - \kappa_f \tan(\kappa_f h/2)}{\kappa_f + \gamma_b \tan(\kappa_f h/2)} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

$$(9)$$

Заметим, что выполняется равенство $2\delta_0 - 2\delta_{2N} = \Delta\phi_a + \Delta\phi_b + 2\pi(m_a + m_b) = 2K\Lambda N$ ($2\delta_0 = \phi_0^+ - \phi_0^- = \Delta\phi_a + 2\pi m_a$, $-2\delta_{2N} = 2K\Lambda N - 2\delta_0 = \phi_{2N}^- - \phi_{2N}^+ = \Delta\phi_b + 2\pi m_b$), и величины $\Delta\phi_a$, $\Delta\phi_b$, играющие роль фазовых сдвигов волны Флоке–Блоха при её отражении на границах фотонного кристалла, оказываются связанными с фазовым сдвигом $2K\Lambda N$ при двойном проходе волны через фотонный кристалл условием поперечного резонанса

$$2K\Lambda N = \Delta\phi_a + \Delta\phi_b + 2\pi M, \quad M = m_a + m_b = 0, 1, \dots, \quad (10)$$

где M определяет порядок моды.

В особом случае, когда $K\Lambda = \pi n$ (где $n = 0, 1, \dots$ – порядок запрещённой зоны фотонного кристалла), решение (5) образовано критическими волнами Флоке–Блоха, для которых $A^2 = B^2$, $C^2 = D^2$ [11], и $E_M(x)$ можно представить в виде

$$E_M(x) = \begin{cases} 2[(A + B) \cos(\kappa_f \xi_f) \cos \delta_0 + (A - B) \sin(\kappa_f \xi_f) \sin \delta_0] \cdot (-1)^{nm/2}, \\ m = 0, 2, \dots, 2N \\ 2[(C + D) \cos(\kappa_s \xi_s) \cos \delta_0 + (C - D) \sin(\kappa_s \xi_s) \sin \delta_0] \cdot (-1)^{nm/2}, \\ m = 1, 3, \dots, 2N - 1. \end{cases} \quad (11)$$

При $A = B$, $C = D$ ($A = -B$, $C = -D$), полагая $\delta_0 = 0(\pm\pi/2)$, получаем распределение поля в слоях f - и s -типа, которое определяется, соответственно, чётными (нечётными) функциями $\cos \kappa_f \xi_f$, $\cos \kappa_s \xi_s$ ($\sin \kappa_f \xi_f$, $\sin \kappa_s \xi_s$), при этом граничные условия (7) сводятся к условиям

$$\tan(\kappa_f h/2) = \gamma_a/\kappa_f = \gamma_b/\kappa_f, (A = B); \quad \tan(\kappa_f h/2) = -\kappa_f/\gamma_a = -\kappa_f/\gamma_b, (A = -B). \quad (12)$$

Согласно (12), особое решение в виде направляемой моды, расположенной на границе фотонной запрещённой зоны фотонного кристалла, может существовать лишь при $\gamma_a = \gamma_b$, т.е., если $n_a = n_b = \kappa_f/(k_0 |\cos(\kappa_f h/2)|)$.

Уравнение (10) является по существу дисперсионным уравнением фотонно-кристаллического волновода, позволяющим находить постоянную распространения β как функцию частоты ω и параметров слоёв. Заметим, что в l -ой разрешённой зоне величина K изменяется в пределах от $\pi(l-1)/\Lambda$ до $\pi l/\Lambda$, и левая часть уравнения (10) изменяется в пределах от $2\pi(l-1)N$ до $2\pi lN$. Соответственно, при значениях M в пределах от $(l-1)N$ до lN можно искать решения β_M уравнения (10) вариацией β . Среди $N+1$ возможных решений те значения β_M , для которых выполняется условие $\beta_M > k_0 n_a, k_0 n_b$, отвечают направляемым модам.

