УДК 530.12:531.51

ПОСТ-ЭЙНШТЕЙНОВА КОСМОЛОГИЯ: КРУЧЕНИЕ, СТРУНЫ, ДУАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ. II. НЕОБХОДИМОСТЬ УЧЕТА СТРУННЫХ ДОБАВОК И ДУАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Р. Ф. Полищук

Данная работа является прямым продолжением предыдущей работы [1].

Ключевые слова: космология, кручение Картана, дуальная симметрия, струнные добавки, космологическая постоянная.

1. Струнные вклады в общую теорию относительности. Распространение бозонной струны в 26-мерном римановом пространстве (размерность отвечает числу степеней свободы частицы-струны) с метрикой $g_{\alpha\beta}$ и внутренней метрикой $h_{ab} = e^{\varphi}\eta_{ab}$ мировой 2-поверхности струны $X^{\rho}(\sigma, \tau)$ с временем τ описывается действием [2]

$$S = -\frac{1}{4\pi\alpha'}\int d\sigma d\tau \sqrt{h} h^{ab}\partial_a X^{\alpha}\partial_b X^{\beta} g_{\alpha\beta}. \tag{1}$$

Здесь и далее все обозначения соответствуют введенным в [1].

Беря разложение метрики $g_{\alpha\beta}$ по нормальным римановым координатам x^{μ} в точке X_0^{ρ}, получаем эффективное действие

$$\tilde{S} = -\frac{1}{4\pi\alpha'}\int d\sigma d\tau \varphi R_{\alpha\beta}(X^{\rho})\partial_a X^{\alpha}\partial^a X^{\beta},$$

$$X^{\alpha}(\sigma, \tau) = X_0^{\alpha} + x^{\alpha}(\sigma, \tau). \tag{2}$$

Здесь X_0^{α} удовлетворяет уравнениям классического фонового поля, $x^{\alpha}(\sigma, \tau)$ – это квантовые флуктуации струны. Требование вейль-инвариантности (независимости от φ) квантовой гравитации в однопетлевом приближении требует равенства

$$R_{\alpha\beta}(X^{\rho}) = 0. \tag{3}$$

При этом следом тензора энергии-импульса является бета-функция Эйлера

$$\beta_{\alpha\beta}(X^{\rho}) = -\frac{1}{2\pi}R_{\alpha\beta}(X^{\rho}). \tag{4}$$

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: rpol@asc.rssi.ru.

С учётом одно- и двухпетлевого вклада бета-функция имеет вид

$$\beta_{\alpha\beta}(X^\rho) = -\frac{1}{4\pi}\left(R_{\alpha\beta} + \frac{\alpha'}{2}R_{\alpha\mu\nu\lambda}R_\beta^{\mu\nu\lambda}\right). \tag{5}$$

Здесь появляется струнный вклад [2]

$$R_{\alpha\beta} \to R_{\alpha\beta} + \frac{\alpha'}{2}R_{\alpha\mu\nu\lambda}R_\beta^{\mu\nu\lambda}. \tag{6}$$

Наклон реджевской траектории $\alpha' = l^2/2, l$ – длина струны (здесь – планковской или адронной, возможно также – фридмонной и/или струны Леметра, отвечающей Метагалактике, сжатой в начале Большого Взрыва до планковской плотности). Для суперструны возникает аналогичная конструкция для размерности $D = 10$. Струнная поправка мала, когда радиус пространства-времени велик по сравнению с длиной струны. В струнном подходе возникает самосогласованность между фоновыми полями, определяющими динамику струны, и динамикой струны, а также действует динамика струны, определяющая возможные фоновые поля.

Большой Взрыв сопровождается декомпактификацией четырёх измерений, к которым мы и отнесём тензор Риччи (6). Тогда уравнения Эйнштейна примут следующий вид (строго говоря, следует варьировать уже лагранжиан с квадратичными членами тензора кривизны, но результат качественно должен быть близким данному):

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} + \frac{\alpha'}{2}\left(R_{\mu\alpha\beta\gamma}R_\nu^{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}\right) = 8\pi T_{\mu\nu}. \tag{7}$$

Для мира де-Ситтера с постоянной 4-кривизной $1/a^2$ вдоль каждого 2-направления

$$R_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{12}R(g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}),\ R = 4\Lambda = 12/a^2 \tag{8}$$

уравнения (7) принимают вид

$$G_{\mu\nu} + \left(\Lambda + \frac{\alpha'}{48}R^2\right)g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + 3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{\alpha'}{a^4}\right)g_{\mu\nu} = 0. \tag{9}$$

