

## “ПРАВЫЕ” И “ЛЕВЫЕ” ПОЛЯРИТОНЫ В МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕДАХ

В. С. Горелик

*На основе анализа уравнений Максвелла в диэлектрической среде, характеризующейся присутствием резонанса диэлектрической проницаемости в области частот решёточных колебаний или экситонных переходов, получен закон дисперсии для поляритонных волн. В теории учитываются поляритонные волны с правой и левой ориентировкой векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$ , соответствующие “правым” и “левым” поляритонам. Установлены дисперсионные зависимости групповой скорости поляритонных волн и эффективной массы для “правых” и “левых” поляритонов. Получены выражения для эффективного показателя преломления и коэффициента отражения в широком спектральном диапазоне, включающем область резонанса. С использованием развитой теории объяснены особенности спектров решёточного отражения в щёлочно-галогидных кристаллах.*

**Ключевые слова:** диэлектрик, поляритон, электромагнитная волна, показатель преломления, спектр, закон дисперсии.

В материальных средах происходят процессы взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами. В результате такого взаимодействия в веществе формируются гибридные волны, характеризующиеся перемещением в пространстве возмущений как механической, так и электромагнитной природы. Такие волны были названы поляритонными, а соответствующие им квазичастицы известны как поляритоны [1–3].

На первом этапе исследований поляритоны были изучены [4–6] в решёточной области спектра диэлектрических и полупроводниковых кристаллов, соответствующей инфракрасному диапазону. В дальнейшем аналогичные свойства были установлены для

электронных возбуждений экситонного типа, спектр которых находится в видимой области или ультрафиолетовом диапазоне.

Поляритонные волны, исследовавшиеся ранее в диэлектрических средах, характеризовались тем, что для них (при отсутствии эффектов пространственной дисперсии) направления фазовой и групповой скорости совпадали. В последнее время было установлено [7–13], что существуют материальные среды (метаматериалы, фотонные кристаллы), для которых направления фазовой и групповой скорости электромагнитных волн могут быть взаимно противоположными. Такая особенность приводит к ряду новых свойств поляритонных волн: отрицательному значению показателя преломления, отрицательному значению эффективной массы поляритонов и др.

В данной работе анализируется возможность проявления такого рода эффектов для поляритонных волн в различных материальных средах.

*Анализ законов дисперсии поляритонов, распространяющихся в однородной и изотропной диэлектрической среде.* Уравнения Максвелла для однородной диэлектрической среды можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{rot} \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0; & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Соответствующие материальные соотношения имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (2)$$

Применив операцию ротора к уравнению (1), с учётом материальных соотношений и поперечности электромагнитной волны получаем:

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \vec{E}; \quad (3)$$

$$\left( \nabla^2 - \frac{\varepsilon \mu}{c_0^2} \right) \vec{E} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $c_0$  – скорость света в вакууме, а  $\varepsilon(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$  – соответствующие значения диэлектрической и магнитной проницаемости материальной среды, в общем случае зависящие от частоты  $\omega$  электромагнитной волны. Из (4) для плоских монохроматических волн  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$  получаем соотношение, задающее в неявном виде закон дисперсии  $\omega(k)$  для поляритонной волны  $\left( k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$ :

$$\omega^2 = \frac{c_0^2 k^2}{\varepsilon(\omega) \mu(\omega)}. \quad (5)$$

Из первого соотношения уравнений (1) для плоских монохроматических волн получаем:

$$[\vec{k}\vec{E}] = \omega\mu_0\mu\vec{H}; \quad (6a)$$

$$[\vec{E}\vec{H}] = \frac{E^2}{\omega\mu_0\mu}\vec{k}. \quad (6b)$$

Из соотношений (6a,b) следует, что при условии  $\mu > 0$  тройка векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  является правой, а при  $\mu < 0$  – левой. В соответствии с этим поляритонные волны и связанные с ними квазичастицы (поляритоны) будем называть “правыми” или “левыми”. Из соотношения (6b) следует, что для “правых” поляритонных волн направление вектора групповой скорости волны  $\vec{V}_g = \frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}}$ , совпадающее с направлением вектора Умова–Пойтнинга  $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ , параллельно направлению вектора фазовой скорости  $\vec{V}_p = \frac{\omega\vec{k}}{k^2}$ . Вектор фазовой скорости совпадает с направлением волнового вектора. Соответственно при  $\mu < 0$  (для “левых” поляритонных волн) вектор Умова–Пойтнинга и вектор групповой скорости поляритонной волны являются антипараллельными волновому вектору и вектору фазовой скорости волны (см. соотношение (6b)). Именно это свойство приводит к отрицательному значению показателя преломления в среде в соответствии с законом сохранения проекции импульса  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$  квазичастиц (фотона и поляритона) на границе раздела двух сред в соответствии с законом Снеллиуса–Декарта.

Остановимся на анализе свойств немагнитных сред, для которых имеет место  $|\mu| = 1$ . Дисперсию диэлектрической проницаемости для “правых” поляритонных волн ( $\mu = 1$ ) зададим в виде известного [6] соотношения Куросавы для изотропной диэлектрической среды с одним резонансом:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_{lp}^2 - \omega^2}{\omega_{0p}^2 - \omega^2}. \quad (7)$$

Здесь константа  $\varepsilon_\infty = n_\infty^2$  характеризует показатель преломления среды на высоких частотах, далёких от резонанса, а  $\omega_{lp}^2$ ,  $\omega_{0p}^2$  – квадраты частот нуля и полюса диэлектрической функции, соответствующей “правым” (“положительным”) поляритонным волнам. Подстановка (7) в общее соотношение (5) приводит к следующим уравнениям:

$$\omega^2 = \frac{c_0^2 k^2 (\omega_{0p}^2 - \omega^2)}{\varepsilon_\infty (\omega_{lp}^2 - \omega^2)}; \quad c^2 = \frac{c_0^2}{\varepsilon_\infty}; \quad (8a)$$

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_{lp}^2 + c^2 k^2) + \omega_{0p}^2 c^2 k^2 = 0. \quad (8b)$$

Решение биквадратного уравнения (8b) имеет вид:

$$\omega_{\pm p}^2 = \frac{\omega_{lp}^2 + c^2 k^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_{lp}^2 + c^2 k^2}{2}\right)^2 - \omega_{0p}^2 c^2 k^2}. \quad (9)$$

Для нижней ветви при малых волновых векторах получаем:

$$\omega_{-p} = c_0 \sqrt{\frac{\omega_{0p}}{\varepsilon_\infty \omega_{lp}}} k. \quad (10)$$

При возрастании волнового вектора ( $k \rightarrow \infty$ ) для этой ветви получаем:

$$\omega_{-p} = \omega_{0p}. \quad (11)$$

Для верхней ветви при малых волновых векторах имеет место:

$$\omega_{+p}^2(k) = \omega_{lp}^2 + c^2 \left(1 - \frac{\omega_{0p}^2}{\omega_{lp}^2}\right) k^2. \quad (12)$$

При возрастании волнового вектора для этой ветви получаем:

$$\omega_{+p}(\infty) = \frac{c_0 k}{\sqrt{\varepsilon_\infty}}. \quad (13)$$

Отметим, что для верхней поляритонной ветви при некотором значении частоты  $\omega_{tp}$  показатель преломления оказывается равным единице, т.е. в соответствии с формулами Френеля для коэффициента отражения среда становится полностью прозрачной (при этом коэффициент отражения от поверхности среды оказывается равным нулю). Как следует из (8a), это имеет место для следующих значений частоты  $\omega_{tp}$  и волнового вектора  $k_{tp}$ :

$$\omega_{tp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_\infty \omega_{lp}^2 - \omega_{0p}^2}{\varepsilon_\infty - 1}}; \quad k_{tp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_\infty \omega_{lp}^2 - \omega_{0p}^2}}{c_0 \sqrt{\varepsilon_\infty - 1}}. \quad (14a)$$