Моды утечки фотонно-кристаллического волновода. При выполнении условия $\beta < k_0 n_a, k_0 n_b$ величины κ_a и κ_b действительные. Решение (5) в областях $x < 0$ и $x > H$, составленное бегущими волнами с комплексными амплитудами $A_a^\pm = A_a \exp(i\phi_a^\pm)$, $A_b^\pm = A_b \exp(i\phi_b^\pm)$, полагая $\phi_a^+ = -\phi_a^- = \delta_a$, $\phi_b^+ = -\phi_b^- = \delta_b$, запишем в виде стоячих волн

$$E_a(x) = 2A_a \cos(\delta_a - \kappa_a x) \quad (x < 0); \quad E_b(x) = 2A_b \cos[\delta_b - \kappa_b(x - H)] \quad (x > H). \quad (13)$$

Из условий непрерывности полей на границах $x = 0$ и $x = H$

$$(A + B) \cos(\kappa_f h/2) \cos \delta_0 - (A - B) \sin(\kappa_f h/2) \sin \delta_0 = A_a \cos \delta_a,$$

$$(A + B) \kappa_f \sin(\kappa_f h/2) \cos \delta_0 + (A - B) \kappa_f \cos(\kappa_f h/2) \sin \delta_0 = \kappa_a A_a \sin \delta_a,$$

$$(A + B) \cos(\kappa_f h/2) \cos \delta_{2N} + (A - B) \sin(\kappa_f h/2) \sin \delta_{2N} = A_b \cos \delta_b, \quad (14)$$

$$-(A + B) \kappa_f \sin(\kappa_f h/2) \cos \delta_{2N} + (A - B) \kappa_f \cos(\kappa_f h/2) \sin \delta_{2N} = \kappa_b A_b \sin \delta_b$$

при $\delta_{2N} = \delta_0 - K\Lambda N$ имеем два уравнения для трёх свободных параметров δ_a , δ_b , δ_0

$$\tan \delta_a = \frac{\kappa_f}{\kappa_a} \left((A + B) \tan \frac{\kappa_f h}{2} + (A - B) \tan \delta_0 \right) \times$$