Если вначале космологического члена не было, то струнный вклад его создаёт. Если фундаментальная струна была струной Леметра, то космологический член отвечает атому Леметра. После превращения массы-энергии вакуума (скалярного поля) почти целиком в массу-энергию материи (прежде всего – излучения) космологическая постоянная уменьшилась: $2.565\cdot10^{26}$ cm^{-2} $\to$ $1.33\cdot10^{-56}$ cm^{-2}. Приведём нужные соотношения

$$m_u = 2\cdot10^{56}g = 5.157\cdot10^{93}(\mathrm{g/cm}^3)\cdot(3.42\cdot10^{-13})\mathrm{cm}^3 = \rho_{pl}l_u^3,$$

$$Gm_u/c^2 = a = 1.53 \cdot 10^{28}\text{cm} = l_u^3/l_{pl}^2 = [(l_u^2/l_{pl})/l_{pl}]l_u = (l_0/l_{pl})l_u, \tag{10}$$

$$l_0 = l_u^2/l_{pl} = 0.7238 \cdot 10^8\text{cm},\ R \to l_u^2/R \Longrightarrow l_0 \to l_{pl} = 1.616 \cdot 10^{-33}\text{cm}.$$

Для риччи-плоского мира Шварцшильда

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2,$$

$$G = c = 1,\ Gm/c^2 = m \tag{11}$$

уравнения поля со струнными добавками принимают вид

$$G_{\mu\nu} + \frac{3\alpha' m^2}{r^6} g_{\mu\nu} = 0. \tag{12}$$

Тензор Римана для метрики (10) в собственной тетраде, где пары векторов определяют 2-направления экстремального значения кривизны, принимает в бивекторном пространстве вид:

$$R_{abcd} = diag\left(-\frac{2m}{r^3}, \frac{m}{r^3}, \frac{m}{r^3}, \frac{2m}{r^3}, -\frac{m}{r^3}, -\frac{m}{r^3}\right). \tag{13}$$

Уравнения Эйнштейна имеют тогда вид:

$$G_{ab} = \frac{3\alpha' m^2}{r^6} diag(1, -1, -1, -1) = 8\pi diag(\rho, p, p, p). \tag{14}$$

Из свёрнутых тождеств Бьянки $\bigtriangledown^\mu G_{\mu\nu} = 0$ следует $r = \text{const}$. Это возможно для внутреннего решения Шварцшильда (для однородного распределения материи источника) на его границе $r = a$:

$$ds^2 = -\frac{1}{4}[3\sqrt{1 - 2m/a} - \sqrt{1 - (2mr^2/a^3)}]^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - (2mr^2/a^3)} + r^2 d\Omega^2. \tag{15}$$

Горизонт событий и сшивка внешнего и внутреннего решений отвечают равенству $2mr^2 = a^3$. При $\alpha' = 4a^2$, $m = a/2$, $r = a$ получаем решение де-Ситтера

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0,$$

$$\frac{\Lambda}{3} = \frac{\alpha' m^2}{r^6} = \frac{1}{a^2}. \tag{16}$$

Эвристическим рассуждением в пользу изотропизации решения может быть предположение, что на минимальных (например, планковских) масштабах флуктуации метрики сравнимы с самой метрикой, и пара событий "не знает" ни величины, ни даже сигнатуры разделяющего их интервала (если указанные понятия ещё имеют смысл), так что выживает изотропная метрика, тензор энергии-импульса которой наследует сигнатуру метрики и имеет уравнение состояния с отрицательным давлением. При наличии кручения и положительной плотности массы эффективная плотность источников с учётом спина может быть отрицательной, что делает неприменимым вывод теорем о неизбежной сингулярности внутри ловушечной поверхности [3, 4]. Кроме того, из известных уравнений для оптических скаляров Сакса [5] следует, что усреднение деформации сдвигов выглядит как дилатация, и усреднённая, соответственно, конформная кривизна проявляется как кривизна риччиева, так что, скажем, гравитационные волны метрики и конформной кривизны локально пустого мира несут в среднем положительную массу-энергию излучения. Заметим также, что внутреннее решение Шварцшильда со струнным членом только наводит на мысль, что атом Леметра – не шар, но однородная 3-сфера, отвечающая границе полостей гиперболоида де-Ситтера. А инверсия топологических и осцилляционных энергетических мод перестраивает этот гиперболоид (через фридмановскую стадию эволюции).

При релятивистских фазовых перестройках вакуума, которых могло быть несколько [6, 7], кроме возможной струны Леметра с размером атома Леметра (там, очевидно, единое физическое взаимодействие с единственной фундаментальной константой ещё не разделилось на части) возникли, очевидно, планковская и адронная струны, а для фридмонов – фридмонная струна.