Приближённые значения координат этой точки (В на рис. 1) в  $k$ -пространстве в соответствии с соотношением (12) имеют вид:

$$\omega_{tp} = \frac{\omega_{lp}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_\infty} \left(1 - \frac{\omega_{0p}^2}{\omega_{lp}^2}\right)}}; \quad k_{tp} = \frac{\omega_{lp}}{c_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_\infty} \left(1 - \frac{\omega_{0p}^2}{\omega_{lp}^2}\right)}}. \quad (14b)$$

Рассмотрим теперь свойства “левых” (“отрицательных”) электромагнитных волн, когда  $\mu = -1$ . При этом диэлектрическая функция имеет вид:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_{ln}^2 - \omega^2}{\omega_{0n}^2 - \omega^2}. \quad (15)$$

Соответственно соотношения (8a,b) видоизменяются следующим образом:

$$\omega^2 = -\frac{c_0^2 k^2 (\omega_{0n}^2 - \omega^2)}{\varepsilon_\infty (\omega_{ln}^2 - \omega^2)}; \quad c^2 = \frac{c_0^2}{\varepsilon_\infty}; \quad (16a)$$

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_{ln}^2 - c^2k^2) - \omega_{0n}^2c^2k^2 = 0. \quad (16b)$$

Для закона дисперсии в этом случае получаем:

$$\omega_{\pm n}^2 = \frac{\omega_{ln}^2 - c^2k^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_{ln}^2 - c^2k^2}{2}\right)^2 + \omega_{0n}^2c^2k^2}. \quad (17)$$

При этом решение со знаком “минус” можно не учитывать, так как оно соответствует мнимым частотам. Соответственно получаем, что при малых волновых векторах имеет место:

$$\omega_{+n}^2(k) = \omega_{ln}^2 - c^2 \left(1 - \frac{\omega_{0n}^2}{\omega_{ln}^2}\right) k^2. \quad (18)$$

При возрастании волнового вектора дисперсионная ветвь “левых” (“отрицательных”) поляритонных волн асимптотически стремится к значению частоты  $\omega = \omega_{0n}$ . Точка А пересечения дисперсионной кривой “левых” поляритонных волн с прямой  $\omega = c_0k$  (см. рис. 1) соответствует координатам:

$$\omega_{tn} = \sqrt{\frac{\varepsilon_\infty\omega_{ln}^2 + \omega_{0n}^2}{\varepsilon_\infty + 1}}; \quad k_{tp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_\infty\omega_{ln}^2 + \omega_{0n}^2}}{c_0\sqrt{\varepsilon_\infty + 1}}. \quad (19a)$$

Приближённые значения координат этой точки в соответствии с (18) есть:

$$\omega_{tn} = \frac{\omega_{ln}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon_\infty} \left(1 - \frac{\omega_{0n}^2}{\omega_{ln}^2}\right)}}; \quad k_{tn} = \frac{\omega_{ln}}{c_0\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon_\infty} \left(1 - \frac{\omega_{0n}^2}{\omega_{ln}^2}\right)}}. \quad (19b)$$

Из уравнений (8b) и (16b) получаем соответствующие выражения для групповой скорости “правых” и “левых” поляритонных волн:

$$V_{gp} = \frac{c^2k(\omega_{0p}^2)}{2\omega^3 - \omega(\omega_{lp}^2 + c^2k^2)}; \quad (20a)$$

$$V_{gn} = \frac{c^2k(\omega_{0n}^2 - \omega^2)}{2\omega^3 - \omega(\omega_{ln}^2 - c^2k^2)}. \quad (20b)$$

Как следует из уравнений (20a) групповая скорость “правых” волн всегда положительна, что соответствует одинаковой направленности векторов фазовой и групповой скоростей этих волн. Для “левых” волн групповая скорость отрицательна (см. соотношение (20b)), что свидетельствует об антипараллельности обсуждаемых векторов. При этом для  $k = 0$  групповая скорость обращается в нуль (при  $\omega \neq 0$ ); при  $k \rightarrow \infty$  групповая скорость “левых” волн асимптотически устремляется к нулю.

