

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ (ЛУЧИСТОЙ) ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ СИЛЬНОТОЧНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ В ПЛОТНЫХ ГАЗАХ

У. Юсупалиев

Предложена модель начальной стадии расширения цилиндрических импульсных сильноточных электрических разрядов в плотных газах в приближении лучистой теплопроводности. На основе однородного распределения давления плазмы в разрядном канале и его постоянства на этой стадии дифференциальные уравнения с частными производными (уравнения непрерывности, Эйлера и нелинейной теплопроводности) этой модели сведены к обыкновенным дифференциальным уравнениям, из решений которых определены пространственно-временные зависимости температуры и плотности плазмы в канале от начальных параметров. Полученные зависимости в пределах ошибки измерения согласуются с опытными данными.

Ключевые слова: импульсные сильноточные электрические разряды в плотных газах, уравнение нелинейной теплопроводности.

К цилиндрическим импульсным сильноточным электрическим разрядам в газах высокого давления $p_0 \geq 10^5$ Па (ИСЭР в плотных газах, далее разряды) относятся мощные искровые разряды (длиной $l_0 = 0.3 - 50$ см) [1–7] и длинные излучающие разряды ($l_0 \leq 100$ см) [8–11]. Последние разряды создаются с помощью электрического взрыва достаточно тонких проволочек (диаметром $\varnothing \leq 0.1$ мм).

Структура таких разрядов экспериментально изучалась в работах [1, 7, 9]. В нашей работе [12] на опыте проведено уточнение структуры разрядов: исследовано влияние их УФ-излучения (фотодиссоциации, фотоионизации, фотовозбуждения) на окружающий газ с целью установления механизма их расширения по плотному газу. На основе

опытных данных работ [1, 7, 9, 12] установлена следующая структура ИСЭР в плотных газах: центральный разрядный–токовый канал с плотной оболочкой, ударная волна (УВ) и возбужденный, диссоциированный, слабоионизованный газ перед фронтом УВ (рис. 1).

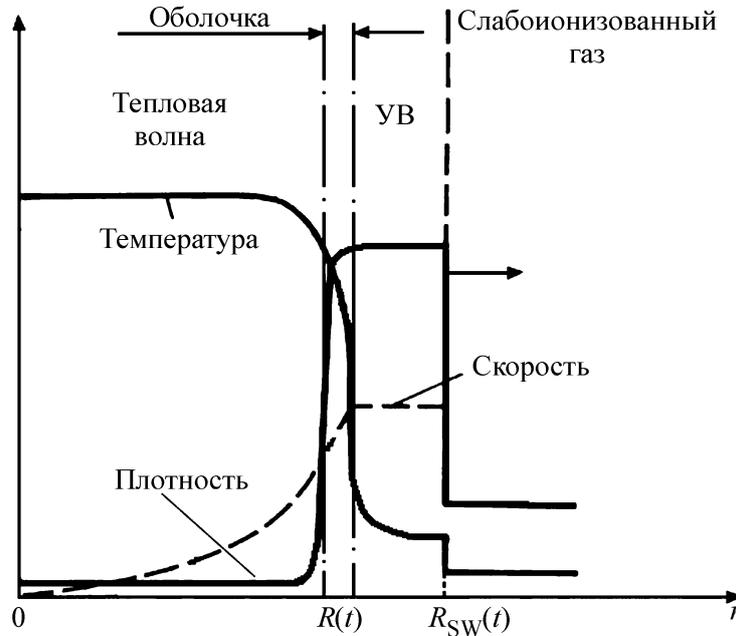


Рис. 1: Качественная картина структуры (радиального распределения газодинамических величин) импульсных сильноточных электрических разрядов в плотных газах в некоторый момент времени.

На опыте достаточно подробно исследованы закономерности зависимостей основных характеристик разрядов от времени t [4–11]. А что касается закономерностей радиальных распределений температуры $T(r)$ и плотности $\rho(r)$ плазмы в разрядах, то они изучались экспериментально только в некоторых работах, например, в [1, 7, 9, 13], что связано с трудностью реализации экспериментальных методов определения этих распределений.

