

# О ВЫХОДЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО КАСКАДА ЧЕРЕЗ НЕРОВНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ЛУНЫ В ВАКУУМ

Г. А. Гусев, З. Г. Гусева

*Рассмотрен выход радиоизлучения почти горизонтального каскада через неровную поверхность Луны в вакуум. Принято точечное приближение для размера ливневого диска, при этом учитывается его эволюция вдоль трека каскада. Поверхность Луны предполагалась плоской, но имеющей одиночное возмущение в виде цилиндрического “холма”, расположенного перпендикулярно направлению движения ливневого диска. Возмущение не предполагается малым. Учитывалась дифракция, связанная с набегом фазы волны и с вариациями наклона нормали к неровной поверхности для различных лучей, формирующих суммарное поле волны в вакууме.*

**Ключевые слова:** радиоизлучение, Луна, неровная поверхность, граничная задача, ближняя зона, зона Фраунгофера, угловое распределение.

В настоящее время готовится эксперимент ЛОРД (Лунный Орбитальный Радио Детектор) [1] по регистрации космических частиц и нейтрино с использованием радиометода, то есть наблюдая радиоизлучение каскадов от них, развивающихся в реголите близи лунной поверхности. Поскольку приёмник излучения расположен в вакууме на большом расстоянии от источника излучения, находящегося в лунном грунте, то необходимо рассмотреть граничную задачу выхода радиоизлучения из реголита в вакуум [2, 3]. В работах [2, 3] был использован приближённый подход, на основе которого можно рассматривать и рассеяние излучения на неровной поверхности Луны (см. также работу [4]). В данной работе мы рассмотрим задачу о выходе радиоизлучения в вакуум в случае, когда неровная поверхность близи каскада имеет одно возвышение (“холм”),

---

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gusevgag@mail.ru.

сравнимое по размерам с длиной волны радиоизлучения и длиной трека каскада. При этом “холм” имеет форму цилиндра, расположенного перпендикулярно направлению движения ливневого диска и может “накрывать” полностью трек каскада или его часть, или быть на линии трека впереди каскада. В развитом в [2–4] подходе существенно, что каскад развивается горизонтально на малых по сравнению с длиной волны излучения глубинах, то есть рассматривается регистрация космических лучей, тогда как каскады от нейтрино, в основном, приходят с больших глубин. В случае космических лучей на границу двух сред падает не сформированное излучение Вавилова–Черенкова с плоским (или сферическим) волновым фронтом под определённым углом (или с небольшим разбросом углов), а множество лучей ближнего поля под разными углами к поверхности. Поэтому радиоизлучение формируется в сферическую волну уже в вакууме и принимается на больших расстояниях от источника в зоне Фраунгофера. В работе [2] задача приближённо решалась для электрического поля на больших расстояниях от плоской поверхности, не прибегая к строгому решению интегрального уравнения [5], лежащего в основе теории этой задачи. Суть нашего приближённого подхода состоит в том, что для близкого от границы источника (близкая зона) на границе в первой среде (реголите) пренебрегается отражённой волной, но, тем не менее, используется граничное условие для электрического поля, падающего на границу. В работе [3] было рассмотрено рассеяние радиоизлучения в таких условиях, когда для учёта неровности поверхности в решение для потенциала в вакууме, найденное в приближении фиксированного поля на границе снизу (в среде, где находится источник излучения), к постоянной глубине каскада добавлялась осциллирующая функция. Это эквивалентно замене плоской поверхности Луны некоторой волнистой поверхностью. Поле в вакууме разбивалось на зеркальную и рассеянную компоненты, последняя находилась в борновском приближении [3]. При этом граничное условие записывалось для плоской границы, считая, что для пологих неровностей поправки отклонения нормали к поверхности относительно оси  $z$  будут малы. Не учитывалось также, что площадь возмущённой поверхности больше площади плоской поверхности. Чтобы эти не учитываемые эффекты были малы, в работе [3] диапазон неровностей поверхности ограничивался достаточно пологими неровностями (волнами). Рассеяние в модели осцилляторной неровной поверхности оказалось частично когерентным и потому сравнительно сильным. В работе [4] были учтены также поправки к рассеянию, вызванные изменением граничного условия, связанным с отклонениями нормали к поверхности относительно оси  $z$  (здесь уже пологость неровностей не обязательна, а требуется лишь малость рассеянной волны по

сравнению с зеркальной компонентой. При этом оказалось, что эффект возмущения граничного условия для поля оказывается больше, чем эффект от фазового набега для различных лучей.