Остановимся на анализе выражений для эффективной массы “правых” и “левых” поляритонов. Как известно из теории твёрдого тела, общее выражение для эффективной массы квазичастиц в изотропной среде имеет вид:

$$m = \frac{\hbar}{\frac{d^2\omega}{dk^2}}. \quad (21)$$

Используя соотношения (20), получаем для “правых” поляритонов:

$$m_n(k) = \frac{\hbar}{\frac{c^2(\omega^2 - \omega_{0p}^2) + 2c^2k\omega(d\omega/dk)}{2\omega^3 - \omega(\omega_{lp}^2 + c^2k^2)} - \frac{c^2k(\omega^2 - \omega_{0p}^2)[(d\omega/dk)(6\omega^2 - \omega_{lp}^2 - c^2k^2) - 2c^2k\omega]}{[2\omega^3 - \omega(\omega_{lp}^2 + c^2k^2)]^2}}. \quad (22)$$

Соответственно для “левых” поляритонов имеет место:

$$m_n(k) = \frac{\hbar}{\frac{c^2(\omega_{0n}^2 - \omega^2) - 2c^2k\omega(d\omega/dk)}{2\omega^3 - \omega(\omega_{ln}^2 - c^2k^2)} - \frac{c^2k(\omega_{0n}^2 - \omega^2)[(d\omega/dk)(6\omega^2 - \omega_{ln}^2 + c^2k^2) - 2c^2k\omega]}{[2\omega^3 - \omega(\omega_{ln}^2 - c^2k^2)]^2}}. \quad (23)$$

Для массы покоя ( $k = 0$ ) соответствующих поляритонов получаем:

$$m_p(0) = \frac{\hbar\omega_{lp}}{c^2 \left(1 - \frac{\omega_{0p}^2}{\omega_{lp}^2}\right)}; \quad m_n(0) = \frac{\hbar\omega_{np}}{c^2 \left(1 - \frac{\omega_{0n}^2}{\omega_{ln}^2}\right)}. \quad (24)$$

*Спектральные зависимости коэффициентов преломления и отражения. Сравнение теории с экспериментом.* В соответствии с соотношением (5) для квадрата коэффициента преломления получаем:

$$n^2(\omega) = \varepsilon(\omega)\mu(\omega). \quad (25)$$

В рассматриваемом приближении для  $\mu = 1$  имеет место:

$$n_p(\omega) = \sqrt{\varepsilon_\infty \frac{\omega_{lp}^2 - \omega^2}{\omega_{op}^2 - \omega^2}}; \quad \omega_{lp}^2 > \omega^2 > \omega_{op}^2. \quad (26)$$

При условии  $\mu = -1$  получаем:

$$n_n(\omega) = \sqrt{\varepsilon_\infty \frac{\omega_{ln}^2 - \omega^2}{\omega^2 - \omega_{0n}^2}}; \quad \omega_{ln}^2 > \omega^2 > \omega_{0n}^2. \quad (27)$$

В соответствии с формулами Френеля для нормального падения электромагнитного излучения на поверхность среды при  $\mu = 1$  для коэффициента отражения имеем:

$$R_p(\omega) = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_\infty(\omega_{lp}^2 - \omega^2)} - \sqrt{(\omega_{0p}^2 - \omega^2)}}{\sqrt{\varepsilon_\infty(\omega_{lp}^2 - \omega^2)} + \sqrt{(\omega_{0p}^2 - \omega^2)}} \right|; \quad \omega_{lp}^2 > \omega^2 > \omega_{0p}^2. \quad (28)$$