Теоретические модели описания расширения ИСЭР в плотных газах предложены авторами работ [7, 8, 10, 14–17]. Заметим, что в этих моделях пространственные распределения характеристик разрядов не определялись и энергия ΔI , затраченная на ионизацию вовлекаемого в разряд газа, не учитывалась. Однородная модель расширения разрядного канала с плотной оболочкой рассмотрена Брагинским С. И. [15]. В рамках этой модели получена формула для радиуса канала искры R в зависимости от

разрядного тока $J(t)$ и времени t . Температура канала в этой работе не определялась из-за отсутствия надежных данных по излучению воздушной плазмы. Впоследствии модель Брагинского усовершенствовалась неоднократно [16, 17].

Модели, предложенные в работах [7, 14–17], не применимы для излучающих разрядов (оптически непрозрачной плазмы). Модель расширения таких разрядов была развита авторами работ [8, 10] при предположениях, позволяющих применить автоматический подход к решению газодинамической задачи в приближении лучистой теплопроводности. В отличие от вышеуказанных моделей уравнение состояния было выбрано в виде

$$p = (\gamma_{\text{eff}} - 1)A_D \cdot \rho \cdot T, \quad (1)$$

а коэффициент лучистой теплопроводности $\chi_R(\rho, T) = (16/3)\sigma_0 l_p(\rho, T)T^3 = (\chi_{R0}T^{m+3})/\rho^n$, где p, ρ, T, ϵ и γ_{eff} – давление, плотность, температура, удельная энергия и эффективный показатель адиабаты плазмы соответственно, A_D – удельная теплоемкость плазмы, $\epsilon = A_D \cdot T$ (Дж/кг), σ_0 – постоянная Стефана–Больцмана, $l_p(\rho, T) = b \cdot T^m/\rho^n$ – росселандов пробег фотонов в плазме, b – размерный коэффициент ($m = 1.3 - 3.0, n = 1.5 - 2.0$). Величины A_D и γ_{eff} рассчитывались с учетом процессов ионизации и диссоциации. Получены формулы для радиуса $R(t)$ и температуры $T(t)$ разрядного канала. Для согласования расчётной величины $T(t)$ с опытными данными авторам работ [8, 10] пришлось уменьшить значение коэффициента $\chi_R(\rho, T)$ в 20–30 раз вследствие отсутствия надежных данных для росселандова пробега фотонов.

Несмотря на давнюю историю исследований ИСЭР в плотных газах, их временно-пространственные распределения характеристик определены только численными методами в различных приближениях [18–20], результаты которых не согласуются с опытными данными. Разумеется, для их определения можно снова воспользоваться численными методами, однако предпочтительнее иметь дело с аналитическими решениями, так как они нагляднее демонстрируют закономерности исследуемого явления и могут помочь установить новые, ранее неизвестные его закономерности. Данное сообщение как раз и посвящено установлению таких зависимостей и определению временно-пространственных распределений характеристик таких разрядов.

Модель расширения разряда. Рассматривается разряд, обладающий цилиндрической симметрией, т.е. его характеристики не зависят от координаты φ . Модель построим при следующих предположениях, которые следуют из опытных данных.

1. После завершения электрического пробоя рабочего газа разрядов образуется узкий центральный канал проводимости с радиусом $R_{\text{in}} \sim 10^{-3}$ м и начинается рост

тока $J(t)$, что вызывает появление скин-эффекта. При характерных величинах удельной проводимости разряда $\sigma \sim 10^2 - 10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$ на начальной стадии его развития для момента времени $t \sim 1$ мксек толщина скин-слоя $\delta_{\text{skin}} = \sqrt{t/(\pi\mu_0\sigma)}$ составляет $\sim (1.5 - 5.0) \cdot 10^{-2}$ м и получим, что $\delta_{\text{skin}}/R_{\text{in}} \sim 15 - 50$. То есть можно считать электрическое поле постоянным по сечению канала.

2. Брагинским С. И. установлена следующая связь между давлением плазмы в канале p и магнитным давлением разрядного тока p_M : $p \sim p_M \cdot (\delta_{\text{skin}}/R_{\text{in}})^2$ [15]. Из этой связи видно, что магнитное давление p_M можно считать несущественным ($p_M \ll p$) для динамики развития разрядов тогда же, когда можно пренебрегать скин-эффектом (при $\delta_{\text{skin}} \gg R_{\text{in}}$). Таким образом, на начальной стадии развития ИСЭР в плотных газах токовый (разрядный) канал расширяется.

