

УДК 538.9

ОБОБЩЕННЫЙ КРИТЕРИЙ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ ЛАНДАУВ. Б. Бобров^{1,2}, С. А. Тригер^{1,3}

Анализ экспериментальных данных показывает необходимость существования в сверхтекучем гелии помимо фонон-ротонных возбуждений еще, как минимум, одной ветви элементарных возбуждений, энергетический спектр которых существенно зависит от температуры. На этой основе дано обобщение критерия сверхтекучести Ландау для нескольких ветвей элементарных возбуждений с учетом того, что критическая скорость должна обращаться в нуль при фазовом переходе жидкого гелия из сверхтекучего состояния в нормальное состояние.

Ключевые слова: сверхтекучесть, спектр возбуждений, щель в спектре.

1. Прошло уже более 70 лет с того момента, когда Ландау [1, 2] сформулировал феноменологическую теорию сверхтекучести. Однако проблема построения согласованной теории сверхтекучести, удовлетворяющей всем известным экспериментальным фактам, не решена до настоящего времени (см., напр., [3–5] и цитированную там литературу). Основным и неизменным положением теории Ландау является утверждение о том, что сверхтекучий гелий представляет собой квантовую жидкость, состоящую из сверхтекучей компоненты, которая движется без трения и не участвует в переносе энергии в форме теплоты, и нормальной компоненты, которая движется с трением и участвует в переносе теплоты. Развита на этой основе двухжидкостная гидродинамика позволила дать объяснение множеству экспериментальных данных (см. напр., [6]).

Другим, не менее важным положением феноменологической теории Ландау [1] является утверждение о том, что нормальная компонента в сверхтекучем гелии представляет собой газ элементарных возбуждений, которые характеризуются зависимостью энергетического спектра $\varepsilon(p)$ от импульса p . Из этого утверждения непосредственно

¹ Объединенный институт высоких температур РАН.

² Национальный исследовательский университет “МЭИ”.

³ ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: satron@mail.ru.

следует, что если скорость течения сверхтекучей компоненты V достигает значения критической скорости V_{cr} , определяемой из условия

$$V_{\text{cr}} = \min(\varepsilon(p)/p), \quad (1)$$

происходит срыв сверхтекучести. Таким образом, при скоростях $V > V_{\text{cr}}$ явление сверхтекучести не может наблюдаться. Это утверждение [1] известно как критерий сверхтекучести Ландау.

В работе [2] Ландау предложил для сверхтекучего гелия фонон-ротонный спектр элементарных возбуждений $\varepsilon^{(p-r)}(p)$, линейный участок которого при малых значениях импульсов p связан с фононами, максимум – с максонами, минимум – с ротонами. С учетом утверждения Фейнмана [7] о связи спектра элементарных возбуждений с положениями максимумов динамического структурного фактора $S(p, \varepsilon)$, вид фонон-ротонного спектра элементарных возбуждений, предсказанный Ландау, был подтвержден в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов в сверхтекучем гелии [8, 9]. Типичными значениями параметров фонон-ротонного спектра в сверхтекучем гелии являются: скорость звука, определяющая фононную часть спектра, $c \approx 250$ м/с, величина ротонной щели $\Delta^{(p-r)} \approx 8.6$ К, критическая скорость, связанная с ротонной щелью, $V_{\text{cr}}^{(p-r)} \approx 60$ м/с.

При этом наблюдаемая в сверхтекучем гелии критическая скорость $V_{\text{cr}}^{(\text{exp})}$ может быть на два порядка меньше, чем критическая скорость $V_{\text{cr}}^{(p-r)}$, связанная с ротонной щелью (см. подробнее [10]). Отметим, что в ультратонких пленках и капиллярах при температурах $T < 1$ К наблюдались максимальные значения $V_{\text{cr}}^{(\text{exp})} \approx 2 - 3$ м/с (см. подробнее [11]), а при протекании сверхтекучего гелия через отверстия диаметром несколько микрон в тонких перегородках были зафиксированы критические скорости $V_{\text{cr}}^{(\text{exp})} \approx 8 - 10$ м/с [12]. Однако столь радикальное отличие этих значений от величины V_{cr} , связанной с ротонной щелью, привело к необходимости поиска иного механизма срыва сверхтекучести, не связанного с возбуждением ротонов.

