

УДК 533.9.12:538.94

## ВОЛНОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В КРИОГЕННОЙ ПЛАЗМОПОДОБНОЙ СРЕДЕ С ВЫРОЖДЕННЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

В. К. Битюков<sup>1</sup>, А. А. Рухадзе<sup>2,3</sup>

*Вычислено общее выражение потенциала взаимодействия между электронами в плазмopodobной среде (газовая плазма, плазма полупроводников) с вырожденными электронами (с легкими носителями отрицательного заряда). Показано, что на малых расстояниях (меньше или порядка дебаевского радиуса) взаимодействие электронов имеет обычный кулоновский вид с дебаевской экранировкой поля. На расстояниях же, намного превосходящих дебаевский радиус, отталкивание электронов ослабевает, и доминирующим становится притяжение, которое обусловлено волновым взаимодействием электронов вследствие обмена ионно-звуковыми волнами. Показано, что потенциал волнового взаимодействия спадает с расстоянием как  $1/r^3$ . Обсуждается возможность образования связанного состояния двух электронов (“куперовской пары”) в поле такого потенциала в указанных средах.*

**Ключевые слова:** криогенная плазма, полупроводник, куперовские пары.

1. *Введение.* Сначала мы рассмотрим условия существования “ионно-звуковых” волн в полупроводнике (либо в газовой плазме) при криогенных температурах, когда электроны (легкие отрицательные носители заряда) вырождены и выполнены неравенства

$$v_{Fe} = \sqrt{\varepsilon_{Fe}/m^*} \gg \omega/k \gg \sqrt{\varepsilon_+/m_+}. \quad (1.1)$$

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики”, 119454 Россия, Москва, пр-т Вернадского, 78.

<sup>2</sup> ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: rukh@fpl.gpi.ru.

<sup>3</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет), МФТИ, 141700 Россия, Долгопрудный, Московская область, Институтский пер., 9.

Здесь  $v_{Fe}$  и  $\varepsilon_{Fe}$  – скорость Ферми и энергия Ферми электронов с эффективной массой  $m^*$  намного меньше массы свободного электрона,  $m^* \approx 0.03m$ ,  $m_+$  и  $\varepsilon_+$  – масса и энергия положительных носителей заряда (дырок), причем  $m_+ \approx m$ , а  $\omega/k$  – фазовая скорость волны. Дырки могут быть как вырожденными, так и не вырожденными, а электроны вырождены, т.е.

$$\varepsilon_{Fe} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_e^{2/3}}{2m^*} \gg KT. \quad (1.2)$$

Здесь  $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27}$  эрг·с – постоянная Планка,  $K = 1.38 \cdot 10^{-16}$  эрг/гр – постоянная Больцмана, а  $n_e$  – плотность электронов. При  $T_e < 100$  К условие (1.2) хорошо выполняется при плотности  $n_e > 10^{17}$  см $^{-3}$ , что характерно для большинства полупроводников. Таким образом, при  $T_e \leq 10$  К условие вырождения электронов в полупроводниках легко реализуется. Что же касается положительных носителей заряда, то для их вырождения требуются значительно более жесткие условия. Поэтому их распределение мы считаем произвольным.

При выполнении неравенств (1.1) спектр частот “ионно-звуковых” волн определяется нулями продольной диэлектрической проницаемости [1]:

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \frac{1}{k^2 r_{De}^2} \left( 1 + i \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{k v_{Fe}} \right) - \frac{\omega_{L+}^2}{\omega^2} = 0. \quad (1.3)$$

Здесь  $r_{De} = \sqrt{v_{Fe}^2 / 3\omega_{Le}^2}$  – дебаевский радиус электронов, причем  $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e / m^*}$  – их ленгмюровская частота, а  $\omega_{L+} = \sqrt{4\pi e^2 n_+ / m_+}$  – ленгмюровская частота дырок (либо ионов), причем принято, что  $n_+ = n_e$ , а  $\omega$  и  $k$  – частота и волновой вектор “ионно-звуковой” волны.

Из уравнения (1.3) находим спектр частот слабозатухающей волны ( $\omega \rightarrow \omega + i\delta$ )

$$\omega^2 = \frac{\omega_{L+}^2}{1 + 1/k^2 r_{De}^2}, \quad \frac{\delta}{\omega} = -\frac{3\pi m_+}{4m^*} \frac{\omega^3}{k^3 v_{Fe}^3} \ll 1. \quad (1.4)$$

В длинноволновой области спектр частот (1.4) имеет акустический вид:  $\omega = k v_s = k v_{Fe} \sqrt{m^*/m}$ , а в коротковолновой области он принимает колебательный вид  $\omega^2 = \omega_{L+}^2$ .