3. Скорость расширения канала $V_d \equiv dR/dt \equiv \dot{R}(t)$ пренебрежимо мала по сравнению со скоростью изотермического звука c_{it} в горячей области разряда ($dR/dt \ll c_{\text{it}}$, так как, согласно опытным данным [1–11], $V_d \sim (0.4 - 4.0) \cdot 10^3$ м/с; $c_{\text{it}} \sim (3.5 - 20.0) \times 10^3$ м/с). В этом приближении скорость V_d совпадает со скоростью газа v_{SW} за фронтом УВ: разрядный канал является “поршнем” УВ.

4. Давление плазмы p в канале выравнивается за время R/c . Для характерных значений $R \sim 0.5 - 1.0$ см это время оказывается $R/c_{\text{it}} \sim 10^{-7}$ с, что намного меньше времени изменения тока $J(t) \sim 10^{-6} - 10^{-4}$ с. В этом случае давление плазмы распределено **однородно** по сечению канала. Поскольку давление p распределено **однородно** и канал является поршнем УВ, то оно равно давлению за фронтом УВ, которое связано со скоростью поршня – скоростью расширения разрядного канала V_d следующим соотношением

$$p = (\gamma_0 + 1)\rho_0 V_d^2/2 - (\gamma_0 - 1)p_0/(\gamma_0 + 1), \quad (2)$$

где p_0, ρ_0 , и γ_0 – давление, плотности и показателя адиабаты рабочего газа соответственно.

5. Разряд излучает как абсолютно черное тело и поэтому плазма в разряде является оптически **непрозрачной**, что позволяет применить приближение **лучистой теплопроводности**: $R \gg l_p(\rho, T)$ [8, 10, 11].

Система уравнений модели. Для описания начальной стадии расширения разряда в цилиндрической системе координат воспользуемся следующей системой уравнений [8, 10, 11]:

уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial v}{\partial r} + \nu \frac{\partial v}{r} = 0; \quad (3)$$

уравнением Эйлера

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\rho \partial r}; \quad (4)$$

уравнением баланса энергии

$$\epsilon \rho \frac{d}{dt} \ln \left(\frac{T}{\rho^{\gamma-1}} \right) = q(r, t) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \chi_R(\rho, T) \frac{\partial T}{\partial r} \right); \quad (5)$$

уравнением состояния в виде (1); уравнением электрической цепи разряда [11]:

$$U_d(t) = J(t)r_{\text{Om}}(t) + J(t)\frac{dL_d(t)}{dt} + L_d(t)\frac{dJ(t)}{dt}, \quad (6)$$

где v – гидродинамическая скорость, $r_{\text{Om}}(t)$, $L_d(t)$ и $q(r, t)$ – омическое сопротивление, индуктивность и электрическая мощность, выделяемая в единице объема разряда, $U_d(t)$ – падение напряжения на разрядном промежутке. Уравнение (5) представляет собой уравнение нелинейной (лучистой) теплопроводности с нестационарным источником энергии $q(r, t)$. На опыте величины $U_d(t)$ и $J(t)$ измеряются, и потому они заданы.

На границе разрядного канала $r = R(t)$, т.е. одно из **граничных условий** разряда зависит от **времени** t . Величины $R(t)$ и $V_d(t)$ являются интегральными характеристиками разряда (относятся ко всему разряду) и они определяют массу газа, вовлекаемого в разряд, а, следовательно, и его энергетический баланс. Скорость расширения канала $V_d(t)$ из системы уравнений (1), (3)–(6) **не определяется**. Для нахождения скорости $V_d(t)$ сначала нами экспериментально исследовались зависимости $R(t)$ и $V_d(t)$ от интегральных параметров разряда и рабочего газа: начального напряжения $U_d(0) = U_{d0}$ и начальной скорости нарастания разрядного тока $(dJ/dt)_{t=0} = F$ [начальные условия уравнения (6)]; p_0 , ρ_0 , γ_0 , первого потенциала ионизации атома I_{1f} (либо эффективного потенциала ионизации молекулы I_{eff}). Затем, используя однородность распределения давления плазмы в канале, на основе механизма расширения разряда нами в работе [21] получено дифференциальное уравнение для радиуса $R(t)$, из решения которого определена начальная скорость расширения разрядного канала V_{ind} в зависимости от безразмерной обобщенной переменной Ξ_d ИСЭР в плотных газах