После ключевой работы Онсагера [13] Фейнман [14] выдвинул предположение, что квант действия должен входить в феноменологическую теорию Ландау через условия квантования циркуляции скорости сверхтекучей компоненты. Соответствующие условия постулируются и были подтверждены экспериментально [15, 16]. В результате в настоящее время срыв сверхтекучести при движении сверхтекучего гелия связывают с процессами рождения протяженных квантовых вихрей Онсагера–Фейнмана или замкнутых вихревых нитей (петель, колец) [11], что, в частности, позволяет описать экспериментальную зависимость критической скорости, при которой происходит срыв

сверхтекучести, от размеров отверстия в капилляре. Однако, как отмечено в [3], такое объяснение непригодно в случае сверхтонких капилляров, в которых квантовые вихри с медленно убывающей при удалении от оси вихря сверхтекучей скоростью не могут рождаться. Такая ситуация [3] аналогична проблеме критических токов в сверхпроводниках 2-го рода, когда в тонких сверхпроводящих нитях, толщина которых меньше лондоновской глубины проникновения магнитного поля, квантовые вихри Абрикосова “не помещаются” [17].

На наш взгляд, для объяснения экспериментальных данных по значениям критической скорости следует учесть возможность существования в сверхтекучем гелии как минимум еще одной, помимо фонон-ротонной, ветви элементарных возбуждений. Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, это не единственная причина, приводящая к необходимости учета других ветвей элементарных возбуждений.

2. *Ветви элементарных возбуждений.* Согласно проведенному выше обсуждению внесем уточнение в формулировку критерия сверхтекучести Ландау, связанное с тем, что в сверхтекучем гелии могут существовать несколько ветвей элементарных возбуждений. Тогда из всех возможных значений критической скорости $V_{cr}^{(\alpha)}$, определяемых по виду спектра $\varepsilon^{(\alpha)}(p)$ для каждой из ветвей элементарных возбуждений (индекс (α)), нас будет интересовать только минимальное значение $V_{cr}^{(\alpha)}$. Следовательно, фигурирующая в соотношении (1) величина V_{cr} определяется из условия:

$$V_{cr} = \min_{(\alpha)} V_{cr}^{(\alpha)}, \quad V_{cr}^{(\alpha)} = \min(\varepsilon^{(\alpha)}(p)/p). \quad (2)$$

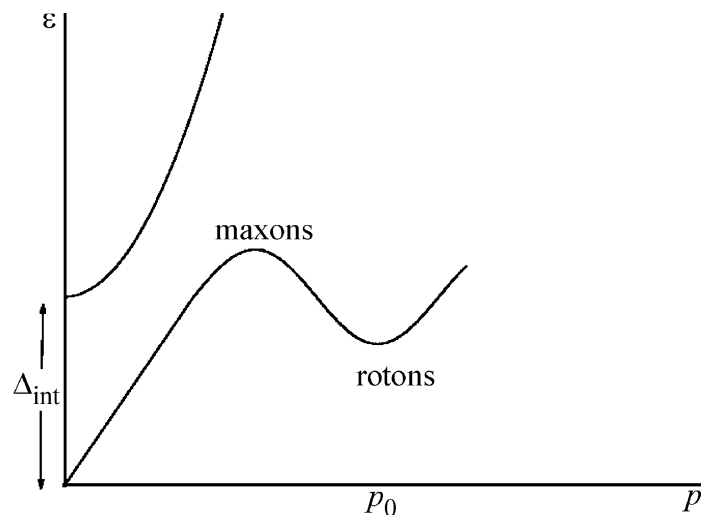


Рис. 1: Спектр возбуждений сверхтекучего He со щелью Δ , предложенный в [1].

