

УДК 537.872.32

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В ДВУГРАННОМ УГЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ

А. В. Кольцов, А. В. Серов

Проведены расчеты пространственных распределений интенсивности переходного излучения частиц, влетающих в двугранный угол и вылетающих из него. Показано, что излучение вылетающего заряда при любых растворах двугранного угла α сосредоточено вблизи от направления движения. В том случае, когда частица влетает в угол, распределение излучения определяется величиной угла раствора. При углах раствора $\alpha = \pi/n$ излучение концентрируется около направления движения реального заряда, когда n – четное число, и около направления движения заряда-изображения, когда n – нечетное число. При других углах раствора пространственное распределение излучения влетающей частицы имеет два максимума, положение которых определяется углом инжекции.

Ключевые слова: переходное излучение, ускорители.

Переходное излучение заряда на плоской границе раздела подробно исследовано как теоретически, так и экспериментально [1]. Уже в первой работе [2] было показано, что энергия, излучаемая частицей, вылетевшей из идеально проводящей среды в вакуум перпендикулярно поверхности раздела, равна нулю по направлению скорости и максимальна под углом $\psi = \gamma^{-1}$ к скорости, где γ – приведенная энергия частицы. При падении частицы на поверхность нет излучения под углом $\psi = \pi$ к скорости, а максимальная интенсивность наблюдается под углом $\psi = \pi - \gamma^{-1}$. Таким образом изменение направления скорости частицы, движущейся перпендикулярно поверхности, не изменяет распределение энергии излучения в вакууме.

ФИАН, Россия, 119991, Москва, Ленинский проспект, 53; e-mail: serov@x4u.lebedev.ru.

Когда заряд пересекает границу раздела, имеющую форму двугранного угла, пространственное распределение излучения, вообще говоря, существенно отличается от распределения излучения на плоской поверхности. Спектрально-угловые распределения переходного излучения частиц в двугранном угле рассмотрены в работах [3, 4]. Были исследованы распределения излучения в плоскости, перпендикулярной ребру угла. Проводилось сравнение излучения частиц, влетающих в двугранный угол и вылетающих из него. В настоящей работе рассматриваются пространственные распределения переходного излучения.