$$V_{\text{ind}} = c_0 \sqrt{\frac{B}{2\gamma_0 A_d} \left(\sqrt{1 + 2\Xi_d} - 1 \right)}, \quad (7)$$

где c_0 – скорость звука в рабочем газе с температурой kT_0 (в энергетических единицах),

$$\Xi_d = \left[\frac{U_{d0} F \rho_0 A_d}{l_0 p_0^2 B^2} \right], \quad A_d = \pi \left[\left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}} - 1} \right) \left(\frac{\gamma_0 + 1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right],$$

$$B = \pi \left[\frac{I_{\text{eff}}}{kT_0} - \left(\frac{1}{\gamma_{\text{eff}} - 1} \right) \left(\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \right) - \frac{1}{\gamma_0 - 1} - \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 + 1} \right].$$

Эта формула согласуется с опытными данными, полученными нами и другими исследователями в разное время на разных экспериментальных установках [2, 3, 5, 8, 10–12].

Поскольку величины $R(t)$ и $V_d(t)$ являются интегральными характеристиками разряда, то решение системы уравнений (1), (3)–(6) будем искать в виде:

$$T(t, r) = \Pi(t)\tau(\xi), \quad \rho(t, r) = M(t)g(\xi), \quad v(t, r) = \dot{R}(t)u(\xi), \quad (8)$$

где $\xi = r/R(t)$ – автомодельная переменная. После подстановки (8) в систему (1), (3)–(6) и приведения её к безразмерному виду получим следующую систему уравнений:

$$\frac{g'(\xi)}{g(\xi)}[u(\xi) - \xi] + u'(\xi) + \frac{u(\xi)}{\xi} + \frac{\dot{M}(t)R(t)}{M(t)\dot{R}(t)} = 0, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\dot{R}(t)}{c(t)} \right)^2 g(\xi) \left[\frac{R(t)\ddot{R}(t)}{[\dot{R}(t)]^2} u(\xi) + [u(\xi) - \xi] \frac{u'(\xi)}{u(\xi)} \right] = -\frac{\partial}{\partial \xi} [\tau(\xi)g(\xi)], \quad (10)$$

$$[g(\xi)\tau(\xi)] \left\{ \frac{\dot{\Pi}(t)R(t)}{\Pi(t)\dot{R}(t)} - (\gamma_{\text{eff}} - 1) \frac{\dot{M}(t)R(t)}{M(t)\dot{R}(t)} + [u(\xi) - \xi] \left[\frac{\tau'(\xi)}{\tau(\xi)} - (\gamma_{\text{eff}} - 1) \frac{g'(\xi)}{g(\xi)} \right] \right\} + \quad (11)$$

$$+ \left[\frac{\chi_{R0}\Pi^{m+3}(t)}{A_D M^{n+1}(t)R(t)\dot{R}(t)} \right] \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi \left[\frac{\tau^{m+3}(\xi)}{g^n(\xi)} \right] \frac{\partial \tau(\xi)}{\partial \xi} \right\} = \frac{q(t, r)R(t)}{A_D M(t)\Pi(t)\dot{R}(t)},$$

$$p = (\gamma_{\text{eff}} - 1)A_D M(t)\Pi(t)[g(\xi)\tau(\xi)], \quad (12)$$

где штрих означает дифференцирование по ξ , а точка – дифференцирование по t .