В настоящей работе мы также учитываем два механизма воздействия неровной поверхности: изменение фаз различных лучей, вызванное неровной поверхностью, и отклонение нормали к неровной поверхности для различных лучей относительно оси  $z$ , приводящее к дополнительному вкладу вариаций граничного условия для различных лучей по сравнению с плоской границей. Кроме того, учитывается также, что площадь возмущённой поверхности больше площади плоской поверхности, что не учитывалось в работе [4].

Следуя работам [3, 4], мы рассматриваем электрическое поле  $E_\omega(r)$  в вакууме на частоте  $\omega$ , излучаемое горизонтальным каскадом в лунном реголите, когда плоскость  $z = 0$  заменяется поверхностью  $z = \Delta(x, y) = \Delta_0 f(x, y)$ . Функция  $f(x, y)$  описывает неровности лунной поверхности. Правда, теперь высота  $z$  уже не мала, и разлагать поле на зеркальную компоненту и возмущение не имеет смысла, так как теория возмущений не годится. Мы будем вычислять полное поле для кривой границы раздела, не предполагая пологости границы, что было необходимо в работе [2]. То есть, в отличие от работы [2], мы заменяем интегрирование по плоскости  $z = 0$  интегрированием по поверхности  $z = \Delta(x, y)$ :

$$\begin{aligned}
E_\omega(r) = & -k_0^2(2\pi)2\sqrt{2}\cos\theta\sqrt{1-\sin\theta}(\exp ik_0r/r)\times \\
& \times \int \int \int d\zeta \zeta \exp(-\zeta^2/2)dx'dy'\sqrt{1+(\partial\Delta/\partial x')^2}\sqrt{1+(\partial\Delta/\partial y')^2}\times \\
& \times (1+\sin\theta\cos\varphi\partial\Delta/\partial x'+\sin\theta\sin\varphi\partial\Delta/\partial y')\times \\
& \times \exp ik_0 \left( -x'\sin\theta\cos\varphi-y'\sin\theta\sin\varphi+\zeta+n\sqrt{h_0^2+(x'-\zeta)^2+y'^2} \right) / \\
& / \sqrt{h_0^2+(x'-\zeta)^2+y'^2}. \tag{1}
\end{aligned}$$

Здесь  $r$  – расстояние от источника до приемника,  $E_\omega(r)$  есть полное поле, соответствующее данной реализации возмущения плоскости  $z = \Delta(x, y)$ ,  $n$  – показатель преломления реголита,  $\theta$  – угол между осью  $z$  и направлением на приёмник,  $\varphi$  – азимутальное направление на приёмник, отсчитываемое от направления скорости ливневого диска,  $k_0$  – волновое число в вакууме. Корневые множители под интегралом учитывают кривизну поверхности. Интегрирование по  $\zeta$  учитывает изменение заряда ливневого диска при развитии каскада, которое моделируется функцией  $2 \cdot \zeta \exp(-\zeta^2)$ . Существенно, что в

этой статье мы будем рассматривать произвольные по величине возмущения плоскости. Как уже упоминалось, здесь нас будут интересовать локальные возвышения (“холмы”), сравнимые по длине и высоте с длиной волны радиоизлучения и с длиной каскада. Для простоты мы рассмотрим одномерные цилиндрические возмущения плоскости по оси  $x$  (каскад развивается горизонтально на глубине  $h_0$  вдоль оси  $x$ ) вида  $z = \Delta(x)$ , когда от переменной  $y$  профиль “холма” не зависит, то есть “холм” имеет вид гряды, расположенной перпендикулярно оси каскада.

Интегрирование в формуле (1) ограничивалось конечной областью на плоскости, достаточной для приближённого вычисления несобственного интеграла с точностью порядка 10%. В подынтегральном выражении первый член в скобках даёт вклад в поле в отсутствие возмущения плоскости, а второй и третий члены, пропорциональные производным от  $\Delta(x, y)$ , учитывают изменение граничного условия из-за отклонения нормали к поверхности от вертикали. Напомним, что не предполагается малости производных от функции  $\Delta(x, y)$ , то есть вклад этих производных, вообще говоря, может быть значительным. Точно так же вклад производных  $\partial\Delta/\partial x$ ,  $\partial\Delta/\partial y$  в подкоренных выражениях радикалов в подынтегральном выражении может заметно увеличить интеграл по сравнению с интегралом в случае невозмущённой плоскости. Такой эффект усиления сигнала, обусловленный рельефом, можно назвать фокусировкой или антенным эффектом для переходного излучения на неровной границе раздела двух сред.