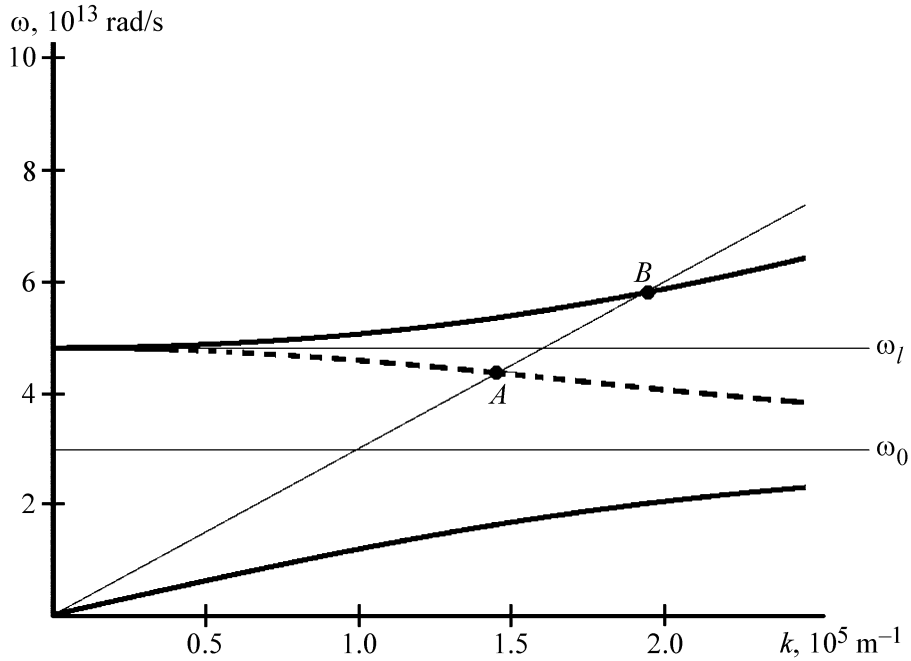


Рис. 1: Дисперсионные зависимости для “правых” (сплошная линия) и “левых” (пунктир) электромагнитных волн в кристалле NaCl. Проведена также прямая  $\omega = c_0 \times k$ , соответствующая закону дисперсии электромагнитных волн в вакууме.

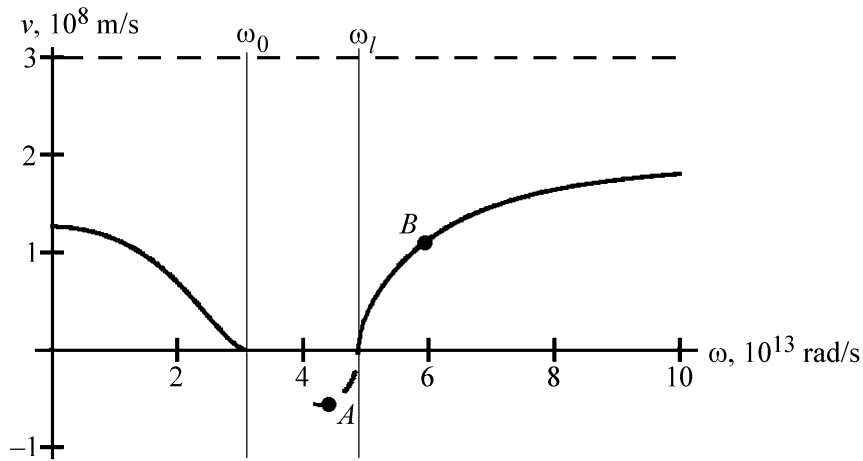


Рис. 2: Дисперсионные зависимости групповых скоростей “правых” (сплошная линия) и “левых” (пунктир) электромагнитных волн в кристалле NaCl.