Граничные условия к системе уравнений (8)–(11) формулируются следующим образом

$$\tau(0) = 1; \quad g(0) = 1; \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = 0; \quad u(0) = 0; \quad \tau(1) = \tau_1; \quad u(1) = 1. \quad (13)$$

Начальные условия модели имеют следующий вид:

$$\Pi(0) = T_{\text{in}}; \quad M(0) = \rho_{\text{in}}; \quad R(0) = R_{\text{in}}; \quad \left(\dot{R}(t) \right)_{t=0} = V_{\text{ind}}, \quad (14)$$

где T_{in} и ρ_{in} – начальные температура и плотность плазмы на оси разрядного канала, R_{in} – начальный радиус этого канала. Значение величины τ_1 будет определено ниже.

Как видно из этой системы уравнений, в ней появились безразмерные комплексы, одна часть которых зависит только от времени t , например,

$$\pi_1 \equiv \frac{\dot{M}(t)R(t)}{M(t)\dot{R}(t)}, \quad \pi_2 \equiv \frac{R(t)\ddot{R}(t)}{[\dot{R}(t)]^2}, \quad \pi_3 \equiv \frac{\dot{\Pi}(t)R(t)}{\Pi(t)\dot{R}(t)},$$

а другая – только от координаты ξ . В уравнении (9) разделяются переменные:

$$\frac{\dot{M}(t)R(t)}{M(t)\dot{R}(t)} = C_1, \quad (15a)$$

$$-\frac{g'(\xi)}{g(\xi)}[u(\xi) - \xi] - u'(\xi) - \frac{u(\xi)}{\xi} = C_1, \quad (15b)$$

где C_1 – константа разделения.

Поскольку на начальной стадии расширения разряда давление плазмы \mathbf{p} в канале распределено **однородно**, то оно не зависит от координаты ξ , т.е. из уравнения (10) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial \xi}[\tau(\xi)g(\xi)] = 0. \quad (16)$$

Если правая часть уравнения (10) равна нулю, то и левая часть равна нулю:

$$\frac{R(t)\ddot{R}(t)}{[\dot{R}(t)]^2}u(\xi) + [u(\xi) - \xi]u'(\xi) = 0, \quad (17)$$

так как на начальной стадии расширения разряда и стадии его основного энерговыделения выражение $\left(\dot{R}(t)/c(t)\right)^2 g(\xi) \neq 0$. Используя граничные условия $\tau(0) = 1$ и $g(0) = 1$, проинтегрируем уравнение (16):

$$\tau(\xi)g(\xi) = 1. \quad (18)$$

В уравнении (17) разделяются переменные:

$$[u(\xi) - \xi]\frac{u'(\xi)}{u(\xi)} = C_2, \quad (19a)$$

$$\frac{R(t)\ddot{R}(t)}{[\dot{R}(t)]^2} = C_2. \quad (19b)$$

Из уравнения (19a) с граничным условием $u(1) = 1$ определим значение константы разделения: $C_2 = 0$. Тогда решением уравнения (19a) при $u(0) = 0$, $u(1) = 1$ является функция

$$u(\xi) = \xi, \quad (20)$$

а уравнение (19b) с начальными условиями $R(0) = R_{\text{in}}, V_d = V_{\text{ind}}$ имеет следующее решение:

$$R(t) = R_{\text{in}} + V_{\text{ind}}t. \quad (21)$$

Начальная скорость расширения канала V_{ind} определяется формулой (7). Решение (20) представляет собой пространственное распределение газодинамической скорости частиц плазмы.

С учётом решения (20) и граничного условия $u(1) = 1$ из уравнения (15b) находим значение константы разделения C_1 :

$$\frac{\dot{M}(t)R(t)}{M(t)\dot{R}(t)} = C_1 = -2. \quad (22)$$

При известном значении константы C_1 уравнение (15a) с начальными условиями $M(0) = \rho_{\text{in}}$ и $R(0) = R_{\text{in}}$ имеет решение – зависимость плотности плазмы канала на его оси от $R(t)$:

$$M(t) = \rho_{\text{in}} \left(\frac{R_{\text{in}}}{R(t)} \right)^2. \quad (23)$$