В этой связи отметим, что Ландау в своей первой работе [1] предполагал существование двух типов элементарных возбуждений в сверхтекучем гелии: фононов, связанных с потенциальным движением жидкости, и ротоннов, связанных с вихревым движением жидкости (см. рис. 1 и подробное описание в [3–5]). Однако в рамках такой модели ему не удалось дать количественное описание экспериментальных данных по скорости второго звука, которая была с большой точностью измерена Пешковым [18]. Поэтому в своей следующей работе [2] Ландау предположил наличие только одного типа возбуждений с фонон-ротонным энергетическим спектром. При этом ротонный участок спектра уже не должен ассоциироваться с вихревым движением [19].

Отметим также, что предпринимались неоднократные попытки теоретического предсказания существования еще одной ветви элементарных возбуждений в сверхтекучем гелии. Они основаны на гипотезе о существовании конденсата Бозе–Эйнштейна в сверхтекучем гелии. Это приводит, в частности, к наличию щели в энергетическом спектре вырожденного слабонеидеального газа бозонов при малых импульсах, связанной с бозе-конденсатом (см. [20–23] и цитированную там литературу). В альтернативном варианте (см. подробнее [24] и цитированную там литературу) рассматривается модель неидеального газа с парной конденсацией бозонов, аналогичной куперовскому спариванию электронов в сверхпроводниках [25].

На первый взгляд этому направлению развития теории сверхтекучего гелия как однокомпонентной жидкости бозонов препятствует теорема Гугенгольца–Пайнса [26], согласно которой в энергетическом спектре такой системы не может существовать щель при малых импульсах. Однако следует иметь в виду, что доказательство теоремы Гугенгольца–Пайнса [26] принципиально основано на использовании утверждения Боголюбова [27] о возможности замены операторов рождения и уничтожения бозонов при нулевом импульсе C -числами. Фактически это означает, что вместо исходной вырожденной жидкости бозонов рассматривается система с другим гамильтонианом. В то же время доказательство подобной теоремы на основе диаграммной техники Беляева для системы бозонов [28], в которой утверждение Боголюбова [27] не используется, до настоящего времени отсутствует. При доказательстве теоремы Гугенгольца и Пайнса [26] “упростили” диаграммную технику Беляева [28], используя вышеуказанное утверждение Боголюбова [27] (см., подробнее, [29]). Отметим, что результаты работ [27, 28] могут быть получены без использования “аномальных средних” для вырожденного слабонеидеального газа бозонов [30]. Тем самым, в настоящее время справедливость теоремы

Гугенгольца–Пайнса [26] в отношении системы бозонов с “обычным” гамильтонианом нельзя считать доказанной.

Кроме того, при наличии щели в спектре соответствующие элементарные возбуждения дают экспоненциально малый вклад в значения физических величин при температурах, близких к абсолютному нулю. По той же причине такие возбуждения фактически отсутствуют при рассмотрении нулевой температуры, для которой и доказана теорема Гугенгольца–Пайнса [26].

Необходимо также обратить внимание, что теория сверхтекучести Ландау [1, 2] не связана с гипотезой о существовании конденсата Бозе–Эйнштейна (см. подробнее [5, 6]). Таким образом, мы не имеем каких-либо ограничений для утверждений относительно существования в сверхтекучем гелии нескольких видов элементарных возбуждений.

С этой точки зрения можно было бы выделить работы Глайда и Гриффина [31, 32], основанные на экспериментальных данных [33–35]. В этих работах было выдвинуто предположение о различной физической природе фононного и максон-ротонного участков спектра, предложенного Ландау [2]. По мнению Глайда и Гриффина фононный участок спектра характеризует коллективные звуковые возбуждения, а максон-ротонный участок определяется одночастичными возбуждениями. Единая кривая формируется в результате “гибридизации” этих двух ветвей возбуждений (см. также [35, 36]).

