

УДК 533.9

## РЕЖИМ ТУРБУЛЕНТНОГО НАГРЕВА ПЛАЗМЫ С ГОРЯЧИМИ И ХОЛОДНЫМИ ИОНАМИ

В. Ю. Попов<sup>1</sup>, В. П. Силин<sup>2</sup>

*Обсуждается турбулентный нагрев частиц плазмы в режиме сильного нагрева горячих и слабого нагрева холодных ионов, когда не возникает ограничения времени жизни турбулентного состояния, подобного имеющему место в случае нагрева ионов с равными температурами.*

**Ключевые слова:** плазма, турбулентность, нагрев частиц.

На основании подхода к теории ионно-звуковой турбулентности (ИЗТ) плазмы с двумя сортами ионов с неодинаковым отношением заряда к массе работ [1–3] в работах [4, 5] в условиях нагрева благодаря индуцированному рассеянию ионно-звуковых волн на ионах была обнаружена возможность режима неодинакового нагрева ионов с возникновением сорта горячих и сорта холодных ионов. В настоящем сообщении на примере водородно-дейтериевой (HD) плазмы с равными концентрациями  $N_H = N_D = (1/2)N_e$  разных сортов ионов впервые количественно обсуждаются перспективы такого режима. Согласно работе [3] в теории ИЗТ для характеристики условий нагрева частиц плазмы используется турбулентное число Кнудсена, которое в рассматриваемом ниже примере HD-плазмы имеет следующий вид

$$K_{N2}(t) = 964 \sqrt{\frac{E^2}{N_e \Theta_e(t)} \frac{\Theta_H^2(t) + (1/2)\Theta_D^2(t)}{(\Theta_H(t) + \Theta_D(t))^2}} \equiv \frac{E}{E_{NL}(t)}. \quad (1)$$

Здесь  $E$  и  $N_e$  – постоянная напряженность греющего плазму электрического поля и число электронов в единице объема,  $\Theta_\alpha(t) = \kappa_B T_\alpha(t)$  – меняющиеся во времени температуры частиц ( $\alpha = e, H, D$ ) плазмы,  $E_{NL}(t)$  – характерное для ИЗТ значение нелинейного электрического поля. При этом, следуя огрубленной теории ИЗТ [3], мы пренебрегаем различием между температурой ионов и их поперечной температурой.

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет), Москва.

<sup>2</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53. Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия; e-mail: silin@sci.lebedev.ru.

Режиму сильного поля, к которому относится излагаемое ниже, отвечает  $E \gg E_{NL}(t)$ . В оценках примем,  $K_{N_2}(0) = 100 > K_{N_2}(t) > K_{N_2}(t_f) = 10$  и  $5$ , где  $t_f$  – даваемое такой оценкой время окончания нагрева сильным полем. (Материал второй оценки будет приведен в круглых скобках.) Для простоты примем  $\Theta_H(0) = \Theta_D(0)$ . Тогда из (1) имеем  $K_{N_2}(0) \cong 360\sqrt{E^2/N_e\Theta_e(0)}$ . В конце нагрева, считая его сильным для ионов водорода  $\Theta_H(t_f) \gg \Theta_H(0)$  и слабым для ионов дейтерия  $\Theta_D(t_f) \approx \Theta_H(0)$ , что оправдывается ниже, согласно (1) имеем  $K_{N_2}(t_f) \cong 964\sqrt{E^2/N_e\Theta_e(t_f)}$ . Это позволяет нам записать следующее соотношение

$$\begin{aligned} \Theta_e(t_f) &\cong (9300 \text{ (или } 37200)) (E^2/N_e) \approx 7.17 [K_{N_2}(0)/K_{N_2}(t_f)]^2 \Theta_e(0) \approx \\ &\approx [700 \text{ (или } 2800)] \Theta_e(0), \end{aligned} \quad (2)$$

указывающее на то, что при убывании  $K_{N_2}$  в 10 раз в оценочном интервале допустимая оценкой такого изменения температура электронов возрастает более чем в 700 раз (или при 2-ой оценке почти в 3000 раз).