Согласно опытным данным, на начальной стадии расширения разряда $t < \sqrt{L_K C}$ давление плазмы в канале остается постоянным. Из этого опытного факта определим значение безразмерного комплекса π_3 в уравнении (11). Для этого продифференцируем уравнения состояния (12) по времени и с учетом $(\gamma_{\text{eff}} - 1)A_D[g(\xi)\tau(\xi)] \neq 0$ получим:

$$\frac{\dot{\Pi}(t)}{\Pi(t)} = -\frac{\dot{M}(t)}{M(t)}. \quad (24)$$

Правую часть соотношения (24) определим из уравнения (22) и, подставив ее в (24), найдем значения безразмерного комплекса:

$$\pi_3 = \frac{\dot{\Pi}(t)R(t)}{\Pi(t)\dot{R}(t)} = C_3 = 2. \quad (25)$$

При известной зависимости $M(t)$ (23) из уравнения состояния с учетом соотношения (2) определим зависимость температуры плазмы на оси разрядного канала от времени

$$\Pi(t) = \frac{p}{(\gamma_d - 1)A_D M(t)}. \quad (26)$$

После подстановки (18), (20), (22) и (25) в уравнение баланса энергии (11) оно примет следующий вид:

$$-\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi [\tau^{m+n+3}(\xi)] \frac{\partial \tau(\xi)}{\partial \xi} \right\} = \frac{q(t, r) R^2(t) M^n(t)}{\chi_{R0} \Pi^{m+4}(t)} - \frac{2\gamma_{\text{eff}} A_D M^{n+1}(t) R(t) \dot{R}(t)}{\chi_{R0} \Pi^{m+3}(t)}. \quad (27)$$

Так как электрическое поле **однородно** по сечению и по длине разряда, то, исходя из этого, можно считать, что плотность вводимой в разряд электрической мощности по сечению канала распределена практически однородно, т.е. величина $q(t, r)$ не зависит от координаты r : $q(t, r) = q(t) = \frac{J(t)U_d(t)}{l_0\pi R^2}$. Тогда правая часть уравнения (27) зависит только от t , а левая – только от ξ , т.е. в нем разделяются переменные:

$$-\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi [\tau^{m+n+3}(\xi)] \frac{\partial \tau(\xi)}{\partial \xi} \right\} = C_4, \quad (28)$$

$$\frac{J(t)U_d(t)M^n(t)}{\pi\chi_{R0}l_0\Pi^{m+4}(t)} - \frac{2\gamma_{\text{eff}}A_D M^{n+1}(t)R(t)\dot{R}(t)}{\chi_{R0}\Pi^{m+3}(t)} = C_4. \quad (29)$$

Дифференциальное уравнение (28) с граничными условиями $\tau(0) = 1$, $\left[\frac{\partial \tau(\xi)}{\partial \xi} \right]_{\xi=0} = 0$, $\tau(1) = \tau_1$ имеет следующее решение:

$$\tau(\xi) = \left[\tau_1^{m+n+4} + \frac{m+n+4}{4} C_4 (1 - \xi^2) \right]^{1/m+n+4}. \quad (30)$$

Используя граничное условие $\tau(0) = 1$, найдем константу $C_4 = (1 - \tau_1^{m+n+4}) \frac{4}{(m+n+4)}$, и тогда искомая безразмерная функция $\tau(\xi)$ имеет следующий вид

$$\tau(\xi) = [\tau_1^{m+n+4} + (1 - \tau_1^{m+n+4})(1 - \xi^2)]^{1/m+n+4}. \quad (31)$$

При известной функции $\tau(\xi) \equiv T(\xi)/T(0)$ из соотношения (18) найдем теперь и радиальное распределение относительной плотности плазмы в разрядном канале

$$g(\xi) \equiv \frac{\rho(\xi)}{\rho(0)} = [\tau_1^{m+n+4} + (1 - \tau_1^{m+n+4})(1 - \xi^2)]^{-1/m+n+4}, \quad (32)$$

где $T(0)$ и $\rho(0)$ – температура и плотность плазмы в центре разрядного канала.

На границе разрядного канала (при $\xi = 1$) плотность равна плотности ионизованного газа за фронтом сильной УВ, т.е. $g(1) = (\gamma_0 + 1)/(\gamma_0 - 1)$. Тогда из (18) получим $\tau(1) = \tau_1 = 1/g(1)$.