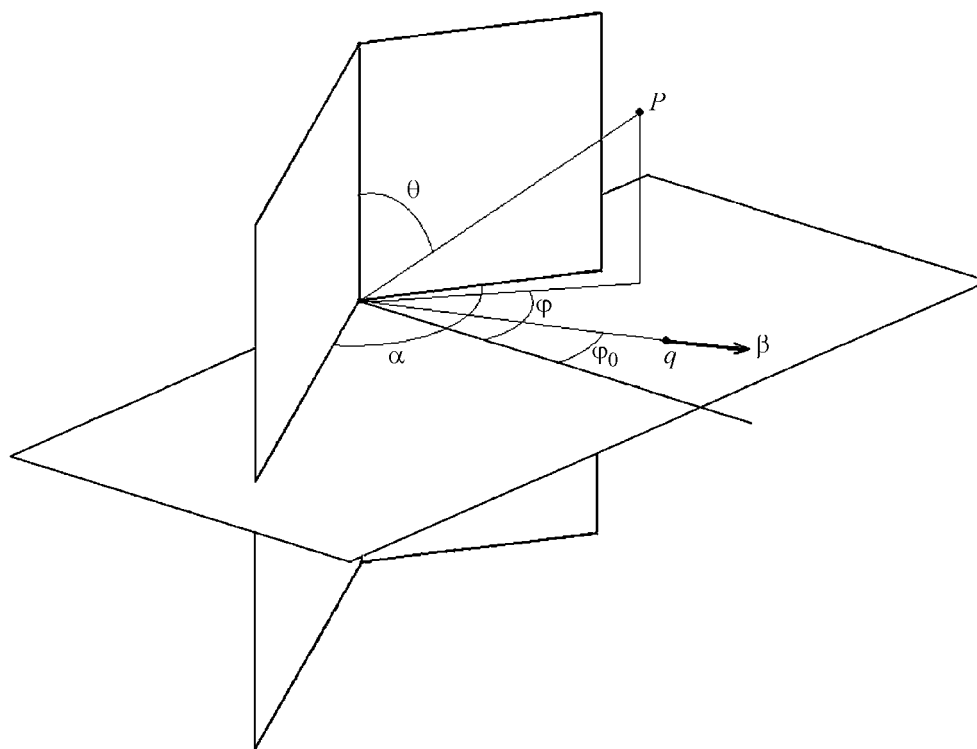


Рис. 1: Геометрия задачи (пояснения в тексте).

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Предполагалось, что заряд q движется в плоскости, перпендикулярной ребру, и вектор скорости β направлен под углом φ_0 к биссектрисе. Поверхности, образующие двугранный угол с раствором α , определялись уравнениями $\varphi = \pm\alpha/2$, а направление в точку наблюдения P — углами θ, φ .

В работе [4] было показано, что энергия W , излучаемая в интервал частот $d\omega$ в телесный угол $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, описывается выражением

$$W = \frac{|K_E|^2 + |K_H|^2}{\sin^2\theta}, \quad (1)$$

где

$$K_E(\omega \cos \theta) = (\pm) \frac{q \cos \theta}{\alpha \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \left(\frac{1 - h \cos \nu(\varphi - \varphi_0)}{1 + h^2 - 2h \cos \nu(\varphi - \varphi_0)} - \right. \quad (2)$$

$$\left. - \frac{1 + h \cos \nu(\varphi + \varphi_0)}{1 + h^2 + 2h \cos \nu(\varphi + \varphi_0)} \right),$$

$$K_H(\omega \cos \theta) = (\pm) \frac{qh}{\alpha} \left(\frac{\sin \nu(\varphi - \varphi_0)}{1 + h^2 - 2h \cos \nu(\varphi - \varphi_0)} + \right. \quad (3)$$

$$\left. + \frac{\sin \nu(\varphi + \varphi_0)}{1 + h^2 + 2h \cos \nu(\varphi + \varphi_0)} \right),$$

$$\nu = \pi/\alpha.$$

Знак в скобках в правой части выражений (2) и (3) и функция h определяются траекторией движения заряда. Для частицы, стартующей из ребра двугранного угла, знак в скобках – плюс, а функция $h = h_{\text{out}}$ описывается выражением

$$h_{\text{out}} = \left(\frac{v \sin \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \right)^\nu. \quad (4)$$

Когда частица влетает в двугранный угол, знак в скобках – минус, а функция $h = h_{\text{in}}$ в этом случае будет иметь вид

$$h_{\text{in}} = e^{i\nu\pi} \left(\frac{v \sin \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \sin^2 \theta}} \right)^\nu. \quad (5)$$

Отметим, что функция h_{in} существенно отличается от h_{out} . Значение h_{out} всегда действительно, а величина h_{in} при углах раствора $\alpha \neq \pi/n$ будет комплексной. Это обстоятельство приводит к принципиальным различиям в характере угловых распределений интенсивности излучения частиц, вылетающих из угла и влетающих в него. Анализ выражений показывает, что в первом случае временная зависимость электромагнитного поля представляет собой δ -импульс, возбуждаемый частицей в момент пересечения поверхности двугранного угла. В том случае, когда частица влетает в угол, временная зависимость имеет более сложный характер: наряду с δ -импульсом могут возбуждаться электромагнитные поля, протяженные во времени, амплитуда которых в данной точке при больших временах обратно пропорциональна t .

По соотношениям (2)–(5) были рассчитаны пространственные распределения интенсивности излучения при различных углах раствора α и направлениях движения зарядов в двугранном угле φ_0 . Энергия частиц принималась равной $\gamma = 15$.