Соответственно для  $\mu = -1$  получаем:

$$R_n(\omega) = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_\infty(\omega_{ln}^2 - \omega^2)} - \sqrt{(\omega^2 - \omega_{0n}^2)}}{\sqrt{\varepsilon_\infty(\omega_{ln}^2 - \omega^2)} + \sqrt{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)}} \right|; \quad \omega_{ln}^2 > \omega^2 > \omega_{0n}^2. \quad (29)$$

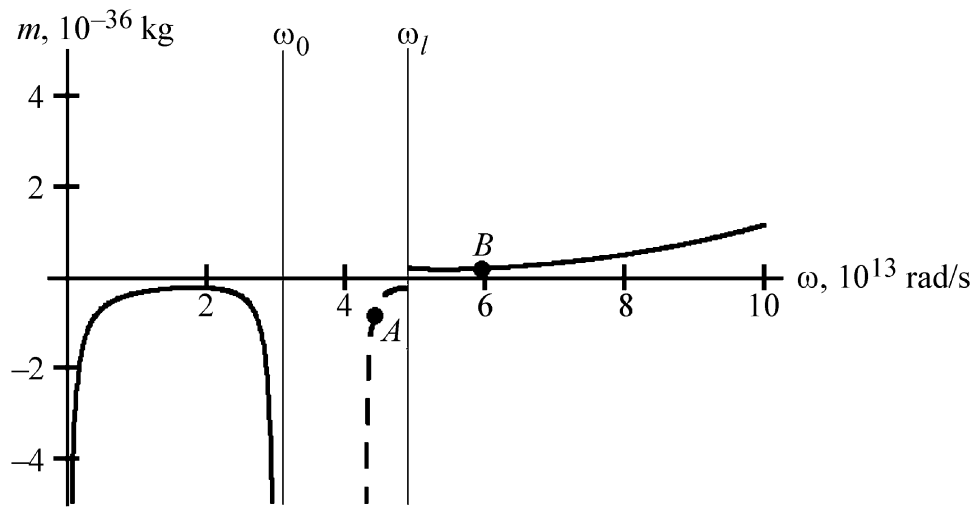


Рис. 3: Дисперсионные зависимости эффективных масс “правых” (сплошная линия) и “левых” (пунктир) поляритонов в кристалле NaCl.

Рассмотрим в качестве примера поляритонные ветви в кристалле хлористого натрия. При этом дисперсионные параметры для правых волн имеют вид:  $\omega_{0p} = 3.09 \cdot 10^{13}$  рад/с;  $\varepsilon_0 = 5.62$ ;  $\varepsilon_\infty = 2.25$ ;  $\omega_{lp} = 4.88 \cdot 10^{13}$  рад/с [12]. Для левых волн будем полагать, что  $\omega_{ln} = \omega_{lp} = 4.88 \cdot 10^{13}$  рад/с и  $\omega_{0n} = 3.77 \cdot 10^{13}$  рад/с. Соответствующие зависимости для законов дисперсии  $\omega(k)$  поляритонных волн, а также дисперсионные зависимости для групповых скоростей поляритонных волн, эффективных масс поляритонов и спектр отражения от поверхности данного кристалла без учёта затухания приведен на рис. 1–4(а). Точки А и В на дисперсионных зависимостях соответствуют значениям показателя преломления  $n = 1$  (точка В) и  $n = -1$  (точка А), для которых отражение от поверхности кристалла в соответствии с формулами Френеля отсутствуют. Рис. 4(б) иллюстрирует экспериментальную зависимость коэффициента отражения от поверхности обсуждаемого кристалла, а также расчёт по формуле Френеля, учитывающей только правые волны. Как видно из сопоставления рис. 4(а) и 4(б), наблюдается качественное согласие теории, учитывающей левые волны, с экспериментом. Наблюдаемое несоответствие между теорией и экспериментом объясняется отсутствием затухания поляритонов в предлагаемом варианте теории.

*Заключение.* Таким образом, в данной работе развита теория поляритонных волн в диэлектрических кристаллах, учитывающая как волны с “правой ориентировкой” векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  (правые поляритонные волны), так и с левой ориентировкой этих векторов (левые поляритонные волны). В соответствии с развитой теорией, левые по-



