УДК 530.12: 531.51

ПОСТ-ЭЙНШТЕЙНОВА КОСМОЛОГИЯ: КРУЧЕНИЕ, СТРУНЫ, ДУАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ. I. НЕОБХОДИМОСТЬ ПЕРЕХОДА ОТ ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА К ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА–КАРТАНА

Р. Ф. Полищук

Предложена гипотеза, что тяжёлые двухцветные лептонные образования, отвечающие группе, дуальной группе SU(2), и названные фридмонами, являются частицами тёмной материи. Приведены аргументы в пользу обобщения теории Эйнштейна до теории Эйнштейна-Картана. Показано, что струнные добавки в метрики Шварцшильда и де-Ситтера отвечают космологической постоянной.

Ключевые слова: космология, кручение Картана, дуальная симметрия, струнные добавки, космологическая постоянная.

Введение. Дж. Уилер [1] установил, что “объект, являющийся центральным во всей классической общей теории относительности, 4-мерная геометрия пространства-времени, просто не существует, если выйти за рамки классических представлений”. Релятивистская квантовая механика не допускает точной локализации частиц. Изометрии метрики де-Ситтера переплетают 4-импульс с угловым моментом (и спином частиц Дирака) [2], что делает естественным дополнить геометризацию массы в виде римановой кривизны геометризацией спина в виде кручения Картана [3–6]. Коллапс материи останавливается не только при достижении планковской плотности, но и на радиусе Картана, отвечающем балансу положительного потенциала тяготения (источник – масса) и отрицательного потенциала отталкивания (источник – спин). Теория струн [7] даёт струнные добавки в общую теорию относительности, эквивалентные в некоторых случаях космологической постоянной. Дополнение симметрии SU(3)xSU(2)xU(1) частиц Стандартной модели дуальной симметрией [8] позволяет искать здесь кандидатов на роль частиц тёмной материи [9–11]: ведь эти частицы взаимодействуют с обычными частицами только гравитационно. В честь пионера релятивистской космологии

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: rpol@asc.rssi.ru.

А. А. Фридмана (1888–1925) мы назвали эту частицу фридмоном. Если массу Метагалактики (примерно $2 \cdot 10^{56}$ г) сжать в шар или, лучше, 3-сферу предельной, планковской плотности размером $5.157 \cdot 10^{93}$ g/cm^3, то получится частица, которую естественно назвать (перво)атомом Леметра размером $l_u = 3.42 \cdot 10^{-13}$ cm.

Можно предположить, что вначале (после, скажем, инфляции типа Коулмена–Вайнберга [12]) был мир де-Ситтера в виде атома Леметра. Поскольку при планковской плотности не должно быть индивидуальных частиц, включая частицы планковского размера (планкпеоны), размер атома Леметра можно предположительно считать размером первичной фундаментальной струны l_u. Струне Планка $l_{pl} = 1.616 \cdot 10^{-33}$ см относительно струны Леметра была дуальна первичная струна Планка $l_0 = 0.7238 \cdot 10^8$ см. Инверсия $R \to l_u^2/R \Longrightarrow l_0 \to l_{pl}$ в духе T-дуальности струнной космологии вызвала переход топологических энергетических мод частиц в осциляционные в виде Большого Взрыва. Большой Взрыв можно связать с аннигиляцией струн с противоположными намотками - во втором приближении струны можно считать длинными шлангами, так что именно в пространстве размерности 3 они являются поверхностями коразмерности 1 и легко могут сталкиваться, аннигилировать и декомпактифицироваться. Переход топологических энергетических мод в осцилляционные, в излучение, означал переход почти всей массы-энергии первичного мира де-Ситтера в виде атома Леметра в материю излучения и вещества и изменение космологической постоянной $\Lambda_0 = 3l_u^{-2} = 2.565 \cdot 10^{25}$ cm $\to \Lambda = 3a^{-2} = 1.33 \cdot 10^{-56}$ cm $= 0.52 \cdot 10^{-81}\Lambda_0(a = 1.53 \cdot 10^{28}$ cm).