Рассмотрим теперь возможности, определяющиеся в теории ИЗТ уравнениями нагрева частиц. В случае сильного поля нагрев электронов отвечает джоулеву нагреву [2, 3], когда имеет место следующий нелинейный закон Ома:  $j = |e|N_eV_S1.7\sqrt{K_{N_2}}$ . Здесь  $V_S = \omega_L r_{De}$  – скорость длинноволнового ионного звука,  $r_{De}$  – электронный радиус Дебая,  $\omega_L = \sqrt{\omega_{LH}^2 + \omega_{LD}^2}$ , а  $\omega_{L\alpha}$  – ленгмюровская частота ионов сорта  $\alpha$ . Соответственно этому уравнение турбулентного нагрева электронов может быть представлено в виде

$$\frac{d\Theta_e^{3/4}}{d\tau} = 7.43 \left(\frac{E^2}{N_e}\right)^{3/4} \frac{\sqrt{\Theta_H^2 + 0.5\Theta_D^2}}{\Theta_H + \Theta_D}, \quad (3)$$

или  $\frac{d\Theta_e^{3/4}}{d\tau} = 7.43 \left(\frac{E^2}{N_e}\right)^{3/4}$  при  $\Theta_H \gg \Theta_D$ . Здесь  $\tau = \omega_L t$ . Далее для нагрева ионов в условиях сильного поля согласно [4] имеем

$$\frac{d\Theta_\alpha}{dt} = \frac{1.2|e|EN_eV_S\omega_{L\alpha}^2 r_{D\alpha}^4}{N_\alpha(\omega_{L1}^2 r_{D1}^4 + \omega_{L2}^2 r_{D2}^4)}. \quad (4)$$

Из уравнений (4) следует, что  $\Theta_D(t) = 2\Theta_H(t)\Theta_H(0)/[\Theta_H(t) + \Theta_H(0)]$ . Отсюда видно, что при сильном нагреве ионов водорода температура ионов дейтерия возрастает лишь в два раза. Наконец, из (4) для сильно греющихся ионов водорода имеем уравнение

$$\frac{d\Theta_H}{d\tau} = \frac{0.68(E^2/N_e)^{1/2}\Theta_e^{1/2}}{1 + (\Theta_D^2/\Theta_H^2)} \quad (5)$$

или  $\frac{d\Theta_H}{d\tau} = 0.68 \left(\frac{E^2}{N_e}\right)^{1/2} \Theta_e^{1/2}$  при  $\Theta_H \gg \Theta_D$ .

Решение уравнений (3), (5) в приближении сильного нагрева  $\Theta_H \gg \Theta_D$  запишем в виде

$$\Theta_e(\tau) \cong \Theta_e(0) + 14.5(E^2/N_e)\tau^{4/3}, \quad (6)$$

$$\Theta_H(\tau) \cong \Theta_H(0) + 1.55(E^2/N_e)\tau^{5/3}. \quad (7)$$

С помощью формул (2) и (6) определяем время нагрева частиц при изменении  $K_{N2}$  в принятом нами первом интервале оценки, для которого получаем  $\omega_L t_f = \tau_f \cong 127$ . (При второй оценке допустимое оценкой время оказывается больше в  $\sqrt{8}$  раз, т.е.  $\tau_f \cong 360$ .) За это время температура ионов достигает величины  $\Theta_H(127) \cong 5000(E^2/N_e) \approx (1/1.86)\Theta_e(127)$ , то есть достигая  $385\Theta_e(0)$  ( $\Theta_H(360) \approx 2814(E^2/N_e)$ , достигая  $2165\Theta_e(0) \cong 8660\Theta_H(0)$ , где учтено решение уравнения (8) (см. ниже) в начальный момент времени) все еще оставаясь ниже температуры нагреваемых электронов. Подчеркнем, что полученная оценка  $\tau_f$  значительно больше возникающей для режима нагрева HD-плазмы с ионами с одинаковыми температурами [6].