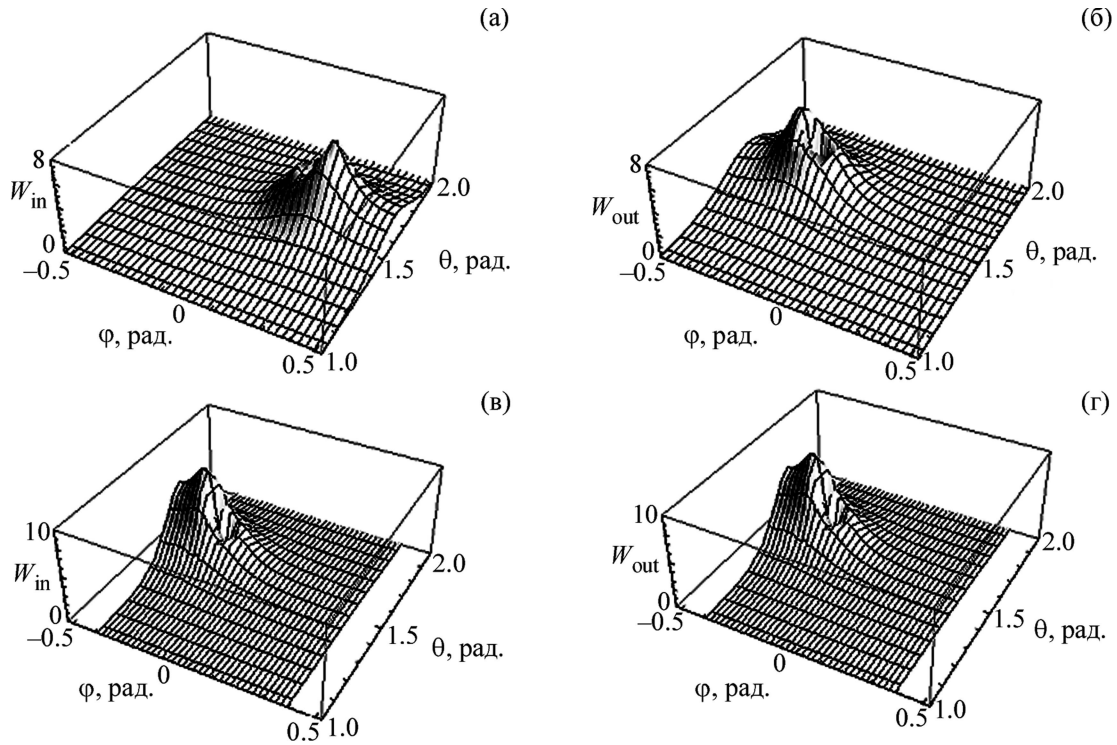


Рис. 2: Распределения интенсивности излучения частиц, влетающих в двугранный угол W_{in} ((а), (в)) и вылетающих из него W_{out} ((б), (г)): ((а), (б)) $\alpha = \pi/3$; ((в), (г)) $\alpha = \pi/4$; $\gamma = 15$.

Как показали расчеты, распределения интенсивности излучения частиц, влетающих в двугранный угол (W_{in}) и вылетающих из него (W_{out}), в общем случае существенно различаются. На рис. 2 показаны распределения интенсивности излучения частицы, влетающей в двугранные углы $\alpha = \pi/3$ (рис. 2(а)) и $\alpha = \pi/4$ (рис. 2(в)), и вылетающей из углов $\alpha = \pi/3$ (рис. 2(б)) и $\alpha = \pi/4$ (рис. 2(г)). Во всех случаях траектория заряда проходила под углом $\varphi_0 = -0.2$ к биссектрисе.