Как и в работах [2–4], тройной интеграл находится приближённо с помощью численного метода, с использованием стандартной программы языка MATLAB. В результате вычислений получаются угловые распределения амплитуды волны по полярному углу (диаграмма направленности) для различных параболических возмущений вида

$$\Delta(x, y) = -\Delta_0 \cdot (x - a)(x - b) \quad (2)$$

при  $a < x < b$  и  $\Delta(x, y) = 0$  при  $x < a$  и  $b < x$ . Здесь величина  $\Delta_0$  определяет высоту “холма”, параметры  $a$  и  $b$  – его длину и расположение на оси  $x$  относительно каскада. В нашем случае каскад имел длину 3 м и располагался по оси  $x$  на отрезке  $(0, 3)$ . Что касается “холмов”, то мы выбирали их длину 5, 4, 3 и 2 м и располагали их так, чтобы каскад был целиком или частично под длинным “холмом”, либо частично под коротким “холмом”, либо короткий “холм” смещался вперёд по ходу каскада, так что каскад полностью развивался под плоской невозмущённой поверхностью.

На рис. 1 представлены угловые распределения по полярному углу  $\theta$  амплитуды волны на частоте  $f = 100$  МГц в различных случаях расположений относительно каскада

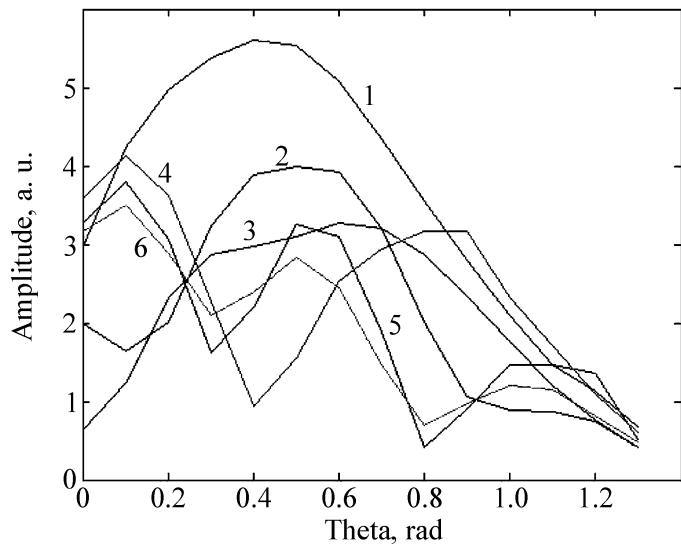


Рис. 1: Распределения амплитуды сигнала по полярному углу  $\theta$  на частоте  $f = 100$  МГц в различных случаях расположений относительно каскада длинных "холмов" с горизонтальными размерами 5 м и 4 м для азимута наблюдения  $0^\circ$ .

длинных "холмов" (2) с горизонтальными размерами 5 м и 4 м для азимута наблюдения  $0^\circ$ . Кривая 1 соответствует длине "холма" 5 м, величине  $\Delta_0 = 0.25$  (максимальная высота "холма" 1.56 м) и расположению "холма" на отрезке  $(-1,4)$ , то есть в этом случае "холм" с запасом накрывает каскад (отрезок  $(0,3)$ ). Кривая 2 соответствует тому же расположению и той же длине "холма", но  $\Delta_0 = 1$  (в 4 раза более высокий "холм", чем в предыдущем случае). Сравнение этих двух случаев показывает, что с увеличением высоты "холма" максимальная амплитуда поля уменьшается. Кривая 3 соответствует тому же расположению и той же длине "холма", но  $\Delta_0 = 0.5$  (в 2 раза более низкий "холм", чем в предыдущем случае). Видим, что случай промежуточной высоты холма нарушает монотонность обнаруженной зависимости амплитуды поля от высоты холма. Кривая 4 соответствует холму длиной 4 м,  $\Delta_0 = 1$  (максимальная высота "холма" 4 м) и расположению  $(2,6)$ , то есть "холм" накрывает последнюю треть каскада. Кривая 5 соответствует предыдущим параметрам длины и высоты "холма", но последний сдвинут на 2 м (расположение на отрезке  $(4,8)$ ), каскад находится вне холма полностью, то есть выходящее излучение "вперёд" дифрагирует на "холме". Кривая 6 соответствует предыдущей длине холма и расположению, но  $\Delta_0 = 0.5$ , то есть высота "холма" вдвое меньше и составляет 2 м. Случаи 4, 5, 6 показывают, что если "холм" не накрывает полностью каскад (кривая 4) или вообще его не накрывает (кривые 5, 6), то угловое распределение

становится изрезанным и изрезано сильнее в случаях 5, 6 (три максимума в угловом распределении вместо двух в случае 4).