2. Гипотеза дуальной симметрии. Поиск единого смыслового стержня физики делает желательным построить Модель великого объединения взаимодействий (и найти связь фундаментальных физических констант) с помощью более общей группы симметрии (идея топологии малых чисел интуитивно подсказывает, что здесь слишком большие размерности приведут к тривиальности), включающей в качестве подгрупп группы симметрии Стандартной модели SU(3), U(2). Первая симметрия считается точной, вторая – нарушенной (бета-распад даёт смешение различных поколений фермионов). Исключительная группа Ли E(8) содержит группы Стандартной модели в качестве подгрупп. Но имеет смысл дополнить эту группу умножением её на дуальную ей группу [8–10]. Вспомним, что метрически и топологически самосопряжённый оператор Лапласа $\delta d + d\delta$ строится на римановом многообразии с помощью внешнего дифференциала и оператора дуального сопряжения (перехода к ортогонально дополнительным геометрическим образам) Ходжа, который тоже допускает обобщения [11].

В работе Ханя и Цу [11] дано неабелево обобщение электрической и магнитной дуальности. В их схеме каждая (неабелева) группа симметрии элементарных частиц имеет соответствующую дуальную группу, которая играет качественно иную роль, чем исходная группа. Например, точная группа симметрии группы цвета SU(3) обеспечивает удержание кварков, а дуальная группа нарушает симметрию. Дуальный цвет предсказывает 3 и только 3 поколения фермионов – ведь дуальные симметрии, давая новые частицы с другим действием механизма Хиггса, тем не менее связаны друг с другом, поскольку связаны друг с другом соотношением дуальности сами исходные величины. Схема Ханя–Цу с помощью трёх подгоночных параметров позволяет вычислить 14 из 17 параметров Стандартной модели (углы Кабиббо и Вайнберга, массы кварков и лептонов и так далее) [7]. Кроме того, в дополнение к группе электрослабого взаимодействия с нестабильными промежуточными бозонами появляется дуальная ей группа симметрии, которая относится к пока не открытой симметрии и определяет аналоги кварков в виде удерживаемых "двухцветных" лептонных образований [7], которые мы предлагаем отождествить с фридмонами как частицами тёмной материи: ведь частицы исходных групп с частицами дуальных групп симметрии взаимодействуют только гравитационно – масса является универсальным гравитационным зарядом.

Напомним идею электромагнитной дуальности. Истинной переменной при калибровочном подходе здесь является 1-форма (ковектор) $A = A_\mu dx^\mu$. Электромагнитный тензор $F = dA = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) dx^\mu \wedge dx^\nu$. Уравнения Максвелла:

$$\delta dA = -j,\ ddA = 0,$$

$$dd = \delta\delta = 0,\ \delta = *^{-1} d*,$$

$$\delta j = -\bigtriangledown^\mu j_\mu = 0,\ j^\mu = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi, \tag{17}$$

оператор $*$ определяется соотношением

$$*F_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\sqrt{-g}F^{\alpha\beta}.$$

Для p-формы на n-многообразии имеем

$$*^{-1}\alpha = (-1)^{p(n-p)}\mathrm{sgn}\ \det(g_{\mu\nu}) * \alpha.$$

Заметим, что внешний дифференциал d не зависит от метрики, а кодифференциал δ – зависит, в том числе зависит от конформного фактора метрики мировой поверхности струны. Переход к дуальным величинам в некотором смысле меняет роли дифференциала и кодифференциала, а в уравнениях Максвелла – роли электрического и магнитного полей.

Для свободного поля $d * F = 0$, и по лемме Пуанкаре локально имеем потенциал A и дуальный потенциал $\tilde{A}$, так что $F = dA, *F = d\tilde{A}$. Группа симметрии U(1) обобщается здесь до U(1)×Ũ(1). Если в природе существовали бы и электрические, и магнитные заряды, то уравнения Максвелла имели бы вид

$$\partial_\nu * F^{\mu\nu} = -\tilde{j}^\mu,\ \partial_\nu F^{\mu\nu} = -j^\mu. \tag{18}$$