Из расчетов следует, что только при углах раствора, удовлетворяющих условию $\alpha = \pi/n$, где n – четное число, изменение направления движения не влияет на распределение интенсивности (сравните рис. 2(в) и рис. 2(г)). В обоих случаях излучение сосредоточено вблизи от траектории влетающего или вылетающего заряда, а максимум интенсивности наблюдается под углом $\psi = \gamma^{-1}$. В случае, когда угол раствора равен $\alpha = \pi/n$, где n – нечетное число, распределение излучения влетающего заряда сосредоточено вблизи траектории заряда-изображения, проходящей через двугранный угол, в котором движется реальный заряд (сравните рис. 2(а) и рис. 2(б)).

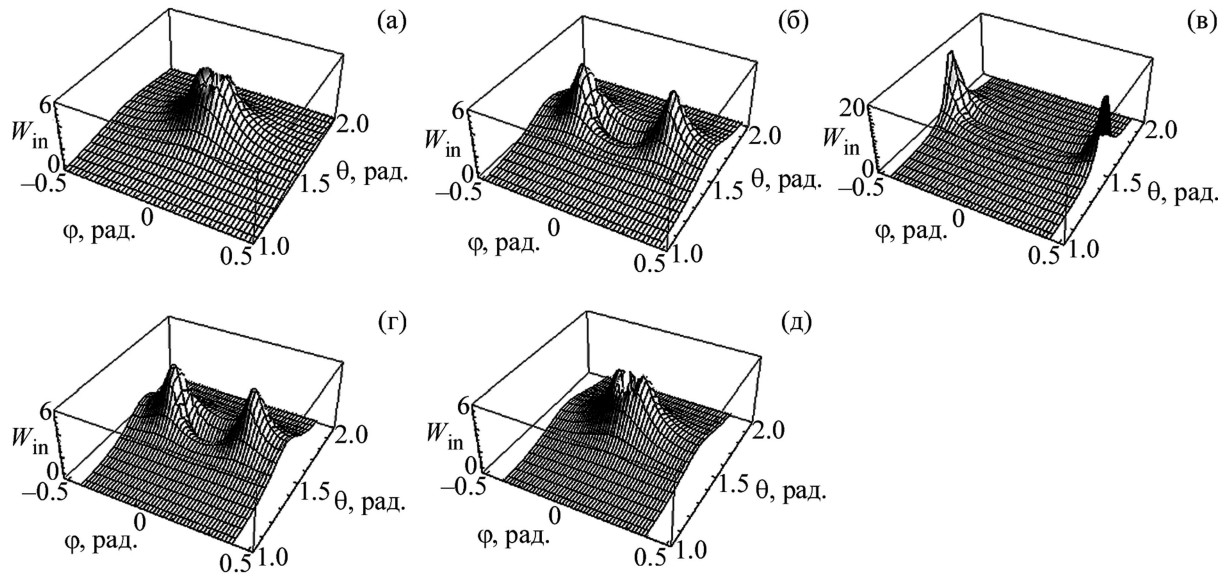


Рис. 3: Зависимость пространственного распределения интенсивности от раствора двугранного угла α : (а) $\alpha = \pi/3$, (б) $\alpha = \pi/3.25$, (в) $\alpha = \pi/3.5$, (г) $\alpha = \pi/3.75$, (д) $\alpha = \pi/4$.

На рис. 3 показаны распределения излучения частиц, влетающих вдоль биссектрисы ($\varphi_0 = 0$) в двугранные углы с углом раствора α много больше угла расходимости излучения $\psi = \gamma^{-1}$. Из рисунка следует, что при углах раствора $\alpha = \pi/3$ (рис. 3(а)) и $\alpha = \pi/4$ (рис. 3(д)) (т.е. $\alpha = \pi/n$), пространственные распределения близки к распределению излучения частицы, пересекающей плоскую границу раздела: интенсивность максимальна под углом $\psi = \gamma^{-1}$ к скорости частицы и распределение практически сохраняет осевую симметрию.