Однако эксперименты по неупругому рассеянию нейтронов [34, 35, 38] показывают, что фонон-ротонный спектр элементарных возбуждений очень слабо зависит от температуры вплоть до температуры $T_\lambda \approx 2.17$ К для фазового перехода из сверхтекучего в нормальное состояние для всех значений импульсов, включая фононную и ротонную части спектра. Более того, фонон-ротонные возбуждения существуют и при температуре $T > T_\lambda$, где жидкий гелий находится в нормальном состоянии [39]. Имеются также экспериментальные результаты по неупругому рассеянию нейтронов в жидких металлах, где обнаружен фонон-ротонный спектр элементарных возбуждений [40–42]. Аналогичные возбуждения были также экспериментально обнаружены в двумерной ферми-жидкости [43].

Обратим внимание, что критерий сверхтекучести Ландау (1), (2) фактически является критерием срыва сверхтекучести, так как изначально предполагает наличие сверхтекучести. В противном случае, если учесть, что в любой жидкости имеются хорошо определенные акустические элементарные возбуждения (фононы), мы получили бы ненулевое значение критической скорости, равное скорости звука в соответствующей жидкости, при отсутствии другой ветви возбуждений, дающей нулевое значение кри-

тической скорости. Это рассуждение также показывает необходимость существования нескольких ветвей элементарных возбуждений.

При этом согласно теории Ландау [1, 2] при температурах $T < T_\lambda$ сверхтекучесть гелия обусловлена наличием сверхтекучей компоненты, плотность которой n_s в соответствии с имеющимися экспериментальными данными, существенно зависит от температуры (см., напр., [10]). В то же время зависимость критической скорости от температуры в теории Ландау не обсуждается [44].

3. *Обобщение критерия сверхтекучести Ландау.* Для прояснения ситуации необходимо учесть, что спектр элементарных возбуждений в нормальной компоненте является функцией не только импульса p , но и термодинамических параметров рассматриваемой системы, например, температуры T , т.е.

$$\varepsilon^{(\alpha)} = \varepsilon^{(\alpha)}(p; T). \quad (3)$$

Это утверждение является непосредственным следствием общего определения элементарных возбуждений как слабозатухающих полюсов аналитического продолжения температурных функций Грина (см., напр., [45]). Следовательно, критическая скорость V_{cr} , определяемая из соотношения (2), также является функцией термодинамических параметров: $V_{cr} = V_{cr}(T)$. Учтем далее, что при температуре $T > T_\lambda$, явление сверхтекучести отсутствует, т.е. жидкость является нормальной. Поэтому мы должны заявить, что

$$V_{cr} = V_{cr}(T), \quad V_{cr}(T > T_\lambda) = 0. \quad (4)$$

Утверждение (4) подтверждается экспериментальными данными по измерению критической скорости V_{cr}^{exp} как функции температуры при течении сверхтекучего гелия через микронные отверстия [46, 47].

Таким образом, мы можем сформулировать обобщенный критерий сверхтекучести Ландау именно как критерий сверхтекучести, а не критерий срыва сверхтекучести, в следующем виде: если спектры элементарных возбуждений в жидкости с учетом (2), (3) удовлетворяют условиям:

$$V_{cr}(T) > 0 \text{ при } T < T_\lambda; \quad V_{cr}(T) = 0 \text{ при } T > T_\lambda, \quad (5)$$

то соответствующая жидкость при температурах $T < T_\lambda$ является сверхтекучей, причем при скоростях $V > V_{cr}$ происходит срыв сверхтекучести.

С учетом обсуждавшихся выше экспериментальных данных фонон-ротонные элементарные возбуждения не удовлетворяют условию сверхтекучести (5). Следовательно, хотя бы одна ветвь элементарных возбуждений, не фонон-ротонная, в сверхтекучем гелии должна удовлетворять условию (4).