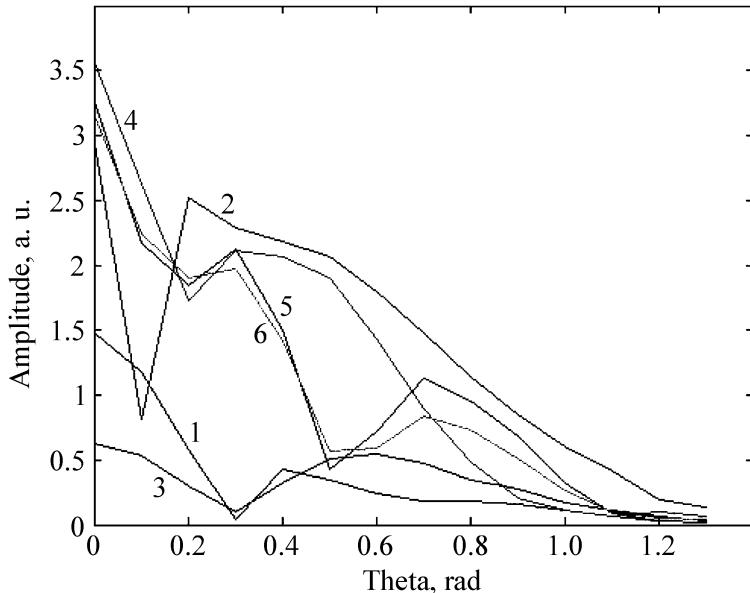


Рис. 2: Распределения амплитуды сигнала по полярному углу  $\theta$  на частоте  $f = 100$  МГц в различных случаях расположений относительно каскада длинных “холмов” с горизонтальными размерами 5 м и 4 м для азимута наблюдения  $180^\circ$ .

На рис. 2 представлены аналогичные угловые распределения по полярному углу  $\theta$  амплитуды волны на частоте  $f = 100$  МГц для тех же длинных холмов (2) с горизонтальным размером 5 м и 4 м, но для азимута наблюдения  $180^\circ$  (излучение каскада “назад”). Видно, что каскад излучает значительно и назад, но только в более узком угловом интервале около вертикального направления. Так что в целом с учётом азимутальных углов наблюдения диаграмма направленности по полярному углу  $\theta$  оказывается достаточно широкой в отличие от хорошо сформированного излучения Вавилова–Черенкова в одной среде. Это увеличивает угловую апертуру регистрации излучения в вакууме и, следовательно, статистику регистрации событий по сравнению с регистрацией хорошо сформированного излучения Вавилова–Черенкова в одной среде.

На рис. 3 представлены угловые распределения по полярному углу  $\theta$  амплитуды волны на частоте  $f = 100$  МГц, но для более коротких по длине и более низких по высоте “холмов” (2) с горизонтальным размером 3 м и 2 м для азимута наблюдения  $0^\circ$ . Кривая 1 соответствует длине “холма” 3 м, величине  $\Delta_0 = 1$  (максимальная высота “холма” 2.25 м) и расположению “холма” на отрезке  $(-1,2)$ , то есть “холм” накрывает первые две трети