Нам остается убедиться в существовании решений дисперсионного уравнения мод Власова, для принятых параметров нагрева частиц рассматриваемой HD-плазмы, имеющего вид:

$$\frac{1}{A(\tau)} = \frac{1}{2}[\bar{J}(\beta_H(\tau)) - 1] + \frac{1}{2} \frac{\Theta_H(\tau)}{\Theta_D(\tau)} [\bar{J}(\beta_D(\tau)) - 1]. \quad (8)$$

Здесь  $\bar{J}(\beta) = \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{P}{\beta-x} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ , где  $P$  означает главное значение Коши, и

$$A(\tau) = \Theta_e(\tau)/\Theta_H(\tau); \beta_H(\tau) = V_S(\tau)[m_H/\Theta_H(\tau)]^{1/2}, \beta_D(\tau) = V_S(\tau)[2m_H/\Theta_D(\tau)]^{1/2}.$$

В начальный момент времени, когда температуры ионов одинаковы, решение уравнения (8) при максимальном значении левой части отвечает  $\beta_H(0) = 1.84$  и  $A(0) \cong 4.02$ . То есть в формуле (6) можем принять  $\Theta_e(0) \cong 4\Theta_H(0)$ . Наконец, к моменту  $\tau_f \cong 127$ , когда в плазме имеются горячие и холодные ионы, уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\Theta_H(127)}{\Theta_e(127)} = \frac{1}{1.86} = \frac{1}{2}[\bar{J}(\beta_H(127)) - 1] + \frac{1}{4\beta_H^2(127)} \quad (9)$$

и имеет решение  $\beta_H(127) = 0.523$ . (Для  $\tau_f \cong 360$ , когда  $A(360) = 1.32$ , решение уравнения, подобного (9), дает  $\beta(360) \cong 0.464$ .) Тем самым мы убедились в существовании

решения дисперсионного уравнения мод Власова, как отвечающего состоянию полностью ионизованной плазмы с холодными ионами дейтерия, горячими электронами и горячими ионами водорода.

Таким образом, в случае режима турбулентного нагрева горячих и холодных ионов в сильном электрическом поле на примере HD-плазмы с равной концентрацией ионами показано, что температура электронов может возрасти в несколько сотен раз, а температура ионов может увеличиваться более чем в тысячу раз. При второй нашей оценке это возрастание еще больше. В сравнении с режимом сильного нагрева HD-плазмы с равными температурами ионов [6] возникающий выигрыш настоящей работы в нагреве частиц плазмы связан с обнаружением в ней обусловленной наличием холодных ионов возможности более длительного существования ИЗТ в плазме, чем это оказывалось в до сих пор обсуждавшемся режиме турбулентного нагрева плазмы с ионами одинаковой температуры. Рассмотренный пример является типичным для теории ИЗТ, а его рассмотрение открывает путь к отысканию наиболее эффективного способа турбулентного нагрева частиц плазмы. Для очевидности этого подчеркнем, что в нашем рассмотрении ограничение времени нагрева частиц в рассмотренном режиме определяется не нарушением жесткого критерия времени существования ИЗТ, как это происходит, например, в случае ионов с равными температурами, а сравнительно мягким критерием сильного греющего плазму электрического поля. Имеющиеся при этом возможности уже видны на примере использования двух оценочных значений турбулентного числа Кнудсена  $K_{N2}(t_f)$ .

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **102**, 78 (1992).
- [2] В. П. Силин, С. А. Урюпин, Физика плазмы **19**, 894 (1993).
- [3] В. П. Силин, Физика плазмы **37**(5), 498 (2011).
- [4] В. П. Силин, Физика плазмы **38**(9), 826 (2012).
- [5] V. P. Silin, Ukr. J. Phys. **57**, 322 (2012).
- [6] В. Ю. Попов, В. П. Силин, Физика плазмы **40**, 368 (2014).

Поступила в редакцию 20 января 2014 г.