Для обеспечения условия (4) в теории сверхтекучести Ландау [1, 2] имеется подходящая величина – плотность сверхтекучей компоненты n_s , для которой выполняется условие:

$$n_s(T > T_\lambda) = 0. \quad (6)$$

Тогда можно предположить, что при температурах $T < T_\lambda$ энергетический спектр искомых элементарных возбуждений определяется величиной $n_s(T)$. Из соображений размерности можно построить несколько величин размерности энергии, основанных на плотности сверхтекучей компоненты $n_s(T)$, в частности, $\hbar^2[n_s(T)]^{2/3}/m$ и $\hbar^2 L n_s(T)/m$, где L – так называемая длина рассеяния, которая полностью определяется потенциалом межчастичного взаимодействия атомов гелия.

В качестве подходящего кандидата на роль элементарных возбуждений, энергетический спектр которых существенно зависит от температуры, можно было бы рассматривать так называемый второй звук, который является характерной особенностью сверхтекучего гелия. Скорость второго звука непосредственно связана с плотностью сверхтекучей компоненты (см., подробнее [1, 6, 10]). Однако возникает вопрос о том, можно ли рассматривать температурные волны (или волны энтропии) второго звука в качестве элементарных возбуждений подобно фонон-ротонным возбуждениям, которые характеризуют энергетический спектр равновесной жидкости.

На наш взгляд температурные волны второго звука не могут рассматриваться как элементарные возбуждения в принятом в теории Ландау смысле. Здесь мы имеем в виду, что энергетический спектр элементарных возбуждений определяется полюсами равновесных функций Грина, которые проявляются, в частности, в динамическом структурном факторе $S(p, \varepsilon)$. В то же время второй звук является следствием взаимодействия элементарных возбуждений в неравновесном состоянии сверхтекучего гелия. В частности, второй звук не обнаружен в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов, так как для его возбуждения необходим внешний нагрев с колеблющейся температурой.

Кроме того, если рассматривать второй звук как одну из ветвей элементарных возбуждений, то, в соответствии с критерием сверхтекучести Ландау, срыв сверхтекучести происходил бы за счет флуктуаций температуры, что, насколько нам известно, не наблюдается в экспериментах. При этом скорость второго звука при температуре 1.8 К равна примерно 20 м/с [10], что также не соответствует экспериментальным данным по критической скорости.

Возникает вопрос о наличии какой-либо экспериментальной информации, подтверждающей существование еще одной, помимо фонон-ротонной, ветви элементарных воз-

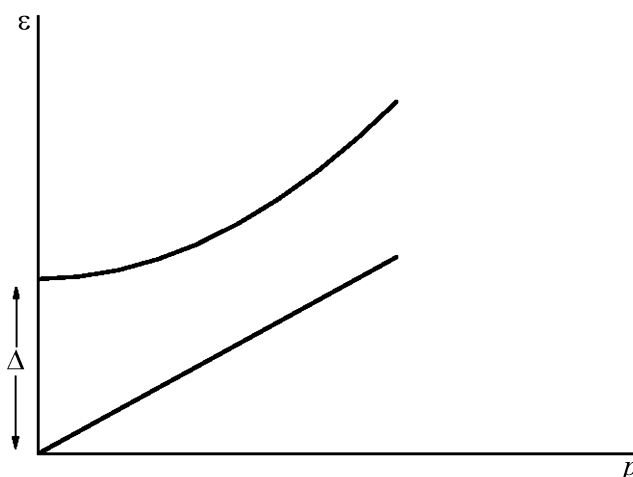


Рис. 2: Фонон-ротонный спектр и предполагаемый спектр элементарных возбуждений с зависящей от взаимодействия и температуры щелью Δ_{int} при $p = 0$. При температуре перехода щель обращается в ноль $\Delta_{\text{int}}(T = T_\lambda) = 0$.