На рис. 2 приведены кривые, построенные по формулам (31) и (32), и там же представлены экспериментальные зависимости радиальных распределений относительной температуры $T(t, \xi)/T(t, 0)$ и плотности $\rho(t, \xi)/\rho(t, 0)$ плазмы в разрядном канале ИС-ЭР в воздухе при $p_0 = 10^5$ Па от безразмерной координаты ξ , взятые из работы [7]. При построении универсальных функций $\tau(\xi)$ и $g(\xi)$ для воздушной плазмы, согласно [8, 10], принята формула $l_p(\rho, T) = (bT^{4/3})/\rho^{7/4}$ (см) ($m = 1.33$ и $n = 1.75$). Видно, что

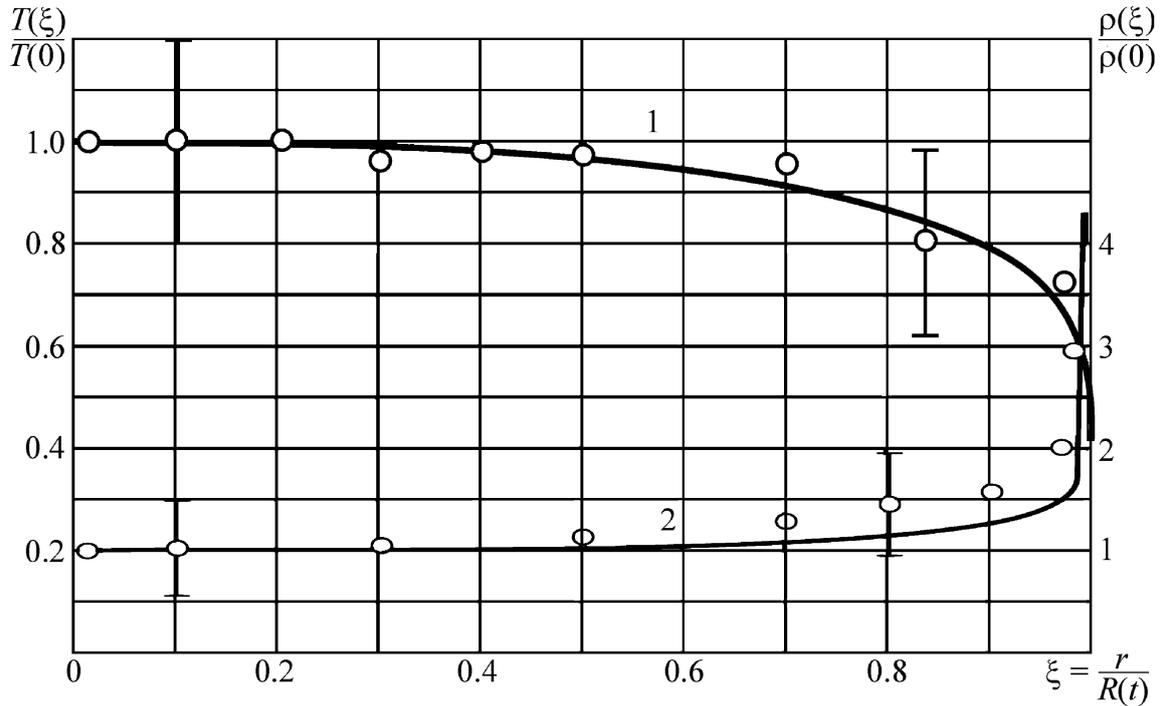


Рис. 2: Радиальные распределения относительной температуры $T(\xi)/T(0)$ (1) и относительной плотности $\rho(\xi)/\rho(0)$ (2) плазмы в разрядном канале ИСЭР в воздухе при $p_0 = 10^5$ Па от безразмерной координаты ξ . Кружки и эллипсы – экспериментальные данные работы [7] при температуре $T(0) \approx 36 \cdot 10^3$ К и плотности $\rho(0) \approx 5.2 \cdot 10^{-3}$ кг/м³ плазмы на оси разряда.

теоретические кривые в пределах ошибки измерений удовлетворительно согласуются с опытными данными.

Таким образом, для начальной стадии расширения ИСЭР в плотных газах получено аналитическое решение уравнения нелинейной (лучистой) теплопроводности с нестационарным источником энергии, согласующее с опытными данными.