Здесь $\tilde{j}^\mu$ определяет заряд монополя. Электрический заряд потенциала A можно рассматривать как монополь потенциала $\tilde{A}$. Придание глобального смысла лемме Пуанкаре ограничивает топологию, позволяя с помощью лагранжевых множителей $\lambda_\mu = \tilde{A}_\mu$, $\tilde{\lambda}_\mu = A_\mu$ рассматривать действия

$$A = -\frac{1}{4}\int F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \int \lambda_\mu(\partial_\nu * F^{\mu\nu} + \tilde{j}^\mu),$$

$$A' = -\frac{1}{4}\int *F_{\mu\nu} * F^{\mu\nu} + \int \tilde{\lambda}_\mu(\partial_\nu F^{\mu\nu} + j^\mu). \tag{19}$$

Варьированием относительно F и $*F$ можно получить

$$F^{\mu\nu} = 2\sqrt{-g}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\partial_\rho\lambda_\sigma,$$

$$*F^{\mu\nu} = 2\sqrt{-g}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\partial_\rho\tilde{\lambda}_\sigma. \tag{20}$$

Для частицы массы m с зарядом e, удовлетворяющей уравнению Дирака, можно рассматривать действие

$$A' + \int \bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi. \tag{21}$$

Варьирование относительно $*F$ даёт уравнение $\partial_\mu * F^{\mu\nu} = 0$, а относительно $\tilde{\psi}$ – уравнение

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi = -eA_\mu\gamma^\mu\psi. \tag{22}$$

Здесь использованы критерии Ву и Янга [12] для вывода уравнений Максвелла с привлечением идеи дуальности в присутствии материи [11]. Это говорит о том, что идея дуальности углубляет наши представления о мире.

Заметим, что уравнение Дирака для частиц с массой не сохраняет аксиальный ток $j_{\mu 5} = i\tilde{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$ (без учета поляризационных поправок), $\partial_\mu j_{\mu 5} = 0$, поскольку [13]

$$\partial_\mu(\tilde{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi) = 2im\tilde{\psi}\gamma_5\psi. \tag{23}$$

Эффект появления массы при поэтапном нарушении симметрии (а нарушение симметрии от атома Леметра с метрикой де-Ситтера до современной квазидеситтеровой метрики могло быть поэтапным) модифицирует теорему Голдстоуна: *в локальной трансляционно-инвариантной теории поля с сохраняющимся 4-током $j_\mu(x)$ и вакуумом, неинвариантным относительно непрерывной группы симметрии, генератором которой является заряд $\int j^0(x)d^3x$, имеются безмассовые частицы.* Модифицированная теорема Голдстоуна: *В локальной теории поля с частично сохраняющимся током и неинвариантным вакуумом должны присутствовать голдстоуновские бозоны с конечной массой [13].* С точки зрения этой теоремы голдстоуновскими частицами могут быть пи-мезоны в случае группы SU(2) и октет мезонов в случае группы SU(3). Естественно предположить появление массы описывающих взаимодействие фридмонов "дуальных глюонов" в случае дуальной группы $\tilde{\mathrm{SU}}(2)$.

Оценку массы фридмона можно получить из оценки массы средней звезды по массе нуклона как её основного элемента. Чтобы шар (или 3-сфера), плотно упакованный нуклонами, стал чёрной дырой (или близким к ней образованием), необходимо его радиус увеличить во столько раз, во сколько размер нуклона l_n превышает размер планкеона l_{pl}, который сам себе (как и атом Леметра) – чёрная дыра (её коллапс предотвращают планковская плотность, спин и принцип неопределённостей):

$$m_* \approx (l_n/l_{pl})^3 m_n \approx 2 \cdot 10^{33}\mathrm{g},$$

$$l_n m_n = l_{pl} m_{pl} \Longrightarrow m_{gr*} := G m_*/c^2 \approx l_n^2/l_{pl} \approx 1.5 \cdot 10^5\mathrm{cm}. \tag{24}$$

Приведём здесь (в единицах $G = c = 1$) некоторые соотношения: для комптоновской длины основного элемента тела определённой гравитационной массы (равной половине её гравитационного радиуса) $l_{\mathrm{com}}^2 = l_{pl} m_{gr}$ и связь минимального размера тела при его сжатии до планковской плотности (ведь и нейтронная звезда имеет ядерную, но не планковскую плотность) и комптоновской длиной элементарной частицы тела: $l_{\min}^3 = l_{pl}^2 m_{gr}$. Для отдельной частицы $l_{\mathrm{com}} m_{gr} = l_{pl}^2$. Для Метагалактики $m_{grU} \approx 1.5 \cdot 10^{28}$ cm $=$ $2 \cdot 10^{56}$ g, $l_{\mathrm{minU}} \approx 3.42 \cdot 10^{-13}$ cm. Если считать Метагалактику фридмонной звездой, возникшей из звезды Леметра, то для размера и массы фридмона получаем

$$l_f^2 \approx l_{pl} l_{\mathrm{minU}} \Longrightarrow l_f \approx 2.3 \cdot 10^{-23}\mathrm{cm},$$

$$m_f \approx 1.53 \cdot 10^{-15} g = 0.677 \cdot 10^9\mathrm{GeV} \tag{25}$$

(здесь мы считаем, что гравитационная масса Метагалактики была сжата до планковской плотности – современный размер горизонта событий возник после инверсии топологических и осцилляционных мод частиц-струн, после рождения светлой и тёмной материи из начального вакуума де-Ситтера планковской плотности).