Мы исходим из идеи Д. А. Киржница и А. Д. Линде [13–15] о релятивистских фазовых переходах вакуума, когда “сохраняется лишь полный тензор энергии-импульса, а не тензор энергии-импульса вещества и конденсата по отдельности” – имеется в виду тензор энергии-импульса квазичастиц и вакуума. В теориях без спонтанного нарушения симметрии указанное разбиение фиксировано, но при изменении температуры возникает нарушение первого закона термодинамики для вещества: масса-энергия вакуума может рождать материю. Киржниц и Линде пренебрегли вкладом космологической постоянной, мы же, наоборот, считаем, что, грубо говоря, вся масса вакуума де-Ситтера перешла в расширяющуюся материю. Гравитационный радиус материи (излучения и вещества) после взрыва атома Леметра, вычисляемый с помощью постоянной тяготения Ньютона (при принятии скорости света за единицу её произведение на постоянную Планка равно квадрату планковской длины $2.612 \cdot 10^{-66}$ cm^2 – здесь можно предположить, что в будущей единой теории физических взаимодействий число фундаментальных постоянных уменьшится, обнаруживая взаимосвязь современных фундаментальных физических констант) стал примерно равен 10^{28} cm – это радиус кривизны и горизонта событий Метагалактики (этот горизонт отвечает сверхсветовой скорости увеличения расстояния между наблюдателями, и у каждого наблюдателя горизонт свой - при той же его величине, как и на шарообразной Земле), приближённо описываемой метрикой де-Ситтера. Масштабу объединения взаимодействий отвечает величина примерно 10^{-26} cm. Связывая с массой атома Леметра новую частицу (фридмон) так, как гравитационный радиус средней звезды связан с размером нуклона как её основного элемента, мы получим размер $l_f = 2.3 \cdot 10^{-23}$ cm и массу $m_f = 1.53 \cdot 10^{-15}$ g фридмона.

Каждая частица имеет ненулевую массу (покоя или движения) и, по всей вероятности, ненулевой спин-частицы нулевого спина можно считать, видимо, спаренными (ведь даже нейтральный нейтрон состоит из заряженных кварков). Что касается дуальных симметрий, то они естественно обобщают симметрии обычные. Например, собственные спиноры, отвечающие тензору Вейля, определяются с точностью до множителя. Геометрически спинор – это точка на небесной сфере наблюдателя, в которую летит имеющая поляризацию безмассовая частица (имеем флаг со световым флагштоком и ортогональным ему 2-направлением полотнища). Произвольность множителя означает факторизацию по ориентации флага, и соответствующая 1-напрвлению точка на небесной сфере тождественна противоположной точке. Но такая факторизация превращает сферу в проективную плоскость (которую сфера дважды накрывает – отсюда, возможно, появляется двойка в отношении зарядов кварков и в других случаях). Если векторное поле имеет на 2-сфере две особенности векторных полей (например, на полюсах, поскольку характеристика Эйлера чётномерных сфер равна двум), то поле 1-направлений на сфере имеет 4 особенности – отсюда получаем именно 4 собственных 1-спинора для спинора Вёйля (отвечающих комплексным самодуальным и антисамодуальным формам бесследового тензора конформной кривизны Вейля по известной классификации Петрова гравитационных полей в интерпретации Пенроуза). В группах симметрии переход к дуальным группам тоже даёт новую топологию и новое качество частицам, отвечающим неприводимым представлениям группы симметрии. Поскольку точную симметрию среди групп, дуальных группам стандартной модели, имеет только группа, дуальная группе SU(2), отвечающую ей частицу можно считать фридмоном.

1. Обобщение понятий массы и спина в мире де-Ситтера. О связи массы и спина говорит уже известная формула для массы пи-мезона [16], понимаемой как собственное значение соответствующего оператора Казимира

$$m^2 = m_0^2 + \lambda^2[J(J+1) - I(I+1) + \frac{1}{4}\gamma^2],$$

$$m_0^2 = p_\mu p^\mu,\ \lambda^2 \cong 14 \cdot 10^4\,(MeV)^2, \tag{1}$$

где J, I, γ представляют спин, изоспин и гиперзаряд. Вращение Земли увеличивает её массу, но центробежные силы уменьшают силу притяжения на экваторе. Спин действует подобно угловому моменту. Видимо, именно спин препятствует сжатию струны "в точку" (мы ставим кавычки, поскольку точки в теории струн следует понимать условно) и вызывает её вибрацию вдоль светового конуса (ведь собственным значением квантового оператора скорости является только плюс-минус скорость света) и принцип неопределённостей Гейзенберга (заметим также, что недистрибутивность квантовой логики углубляет понимание так называемого "дуализма волна-частица").