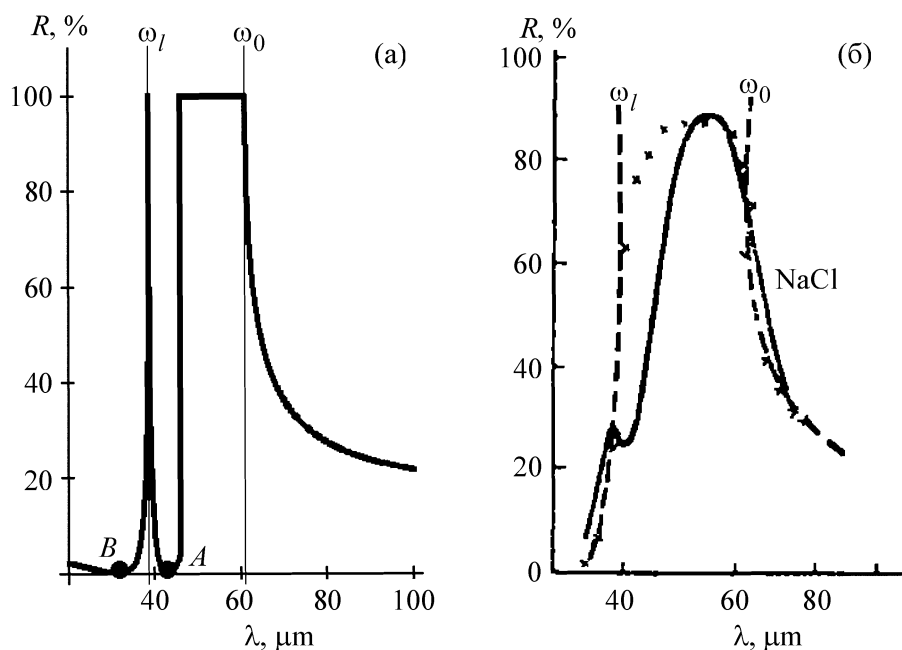


Рис. 4: Спектры отражения электромагнитного излучения от поверхности кристалла NaCl: (а) теория, учитывающая присутствие “левых” волн в соответствии с соотношением 11(а) без учёта затухания; (б) результаты, приведенные в работе [4]. При этом на рис. 4(б) сплошная кривая соответствует экспериментальным данным, пунктир – расчету при  $\mu = 1$  без учета затухания, а крестики – с учетом затухания.

ляритонные волны формируются в объёме однородного диэлектрического кристалла в спектральном диапазоне, соответствующем отрицательным значениям диэлектрической проницаемости. Для левых поляритонных волн показатель преломления является отрицательным. Таким образом, в реальных однородных диэлектрических кристаллах в спектральных диапазонах в области полюсов диэлектрической проницаемости могут быть реализованы эффекты, установленные ранее для метаматериалов в инфракрасной области спектра. В частности, развитая теория даёт удовлетворительное согласие с экспериментом по спектрам отражения в решёточной области спектра для щелочно-галогенидных кристаллов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 10-02-00293, 11-02-00164, 11-02-12092, 12-02-00491, 12-02-90422, 12-02-90021, 12-02-90025).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] J. J. Hopfield, Phys. Rev. **112**, 1555 (1958).
- [2] C. H. Henry, J. J. Hopfield, Phys. Rev. Lett. **15**, 964 (1965).
- [3] S. P. Port, V. Tell, T. Damen, Phys. Rev. Lett. **10**, 450 (1966).
- [4] J. F. Scott, L. E. Cheesman, S. P. Porto, Phys. Rev. **162**, 834 (1967).
- [5] Б. Н. Маврин, X. Е. Стерин, ФТТ **14**, 2774 (1972).
- [6] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **61**, 1243 (1971).
- [7] В. П. Быков, ЖЭТФ **62**, 505 (1972).
- [8] S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [9] V. S. Gorelik, Quantum Electron. **37**, 409 (2007).
- [10] V. S. Gorelik, Laser Physics **18**(12), 1479 (2008).
- [11] В. М. Агранович, Ю. Н. Гартштейн, Успехи физических наук **176**, 1051 (2006).
- [12] Max Born, Kun Huang, *Dynamical Theory of Crystal Lattices* (Oxford, Clarendon Press; New York, Oxford University Press, 1988).
- [13] В. Т. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).

Поступила в редакцию 15 января 2013 г.