буждений, которая могла бы соответствовать обобщенному критерию Ландау. По нашему мнению таковой является ветвь возбуждений, отвечающей так называемому “квазиатомному” рассеянию. Зависимость энергетического спектра этих возбуждений, которые были обнаружены в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов [48, 49], близка к спектру свободного атома гелия и носит монотонный характер (см. рис. 2). Предпринимались неоднократные попытки дать микроскопическое описание такой ветви возбуждений в модели слабонеидеального газа бозонов с использованием конденсата Бозе–Эйнштейна [50–53]. Однако с точки зрения обобщенного критерия Ландау наиболее существенным является поведение такого спектра при малых импульсах в силу его монотонности. Для справедливости критерия Ландау необходимо, чтобы соответствующий спектр характеризовался при малых импульсах либо линейным участком, либо щелью. К сожалению, в настоящее время экспериментальные значения для спектра “одноатомного” рассеяния имеются только в области импульсов, которые характеризуются волновыми векторами $k = p/\hbar > 1.5 \text{ \AA}^{-1}$ [48, 49].

Заключение. В настоящей работе на основе анализа экспериментальных данных показана необходимость существования в сверхтекучем гелии помимо фонон-ротонных возбуждений еще, как минимум, одной ветви элементарных возбуждений, энергетический спектр которых существенно зависит от температуры. Дано обобщение критерия сверхтекучести Ландау для нескольких ветвей элементарных возбуждений с учетом то-

го, что критическая скорость должна обращаться в нуль при фазовом переходе жидкого гелия из сверхтекучего состояния в нормальное состояние. Высказано предположение, что в сверхтекучем гелии справедливость обобщенного критерия Ландау обеспечивается наличием ветви “квазиатомных” возбуждений, которая была обнаружена в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов.

В этой связи особую актуальность приобретает экспериментальное подтверждение наличия в сверхтекучем гелии элементарных возбуждений, энергетический спектр которых непосредственно связан с плотностью сверхтекучей компоненты и обеспечивает выполнение обобщенного критерия сверхтекучести Ландау (5). При проведении экспериментов по неупругому рассеянию нейтронов наибольший интерес представляет исследование малых значений импульсов.

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 12-08-00822-а и грант № 12-02-90433-Укр_а). Авторы благодарны участникам семинаров Теоретического отдела ОИВТ РАН и Теоретического отдела ИОФ РАН за обсуждение результатов работы. С. А. Тригер также выражает благодарность Нидерландской организации научных исследований (NWO), поддержавшей эту работу.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **11**, 592 (1941).
- [2] Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **17**, 91 (1947).
- [3] Э. А. Пашицкий, ФНТ **25**, 115 (1999).
- [4] S. Balibar, *Seminaire Poincare*, **1**, 11 (2003).
- [5] A. Griffin, *J. Phys.: Cond. Matt.* **21**, 164 (2009).
- [6] И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести* (Наука, Москва, 1971).
- [7] R. Feynman, *Phys. Rev.* **94**, 262 (1954).
- [8] H. Palevsky, K. Otnes, and K. E. Larsson, *Phys. Rev.* **112**, 11 ((1958).
- [9] D. G. Henshaw, *Phys. Rev. Lett.* **1**, 127 (1958).
- [10] J. G. Daunt and R. S. Smith, *Rev. Mod. Phys.* **26**, 172 (1954).
- [11] S. J. Putterman, *Superfluid Hydrodynamics* (North-Holland, Amsterdam, 1974).
- [12] J. R. Hulin, D. D’Humieres, B. Perrin, and A. Lichaber, *Phys. Rev. A* **9**, 885 (1974).
- [13] L. Onsager, *Nuovo Cim.* **6**, Suppl. 2, 249 (1949).