О различии зависимости действия массы и спина от расстояния говорит, в частности, решение Копчиньского [17] для модифицированных уравнений Фридмана для поляризованной пыли с плотностями массы ρ и спина σ, зависящими только от времени (в единицах $G = c = 1$):

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

$$P^\mu = \rho u^\mu,\ u^\mu = \delta_0^\mu,\ S_{23} = \sigma, S_{\mu\nu} = 0,\ \mu + \nu \neq 5,$$

$$\frac{1}{3}(\dot{a})^2 = -\frac{M}{a} + \frac{3}{2}\frac{S^2}{a^4} = 0, \tag{2}$$

$$M = (4/3)\pi\rho a^3 = \mathrm{const},\ S = (4/3)\pi\sigma a^3 = \mathrm{const}.$$

Мы видим, что масса и спин имеют полюса разного порядка и что при $M/a^3 = (3/2)S^2/a^6$ вклады плотностей массы и спина уравновешивают друг друга. В теории Эйнштейна-Картана равновесие достигается на *радиусе Картана*, определяемом равенством [5, 6]

$$m/l_{\mathrm{car}}^3 = (8\pi G/c^4)s^2/l_{\mathrm{car}}^6. \tag{3}$$

С помощью безразмерного спина J и комптоновской длины волны l_{com} (для частицы-струны она отвечает длине струны) эту формулу можно представить в виде ($l_{pl} = 1.616 \cdot 10^{-33}$ cm)

$$l_{\mathrm{car}}^3 = 8\pi J^2 l_{pl}^2 l_{\mathrm{com}}$$

$$J = 1/2 \Longrightarrow l_{\mathrm{car}}^3 = 2\pi l_{pl}^2 l_{\mathrm{com}}. \tag{4}$$

Для нуклона $l_{\mathrm{car}} = 0.5 \cdot 10^{-26}$ cm, что близко масштабу великого объединения взаимодействий. Умножив объём ячейки Картана (4) на планковскую плотность, получим минимально возможную массу чёрной дыры для поляризованной нуклонной материи $0.6 \cdot 10^{15}$ г. Формула (4) как будто наводит на мысль, что картановская ячейка сама имеет вытянутую форму с планковской площадью сечения. Впрочем, умножение на квадрат планковской длины означает просто деление геометрической массы (половины её гравитационного радиуса) на планковскую плотность и получение объёма объекта. Но в случае перехода атома Леметра в современную Метагалактику мы можем представить её сжатую до планковской плотности массу в виде цилиндра планковского сечения с равной радиусу 4-кривизны длиной, что означает, что число его ориентаций, отвечающих одному макросостоянию Вселенной, пропорционально площади горизонта событий и даёт энтропию белой антидыры де-Ситтера (четверть площади горизонта в планковских площадях, равных постоянной Планка при $G = c = 1$)), приближённо отвечающей современной Метагалактике.

О необходимости обобщения понятий массы и спина говорит уже обобщение уравнения Дирака для мира де-Ситтера радиуса кривизны a [2] (ниже J_{ab} – операторы углового момента импульса, γ_a – антиэрмитовы 4x4 матрицы Дирака)

$$L\psi = \frac{1}{2a}\gamma_a\gamma_b L_{ab}\psi = m_s\psi,$$

$$m_s = m + (2i/a),\ \gamma_a\gamma_b + \gamma_b\gamma_a = 2\delta_{ab},\ a, b = 1, 2, 3, 4, 5,$$

$$L_{ab} = -i(\xi_a\partial/\partial\xi_b - \xi_b\partial/\partial\xi_a) - (i/2)\gamma_a\gamma_b = J_{ab} - (i/2)\gamma_a\gamma_b, \tag{5}$$

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + (i\xi_4)^2 + \xi_5^2 = a^2,$$

$$m, \xi_0 \in R.$$

Величину m_s можно условно назвать *спинмассой*. Двузначное представление группы де-Ситтера SO (4.1) осуществляет матрица S:

$$S = \exp\left(\frac{1}{4}\gamma_a\gamma_b\omega_{ab}\right),\ \omega_{ab} = -\omega_{ba},$$

$$\gamma_a\xi'_a = S\gamma_a\xi_a S^{-1} \Longrightarrow \psi \to S\psi. \tag{6}$$

Стереографическая проекция комплексной сферы S^4 (отвечающий ей однополостный гиперболоид де-Ситтера в 5-мерном мире Минковского превращается в топологическую

4-сферу при добавлении двух сингулярных несобственных точек) даёт координаты $x^\mu = t, x, y, z$ и конформно-плоскую метрику де-Ситтера в виде

$$ds^2 = \left(1 + \frac{r^2 - t^2}{4a^2}\right)^{-2} (-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{7}$$
$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