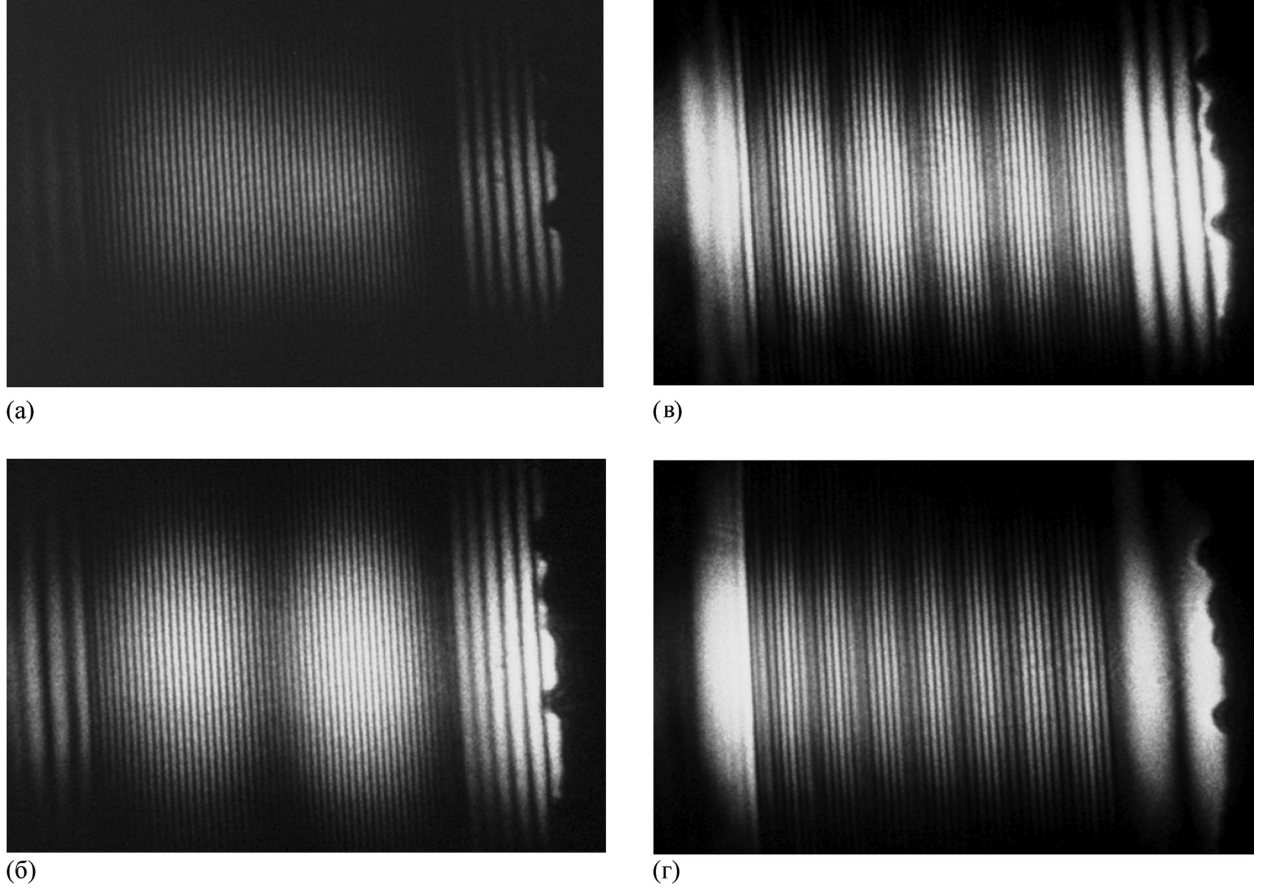


Рис. 2: Картины распределения интенсивностей мод утечки на торце фотонно-кристаллического волновода при его боковом возбуждении. Моды порядка: (а) $M = 48$; (б) $M = 47$; (в) $M = 44$; (г) $M = 42$.

$$\times \left(A + B - (A - B) \tan \frac{\kappa_f h}{2} \tan \delta_0 \right)^{-1}, \quad (15)$$

$$\tan \delta_b = \frac{\kappa_f}{\kappa_b} \left(-(A + B) \tan \frac{\kappa_f h}{2} + (A - B) \tan \delta_{2N} \right) \times$$

$$\times \left(A + B + (A - B) \tan \frac{\kappa_f h}{2} \tan \delta_{2N} \right)^{-1}, \quad (16)$$

и спектр решений волнового уравнения оказывается непрерывным. Из условий (14) находим

$$A_a^2 = (A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\delta_0)(\kappa_a^2 + \kappa_f^2)/(2\kappa_a^2) +$$

$$+(A^2 \cos(\kappa_f h + 2\delta_0) + B^2 \cos(\kappa_f h - 2\delta_0) + 2AB \cos \kappa_f h)(\kappa_a^2 - \kappa_f^2)/(2\kappa_a^2), \quad (17)$$

$$A_b^2 = (A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\delta_{2N})(\kappa_b^2 + \kappa_f^2)/(2\kappa_b^2) + \\ + (A^2 \cos(\kappa_f h - 2\delta_{2N}) + B^2 \cos(\kappa_f h + 2\delta_{2N}) + 2AB \cos \kappa_f h)(\kappa_b^2 - \kappa_f^2)/(2\kappa_b^2). \quad (18)$$

Мощность (отнесённая к единице площади поверхности волновода), излучаемая из волновода через границы $x = 0$ и $x = H$, равна, соответственно, $P_{xa} = (\varepsilon_0 c \kappa_a A_a^2)/(2k_0)$ и $P_{xb} = (\varepsilon_0 c \kappa_b A_b^2)/(2k_0)$. Мощность, переносимая волной внутри волновода в направлении z (отнесённая к единице длины в направлении оси y), $-P_z = \varepsilon_0 c \beta / (2k_0) \int_0^H E_M^2(x) dx$. Отношение $P_x(\beta)/P_z(\beta) = \alpha(\beta)$ (где $P_x = P_{xa} + P_{xb}$) имеет смысл коэффициента затухания рассматриваемой моды и изменяется с изменением β [4]. Минимумы на зависимости $\alpha(\beta)$ соответствуют модам утечки. Отметим также, что при выполнении условий $\kappa_f^2 - \kappa_a^2 \ll \kappa_a^2$, $\kappa_f^2 - \kappa_b^2 \ll \kappa_b^2$, полагая $2\delta_0 = K\Lambda N + \eta$ для оценки мощности P_x , можно воспользоваться приближённым выражением $P_x \sim 2\kappa_a [A^2 + B^2 + 2AB \cos(K\Lambda N) \cos \eta]$. Минимумы достигаются при условии $AB \cos(K\Lambda N) \cos \eta = -|AB|$. Отсюда немедленно следует, что $2K\Lambda N = 2\pi M$ и $\Delta\phi_a + \Delta\phi_b = 0$ ($\Delta\phi_a, \Delta\phi_b = \pm\pi$) с точностью до 2π , умноженного на целое число. При $\cos \eta = -1$ (+1) имеем дело с модами утечки, образованными несимметричной (симметричной) комбинацией волн Флоке–Блоха, для которых в слое с номером $m = N$ $\phi_N^+ = -\phi_N^- = \pi/2$ ($\phi_N^+ = \phi_N^- = 0$).