Когда раствор равен $\alpha = \pi/3.5$ (рис. 3(в)), картина распределения качественно другая. Во-первых, интенсивность излучения в плоскости, перпендикулярной ребру двугранного угла, много больше чем в плоскости, проходящей через ребро и биссектрису. Во-вторых, максимальная интенсивность наблюдается вдоль плоскостей двугранного угла, т.е. под углами много больше $\varphi = \gamma^{-1}$. В третьих, значение интенсивности в максимуме в 3 раза выше, чем при растворах $\alpha = \pi/3$ и $\alpha = \pi/4$.

Рис. 3(а)–3(в) иллюстрируют эволюцию пространственного распределения интенсивности при изменении угла раствора от $\alpha = \pi/n$ до $\alpha = \pi/(n + 0.5)$.

На рис. 4 показаны распределения в двугранном угле с раствором $\alpha = \pi/3.5$ при различных углах влета частиц φ_0 . Видно, что при любых углах влета распределение

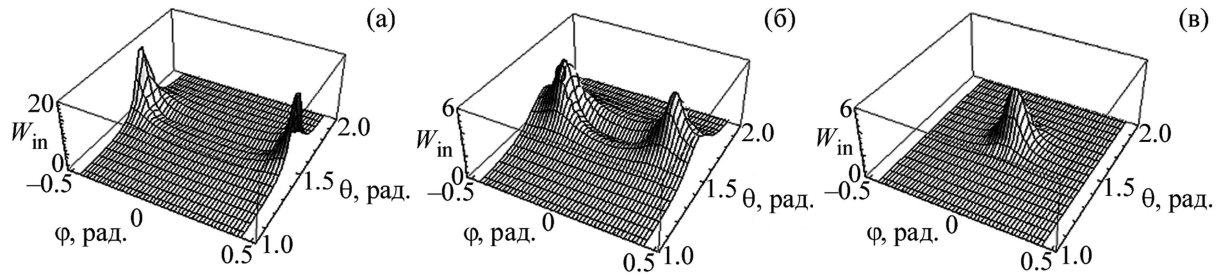


Рис. 4: Зависимость пространственного распределения интенсивности от угла инжекции φ_0 : $\alpha = \pi/3.5$, (а) $\varphi_0 = 0$, (б) $\varphi_0 = -0.15$, (в) $\varphi_0 = -0.4$.

остаётся симметричным относительно плоскости, проходящей через ребро и биссектрису. Когда частица инжектируется вдоль биссектрисы (рис. 4(а)), распределение имеет два максимума излучения, прижатых к плоскостям, образующим двугранный угол, а траектория проходит через пространство, в котором интенсивность излучения равна нулю. При увеличении угла влета боковые ветви распределения интенсивности стремятся к биссектрисе (рис. 4(б)) и сливаются (рис. 4(в)). В последнем случае распределение имеет только один максимум. Дальнейшее увеличение угла влета, при котором выполняется условие $\alpha/2 - \gamma^{-1} < \varphi_0 < \alpha/2$, приводит к уменьшению интенсивности излучения в максимуме, и чем ближе к плоскости, образующей двугранный угол, проходит траектория частицы (т.е. $\varphi_0 \rightarrow \alpha/2$), тем меньше интенсивность излучения в максимуме. Когда частица инжектируется под углом $\varphi_0 = \pi/(4n + 2)$ в двугранный угол с раствором $\alpha = \pi/(n + 0.5)$, то траектория проходит через область, в которой интенсивность переходного излучения максимальна. Поэтому при инжекции сгустка хвостовые частицы будут двигаться в поле максимальной интенсивности, генерируемом головными частицами.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому за плодотворное обсуждение результатов. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 10-02-01481.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние* (Наука, М., 1984).
- [2] В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, *ЖЭТФ* **16**, 15 (1946).
- [3] А. В. Серов, Б. М. Болотовский, *ЖЭТФ* **131**(6), 994 (2007).
- [4] А. В. Кольцов, А. В. Серов, *ЖЭТФ* **140**, 2(8), 662 (2011).

Поступила в редакцию 17 января 2012 г.