Вопрос о преобладании темной материи над обычной остается открытым. Возможно, имеет место иное соотношение излучения и вещества для дуальной материи.

Радиус 4-кривизны мира де-Ситтера постоянен, но в сопутствующей расширяющейся материи 3-пространство плоское (плоские сечения 4-гиперболоида). Заметим, что если вакуум уподобить кристаллу, а частицы материи – его дефектам, то расширение материи аналогично тому, что в сильном магнитном поле дефекты разбегаются. Отметим также взгляд Пенроуза на инфляцию: "...я... уверенно отношу инфляционную космологию к разряду умозрительных теорий" [7, с. 617]. Однородность атома Леметра естественна и без этапа инфляции, который, однако, возможен.

Время покажет, насколько гипотеза фридмонов как частиц темной метрии обоснована. Но уже очевидно, что пост-эйнштейнова космология будет развиваться дальше. В частности, для частиц с вращением не выполняется локальный принцип эквивалентности Эйнштейна: эти частицы движутся не по геодезическим. Уравнения Папапетру учитывают взаимодействие угловых моментов частиц с римановой кривизной, но не учитывают спин-спинового взаимодействия. Строго говоря, следует так обобщить лагранжиан физической системы, чтобы он содержал и угловой момент и чтобы каждое вращающееся пробное тело двигалось по своей геодезической. Но это требует такого обобщения связности, что параллельное перенесение геометрического объекта изменяло бы его размерность (перенесение отрезка должно перемешивать его с площадью и так далее). В подходе Чизхолма [14] базисом является не репер из ковекторов, но набор базисных форм всех степеней, преобразующихся при перенесении друг через друга.

Впрочем, идея суперсимметрии перемешивает координаты частиц с грассмановыми переменными, что обобщает понятие локализации и самого пространства-времени. Здесь можно указать, в частности, на работу Г. Л. Ставраки [15], который построил модель пространства-времени как виртуально-полевой структуры на локально-светоподобных причинных связях.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Р. Ф. Полищук, Краткие сообщения по физике ФИАН **40**(1), 20 (2013).

[2] М. Грин, Дж. Шварц, Э. Виттен, *Теория суперструн.* В 2-х т. (М., Мир, 1990).

[3] T. W. Kibble, J. Math. Phys. **2**, 212 (1961).

[4] D. W. Sciama, *Recent Developments in General Relativity* (Oxford, Pergamon Press, 1962), p. 415–439.

[5] Р. Пенроуз, В. Риндлер, *Спиноры и пространство-время* (М., Мир, 1988), с. 221.

[6] А. Д. Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология* (М., Наука, 1990).

[7] Р. Пенроуз, *Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной* (М., Ижевск, Институт компьютерных исследований, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2007).

[8] Р. Ф. Полищук, Тёмная материя и дуальная группа симметрии E(8). Постерный доклад 10.02.2011, Сессия АКЦ ФИАН, ПРАО, Пущино, Москва, 2011 (не опубликован).

[9] Р. Ф. Полищук, Краткие сообщения по физике ФИАН **39**(8), 10 (2012).

[10] Р. Ф. Полищук, Материалы конференции "Астрофизика высоких энергий – HEA-2011", 13-16.12.2011 (Москва, ИКИ РАН, 2011), с. 62.

[11] H.-M. Chan and T. S. Tsou, Acta Physica Polonica B **33**(12), 4041 (2002).

[12] Tai Tsun Wu and Chen Ning Yang, Phys. Rev. D**14**, 437 (1976).

[13] А. А. Гриб, Е. В. Дамаскинский, В. М. Максимов, УФН **102**, 587 (1970).

[14] J. S. R. Chisholm and R. S. Farwell, *Proceedings on the Winter School on Geometry and Physics* (Srni, 6-13 January 1990).

[15] Г. Л. Ставраки, *Модель пространства-времени как виртуально-полевой структуры на локально-светоподобных причинных связях* (М., Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2008).

Поступила в редакцию 2 февраля 2012 г.