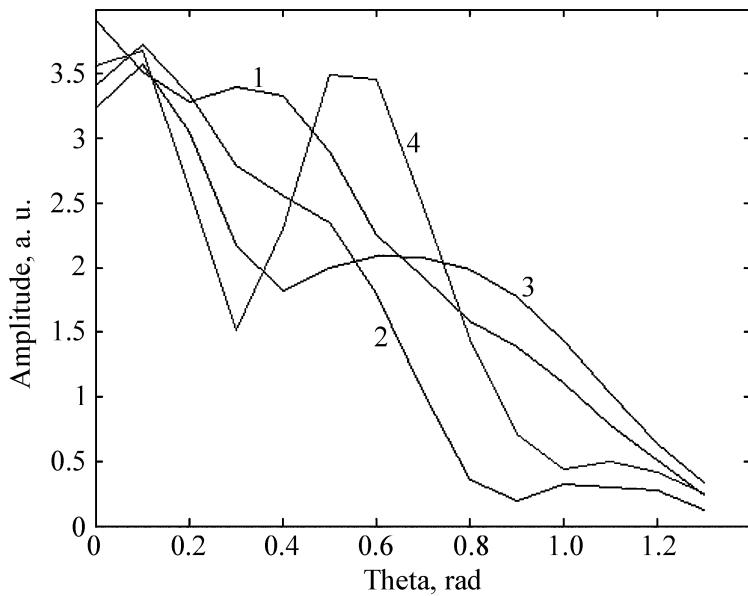


Рис. 3: Распределения амплитуды сигнала по полярному углу  $\theta$  на частоте  $f = 100$  МГц в различных случаях расположений относительно каскада коротких “холмов” с горизонтальными размерами 3 м и 2 м для азимута наблюдения  $0^\circ$ .

каскада. Кривая 2 соответствует длине “холма” 2 м, величине  $\Delta_0 = 1$  (максимальная высота “холма” 1 м) и расположению “холма” на отрезке (2,4), то есть “холм” накрывает последнюю треть каскада. Кривая 3 соответствует предыдущему “холму”, сдвинутому на 2 м (расположение на отрезке (4,6)), так что “холм” не накрывает каскад. Кривая 4 соответствует также предыдущему “холму”, сдвинутому еще на 2 м (расположение на отрезке (6,8)), то есть меньший по сравнению с длиной каскада “холм” находится сравнительно далеко от каскада (на расстоянии 3 м). Опять видно, что в случаях, когда “холм” не накрывает полностью каскад, интерференционные эффекты приводят к изрезанности диаграммы направленности по полярному углу  $\theta$  и тем большей, чем дальше находится “холм” от каскада. Этот эффект является следствием дифракции выходящего радиоизлучения на “холме”, находящемся в ближней зоне формирующегося излучения. Сравнение с рассмотренным выше случаем длинных “холмов” (рис. 2) показывает, что в случае короткого “холма” амплитуда меньше, чем в случае длинного “холма”, полностью накрывающего каскад. И что более интересно, сравнение со случаем плоской поверхности [2] Луны показывает, что длинный “холм” может приводить к значительному увеличению сигнала по сравнению с плоскостью. Получается своеобразный эффект усиления сигнала “холмом-антенной”, о чём уже упоминалось выше,

по сравнению со случаем плоской поверхности, что важно для увеличения статистики наблюдения сигналов от космических лучей.

Интересно также посмотреть, как изменится результат, если рассмотреть более сложное развитие каскада вдоль каскадной кривой, имеющей, например, два максимума. Для этого вместо рассмотренной модели ливневого диска  $2 \cdot \zeta \exp(-\zeta^2)$  с одним максимумом использовалась также нормированная на единицу заряда модель ливневого диска  $1.39 \cdot \zeta \exp(-\zeta^2) |\sin 0.67\pi\zeta|$ , дающая на интервале интегрирования два максимума. На рис. 4 представлено соответствующее угловое распределение (кривая 1) по полярному углу  $\theta$  амплитуды волны на частоте  $f = 100$  МГц для длинного “холма” с горизонтальным размером 4 м для азимута наблюдения  $0^\circ$  для случая, представленного кривой 5 на рис. 1. Для удобства на этом же рисунке (кривая 2 на рис. 4), представлена кривая 5 рис. 1, отвечающая диску с одним максимумом. Сравнение обеих кривых показывает, что имеет место существенная зависимость угловых распределений от формы каскадной кривой: модель с двумя максимумами даёт заметно большую амплитуду излучения. Кроме того, угловое распределение сильно осциллирует: имеется три максимума и два минимума в отличие от слабой осцилляции с небольшими двумя максимумами для каскадной кривой, имеющей один максимум. Таким образом, нерегулярности каскадной кривой приводят к сложной интерференционной картине формирования поля, приводящей к изрезанному угловому распределению по полярному углу  $\theta$ . На опыте это будет давать значительные флуктуации амплитуды поля зарегистрированного сигнала для различных каскадов, отвечающих одной и той же энергии первичной частицы, но имеющих различные каскадные кривые. Это, конечно, уменьшает точность решения обратной задачи восстановления энергии первичной частицы по измерениям амплитуды радиоизлучения.