Эксперимент. В данной работе для изучения мод утечки, расположенных в первой разрешённой зоне структуры с параметрами: $N = 49$, $h = 1.1$ мкм, $s = 1.3$ мкм, $n_f = 1.465$, $n_s = n_a = n_b = 1.46$, мы использовали установку, схема которой приведена на рис. 5 в работе [6]. Как было показано в [6], для данной структуры моды порядка $M \geq 34$ являются модами утечки, и они могут последовательно возбуждаться при вариации угла скольжения ($0 < \theta < 3^\circ$) пучка света, падающего из подложки на боковую поверхность структуры. На рис. 2 представлено увеличенное (в 300 раз) изображение выходного торца структуры при возбуждении в ней мод утечки порядка $M = 48$ (а), 47 (б), 44 (в) и 42 (г), расположенных вблизи границы запрещённой зоны структуры. Расположенная на границе запрещённой зоны мода 49-го порядка (для неё $K\Lambda = \pi$) возбуждается слабо, и фотография её распределения не приводится. Видно, что число периодов огибающей интенсивности поля определяется отстройкой моды от края запрещённой зоны и находится в полном соответствии с результатами расчётов. Действительно, при выполнении условий $K\Lambda = \pi M$ (где $M = N - p$, $p = 1, 2, \dots \ll N$ – параметр отстройки моды от края запрещённой зоны), согласно (2) оказывается, что $A \sim B$, $C \sim -D$ и профиль (6) поля моды можно аппроксимировать следующими

выражениями

$$E_M(x) = \begin{cases} E_{Mf}(\xi_f) \sim (A + B) \cos(\kappa_f \xi_f) \cos \delta_m \sim (A + B) \cos(\kappa_f \xi_f) \sin(\pi p m / 2N), \\ m = 0, 2, \dots, 2N \\ E_{Ms}(\xi_s) \sim (C - D) \sin(\kappa_s \xi_s) \sin \delta_m \sim (C - D) \sin(\kappa_s \xi_s) \sin(\pi p m / 2N), \\ m = 1, 3, \dots, 2N - 1, \end{cases} \quad (19)$$

согласно которым число периодов огибающей поля определяется параметром отстройки p .

Заключение. Представлено строгое описание направляемых мод фотонно-кристаллического волновода, основанное на формализме функций Флоке–Блоха. Получены точные аналитические формулы для фазовых сдвигов волны Флоке–Блоха на границах волновода и однородной среды. Выделение мод утечки в спектре излучательных мод выполнено с использованием модели, основанной на раздельном нахождении постоянной распространения β и коэффициента затухания α этих мод. Показано, что моды утечки чётного (нечётного) порядка можно представить в виде несимметричной (симметричной) комбинации противоположно распространяющихся волн Флоке–Блоха.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 10-02-01389-а) и Министерства образования и науки РФ (контракт № 16.513.12.3019).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] R. Ulrich, J. Opt. Soc. Amer. **60**(10), 1337 (1970).
- [2] R. Ulrich, W. Prettl, Appl. Phys. **1**, 55 (1973).
- [3] E. Anemogiannis, E.N. Glystsis, T.K. Gaylord, J. of Lightwave Technol. **17**(5), 929 (1999).
- [4] Е. И. Голант, К. М. Голант, ЖТФ **76**(8), 99 (2006).
- [5] А. Г. Ржанов, С. Э. Григас, ЖТФ **80**(11), 67 (2010).
- [6] Б. А. Усиевич, Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов, К. М. Голант, Квантовая электроника **37**(6), 580 (2007).
- [7] Д. Х. Нурлигареев, Б. А. Усиевич, К. М. Голант, В. А. Сычугов, Квантовая электроника **36**(7), 653 (2006).
- [8] Д. Х. Нурлигареев, Научкоёмкие технологии **10**(9), 12 (2009).
- [9] Д. Х. Нурлигареев, Поверхность **2**, 97 (2011).
- [10] P. Yeh, A. Yariv, C.-S. Hong, J. Opt. Soc. Amer. **67**(4), 423 (1977).
- [11] Д. Х. Нурлигареев, В.А. Сычугов, Квантовая электроника **38**(5), 452 (2008).

Поступила в редакцию 19 мая 2011 г.