- [14] R. P. Feynman, in *Progress in Low Temp. Phys.*, Ed. by C. J. Gorter (North-Holland, Amsterdam, 1955), vol. 1.
- [15] W. F. Vinen, *Nature* **181**, 1524 (1958); *Proc. Roy. Soc. A* **260**, 218 (1961).
- [16] G. W. Rayfield and F. Reif, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 305 (1963); *Phys. Rev.* **136**, A1194 (1964).
- [17] P. G. De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966).
- [18] V. P. Peshkov, *J. Phys. (USSR)* **10**, 389 (1946).
- [19] L. P. Pitaevskii, *J. Low Temp. Phys.* **87**, 127 (1992).
- [20] S. A. Trigger and P. P. J. M. Schram, *Physica B* **228**, 107 (1996).
- [21] C.-H. Zhang and H. A. Fertig, *Phys. Rev. A* **74**, 023613 (2006).
- [22] P. Navez, *EPL – Europhys. Lett.* **88**, 60008 (2009).
- [23] V. B. Bobrov, S. A. Trigger, and I. M. Yurin, *Phys. Lett. A* **374**, 1938 (2010).
- [24] Э. А. Пашицкий, С. И. Вильчинский, *ФНТ* **27**, 253 (2001).
- [25] J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity* (Benjamin, New York, 1964).
- [26] N. Hugengolz and D. Pines, *Phys. Rev.* **116**, 489 (1959).
- [27] Н. Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **11**, 77 (1947); *Physica* **9**, 23 (1947).
- [28] С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417; 433 (1958).
- [29] V. B. Bobrov, S. A. Trigger, *J. Low Temp. Phys.* **170**, 31 (2013).
- [30] В. В. Толмачев, *Теория бозе-газа* (МГУ, Москва, 1969).
- [31] H. R. Glyde and A. Griffin, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1454 (1990).
- [32] H. R. Glyde, *Phys. Rev. B* **45**, 7321 (1992).
- [33] A. D. B. Woods and E. C. Svensson, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 974 (1978).
- [34] E. F. Talbot, H. R. Glyde, W. G. Stirling, and E. C. Svensson, *Phys. Rev. B* **38**, 11229 (1988).
- [35] W. G. Stirling and H. R. Glyde, *Phys. Rev. B* **41**, 4224 (1990).
- [36] Н. М. Благовещенский, И. В. Богоявленский, Л. В. Карнацевич и др., *Письма в ЖЭТФ* **57**, 414 (1993).
- [37] И. В. Богоявленский, А. В. Пучков, А. Н. Скоморохов, Л. В. Карнацевич, *ФНТ* **30**, 995 (2004).
- [38] K. H. Andersen, W. G. Stirling, R. Schern, et al., *J. Phys.: Cond. Matt.* **6**, 821 (1994).
- [39] K. S. Pedersen and K. Carneiro, *Phys. Rev. B* **22**, 191 (1980).
- [40] S. J. Cocking and P. A. Egelstaff, *Phys. Lett.* **16**, 130 (1965).

- [41] W. Glaser, S. Hagen, U. Loffler, J.-B. Suck, and W. Schrommers, in *The Properties of Liquid Metals* (London, Taylor and Francis, 1973).
- [42] J.-B. Suck, *Condensed Matt. Phys.* **11**, 7 (2008).
- [43] H. Godfrin, M. Meschke, H.-J. Lauter, et al., *Nature* **483**, 576 (2012).
- [44] Л. П. Питаевский, частное сообщение.
- [45] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Москва, ГИФМЛ, 1962).
- [46] G. V. Hess, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 977 (1971).
- [47] G. M. Shifflett, G. V. Hess, *J. Low Temp. Phys.* **98**, 591 (1995).
- [48] Н. М. Благовещенский, Е. Б. Докукин, Ж. А. Козлов, В. А. Парфенов, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 4 (1980).
- [49] E. C. Svensson, D. C. Tennant, *Jap. J. Appl. Phys.* **26**, Suppl. 26-3-1, 31 (1987).
- [50] A. Griffin, S. H. Payne, *J. Low Temp. Phys.* **64**, 155 (1986).
- [51] R. Stidhar, *Phys. Rep.* **146**, 259 (1987).
- [52] А. Г. Храпак, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 372 (1988).
- [53] V. B. Bobrov, S. A. Trigger, Yu. P. Vlasov, *Physica B* **203**, 95 (1994).

Поступила в редакцию 27 февраля 2013 г.