Из полученных данных следуют выводы:

1. При представлении температуры, плотности и газодинамической скорости плазмы в разрядном канале в виде (8), где размерные масштабы радиуса $R(t)$, плотности $M(t)$, температуры $\Pi(t)$ и скорости $\dot{R}(t)$ зависят от времени согласно законам (формулам) (21), (23) и (26)), безразмерные отношения $\frac{T(t, r)}{\Pi(t)} = \tau(r/R)$, $\frac{\rho(t, \xi)}{M(t)} = g(r/R)$ и $\frac{v(t, r)}{\dot{R}(t)} = u(r/R)$ являются “универсальными” функциями безразмерной координаты –

автомодельной переменной $\xi = r/R(t)$ (в смысле независимости от времени) [см. формулы (31), (32) и (20)].

2. Согласно формулам (26) и (31), пространственно-временное распределение температуры плазмы в канале определяется формулой

$$T(t, r) = \frac{P}{(\gamma_d - 1)A_D M(t)} \left[\tau_1^{m+n+4} + (1 - \tau_1^{m+n+4}) \left(1 - \left(\frac{r}{R(t)} \right)^2 \right) \right]^{1/m+n+4}. \quad (33)$$

Формула (33) подтверждает наличие характерного для процесса *нелинейной теплопроводности* распределения – профиля температуры, изменяющегося со временем *подобным образом* в координатах r, T .

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Г. Г. Долгов, С. Л. Мандельштам, *ЖЭТФ* **24**, 691 (1953).
- [2] К. С. Вульфсон, И. Ш. Либин, *ЖЭТФ* **21**, 510 (1951).
- [3] Н. М. Гегечкори, *ЖЭТФ* **21**, 493 (1951).
- [4] К. Фольрат, *Искровые источники света и высокочастотная искровая кинематография* В сб.: *Физика быстропотекающих процессов*. Т.1. (М., Мир, 1971), с. 98.
- [5] Н. Fischer, *Applied Optics* **11**, 899 (1972).
- [6] И. С. Маршак, А. С. Двойников, В. П. Кирсанов и др., *Импульсные источники света*, под ред. И.С. Маршака (М., Энергия, 1978).
- [7] Ю. К. Бобров, *ЖТФ* **44**, 2340 (1974).
- [8] Б. Л. Борович, В. С. Зуев, В. Б. Розанов и др., *Труды ФИАН СССР* **76**, 3 (1974).
- [9] С. И. Андреев, С. Н. Леонов, Р. А. Лиуконен, *ЖТФ* **46**, 981 (1976).
- [10] Б. Л. Борович, В. С. Зуев, В. Б. Розанов и др., *Сильноточные излучающие разряды и газовые лазеры с оптической накачкой*, В сб.: *Итоги науки и техники, Сер. Радиотехника*, (М., ВИНТИ, 1978), с. 79.
- [11] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Физика сильноточных электроразрядных источников света* (М., Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2012).
- [12] У. Юсупалиев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **36**(8), 33 (2009).
- [13] D. Meiners and W. Weber, *Z. Naturforsch* **27a**, 11, 1601 (1972).
- [14] С. И. Драбкина, *ЖЭТФ* **21**, 473 (1951).
- [15] С. И. Брагинский, *ЖЭТФ* **34**, 1548 (1958).
- [16] С. Н. Колгатин, *ЖТФ* **65**, 10 (1995).
- [17] С. И. Баранник, С. Б. Биссерман, А. Н. Лукин, *ЖТФ* **44**, 2340 (1974).
- [18] В. Я. Гольдин, Н. Н. Калиткин, В. Б. Розанов и др., *Препринт ИМП N 36, АН СССР*, 1971.

- [19] А. А. Волосевич, В. Б. Розанов, Б. Н. Четверушкин и др., Препринт ИМП N 40, АН СССР, 1971.
- [20] Ю. К. Бобров, В. В. Вихрев, И. И. Федотов, *Физика плазмы* **14**, 1222 (1988).
- [21] У. Юсупалиев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **36**(8), 44 (2009).

Поступила в редакцию 22 августа 2014 г.