Все рассмотренные выше случаи выхода радиоизлучения через неровную поверхность сравним со случаем плоской поверхности, описанным в работе [2]. Это сравнение показывает, что рассмотренный в данной работе случай влияния лунного рельефа в виде “холмов” с размерами порядка длины волны и длины каскада в целом усложняет вид углового распределения (кроме случаев 1, 2 на рис. 1). Угловое распределение амплитуды сигнала часто становится изрезанным, при этом амплитуда сигнала в целом практически не уменьшается, и даже (кривые 1, 2) для случая длинных холмов, обсуждённого выше, увеличивается.

В заключение отметим, что рассмотренный случай сильных одиночных возмущений на фоне плоской поверхности Луны хотя и усложняет угловое распределение принима-

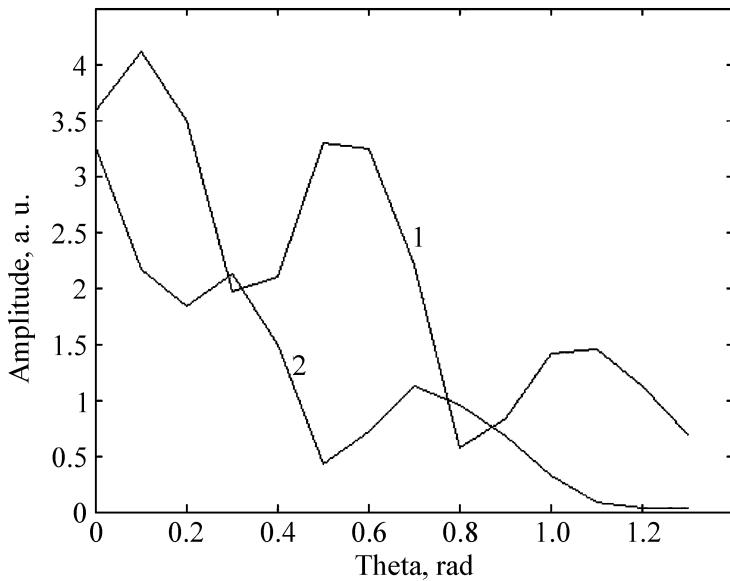


Рис. 4: Распределения амплитуды сигнала по полярному углу  $\theta$  на частоте  $f = 100$  МГц для длинного “холма” с горизонтальным размером 4 м для азимута наблюдения  $0^\circ$  в случае каскадной кривой с двумя максимумами.

емого сигнала, например, приводя к значительной его изрезанности, но не изменяет принципиального вывода о возможности регистрации сигнала. Правда, точность измерения энергии каскада несколько падает, что можно было ожидать заранее. В то же время вклад рассмотренного эффекта возмущения рельефа поверхности Луны не приводит к заметному ослаблению сигнала. Это обусловлено тем, что не происходит заметного нарушения когерентности при сложении сигналов от различных малых участков излучающей поверхности Луны. Можно также сказать, что частичная потеря когерентности между различными лучами компенсируется увеличением эффективной площади излучения кривой поверхности по сравнению с плоской. Такой результат является довольно неожиданным и сильно отличается от результата для рассеяния плоской волны неровной поверхностью. В этом случае при неровностях с гауссовским распределением по размерам, сравнимых с длиной волны, происходит сильное нарушение фазированности при сложении волн от различных участков неровной поверхности, и значительная часть энергии падающей плоской волны (узкая угловая направленность) переходит в рассеянную компоненту, угловая направленность которой очень широкая. В этом случае может происходить сильное ослабление зеркальной компоненты (см., например, [6]).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, К. М. Пичхадзе и др., Космические исследования **44**(1), 22 (2006).
- [2] Г. А. Гусев, Краткие сообщения по физике ФИАН **38**(12), 12 (2011).
- [3] Г. А. Гусев, Краткие сообщения по физике ФИАН **38**(12), 30 (2011).
- [4] Г. А. Гусев, З. Г. Гусева, Краткие сообщения по физике ФИАН **39**(8), 3 (2012).
- [5] Е. Л. Фейнберг, *Распространение радиоволн вдоль земной поверхности* (М., Наука, Физматлит, 1999).
- [6] J. T. Johnson, R. J. Burkholder, IEEE Trans. Ge. sci. Remote Sensing. **42**, 59 (2004).

Поступила в редакцию 10 декабря 2012 г.