В стереографической проекции имеем:

$$J_{\mu\nu} = x_\mu P_\nu - x_\nu P_\mu + \frac{i}{2}\gamma_\mu\gamma_\nu,\ P_\mu = -i\frac{\partial}{\partial x^\mu},$$

$$\frac{1}{a}J_{5\mu} = \Pi_\mu + \frac{i}{2a}\gamma_5\gamma_\mu = \left(1 + \frac{r^2 - t^2)}{4a^2}\right) P_\mu + \frac{x_\nu}{2a^2}L_{\mu\nu} + \frac{i}{2a}\gamma_5\gamma_\mu. \tag{8}$$

Если ввести матрицу-столбец

$$\eta = \left(1 + \frac{r^2 - t^2)}{4a^2}\right)^{-2} \left(1 + \frac{\gamma_5\gamma_\mu x_\mu}{2a}\right) \psi, \tag{9}$$

то уравнение (5) примет вид [2]

$$\gamma_5\gamma_\mu P_\mu \eta = \left(1 + \frac{r^2 - t^2}{4a^2}\right)^{-1} m\eta. \tag{10}$$

Здесь менее очевидна релятивистская инвариантность данного уравнения Дирака, но сразу видно, что отождествление частиц в далёких галактиках земным наблюдателем (с большими переменными квазитрансляциями группы де-Ситтера, связывающими галактики с наблюдателем) даст различные оценки их масс. Дело в том, что физический смысл имеют не масса и спин, но их обобщения как собственные значения операторов Казимира, зависящих от смещения:

$$I_1 = -\frac{1}{2a^2}J_{ab}J_{ab} = -\Pi_\mu\Pi_\mu - \frac{1}{2a^2}J_{\mu\nu}J_{\mu\nu} = M^2,$$
$$I_2 = -W_a W_a = -V_\mu V_\mu - \frac{1}{a^2}W_5^2,$$

$$W_a = \frac{1}{8a}\epsilon_{abcde}J_{bc}J_{de},\ V_\mu = -\frac{1}{2}\epsilon_{5\mu\nu\lambda\rho}\Pi_\nu J_{\lambda\rho}, \tag{11}$$
$$W_5 = \frac{1}{8}\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho}J_{\lambda\mu}J_{\nu\rho},$$
$$a \to \infty \Longrightarrow I_1 \to m^2,\ I_2 \to m^2 s(s+1).$$

В общем случае имеем комбинации массы и момента импульса (импульс определяется трансляциями, а на сфере они локализуются до вращений комплексной 4-сферы) для оператора I_1 и также спина – для оператора I_2.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уилер, Гравитация, **3** (М., Мир, 1977), с. 447.
[2] Ф. Гюрши, *Теория групп и элементарные частицы* (М., Мир, 1967), с. 25.
[3] T. W. B. Kibble, J. Math. Phys. **2**, 212 (1961).
[4] D. W. Sciama, *Recent Developments in General Relativity* (Oxford, Pergamon Press, 1962), p. 415.
[5] N. J. Poplawski, arXiv: gr-qc/0910.1181 v 1, 7 Oct. 2009.
[6] Р. Ф. Полищук, Краткие сообщения по физике ФИАН **38**(2), 52 (2011); Краткие сообщения по физике ФИАН **38**(3), 3 (2011).
[7] М. Грин, Дж. Шварц, Э. Виттен, *Теория суперструн в 2-х т.* (М., Мир, 1990).
[8] H.-M. Chan, T. S. Tsou, Acta Physica Polonica B, **33**(12), 4041 (2002).
[9] Р. Ф. Полищук, Темная материя и дуальная группа симметрии E(8). Постерный доклад 10.02.2011, сессия АКЦ ФИАН, ПРАО, Пущино, Москва, 2011.
[10] Р. Ф. Полищук, Краткие сообщения по физике ФИАН **39**(8), 10 (2012).
[11] Р. Ф. Полищук, *Материалы конференции "Астрофизика высоких энергий – HEA-1011"* (ИКИ РАН, Москва, 2011), с. 62.
[12] А. Д. Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология* (М., Наука, 1990).
[13] Д. А. Киржниц, А. Д. Линде, ЖЭТФ **67**, вып. 4(10), 1263 (1974).
[14] D. A. Kirzhnits and A. D. Linde, Ann. of Phys. **101**(1), 195 (1976).
[15] Д. А. Киржниц, *Труды по теоретической физике в 2-х т.* (М., Физматлит, 2001), с. 377, 389.
[16] A. O. Barut and Böhm, Int. Centre for Theor. Phys. Trieste, 1965, March, p. 1-18.
[17] W. Kopczinski, Bull. Akad. Polon. sci. ser. sci, math, astr. phys. **23**, 467 (1965).

Поступила в редакцию 2 февраля 2012 г.