2. Потенциал волнового взаимодействия электронов в полупроводнике. Рассмотрим поле, создаваемое в рассматриваемой среде пробным электроном среды, движущимся со скоростью  $\vec{v}_0$ ,  $v_0 = v_{Fe}$ . Потенциал поля на расстоянии  $\vec{r}$  от пробного электрона дается выражением [1, 2]:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{4\pi e}{(2\pi)^3} \int d^3 \vec{k} \frac{\exp(i\vec{k}\vec{r})}{k^2 \varepsilon^l(\vec{k}\vec{v}, k)}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\varepsilon^l(\omega, k)$  – диэлектрическая проницаемость вырожденной плазмы [1, 2]. Однако основной вклад в интеграл дают области, в которых величина  $\varepsilon^l(\omega, k)$  близка к нулю. Это области существования собственных плазменных волн – высокочастотной ленгмювской и низкочастотной ионно-звуковой. Из них преобладающий вклад дает область, в которой  $\varepsilon^l(\omega, k)$  определяется формулой (1.3) (см. [2]). Пусть на этом же расстоянии  $\vec{r}$  от пробного электрона с такой же скоростью  $\vec{v}_0$  движется второй электрон. Потенциальная энергия взаимодействия этого электрона с пробным электроном, очевидно, будет равна

$$U(\vec{r}) = e\varphi(\vec{r}) = \frac{4\pi e^2}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{k} \frac{\exp(i\vec{k}\vec{r})}{k^2 \varepsilon^l(\vec{k}\vec{v}, k)}. \quad (2.2)$$

Подставляя выражение (1.3) в (2.2), после несложных вычислений получим:

$$U(r) = \frac{e^2}{\pi} \int_0^\infty dk \int_{-1}^1 dx \frac{\exp(ikrx)}{1 + \frac{1}{k^2 r_{De}^2} - \frac{a^2}{k^2 r_{De}^2} \frac{1}{x^2} + i\beta}. \quad (2.3)$$

Здесь введены обозначения:  $a^2 = m^*/3m_+ \approx 0.01$ ,  $\beta = \pi\omega/2k^2 r_{De}^2 kv_{Fe} \rightarrow +0$ . Учет последнего условия позволяет записать интеграл (2.3) в виде:

$$\begin{aligned} U(r) &= \frac{e^2}{\pi} \int_0^\infty dk \int_{-1}^1 dx \frac{k^2 r_{De}^2}{1 + k^2 r_{De}^2} \frac{x^2 \exp(ikrx)}{x^2 - x_0^2 + i0} = \\ &= \frac{e^2 r_{De}^2 a}{r^3} \int_0^\infty y^2 dy \sin\left(\frac{ay}{\sqrt{1+y^2 r_{De}^2/r^2}}\right) \frac{1}{(1 + y^2 r_{De}^2/r^2)^{3/2}}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $x_0^2 = a^2/(1 + k^2 r_{De}^2)$ .

Интеграл (2.4) берется точно только численно. Аналитически его можно вычислить в двух противоположных пределах:

а) в пределе малых расстояний  $r \leq r_{De}$ , или ( $kr_{De} \geq 1$ ) имеем:

$$U(r) = \frac{e^2}{r} \exp(-r/r_{De}). \quad (2.5)$$

Этот результат соответствует известной дебаевской экранировке взаимодействия на расстояниях, превышающих дебаевский радиус электронов. В этом пределе обменным взаимодействием электронов пренебрегается. На больших расстояниях, много превышающих дебаевский радиус, волновое взаимодействие между электронами становится определяющим. И поэтому

б) в пределе больших расстояний, когда  $kr_{De} \ll 1$ , из (2.4) получаем:

$$U(r) = \frac{e^2}{r} \frac{r_{De}^2}{a^2 r^2} \int_0^\infty z^2 dz \sin z = -\frac{2r_{De}^2}{a^2 r^3}. \quad (2.6)$$

Из выражения (2.6) видно, что потенциал волнового взаимодействия на больших расстояниях приводит к притяжению двух электронов в рассматриваемой среде. Если записать интерполяционную формулу для потенциала взаимодействия электронов в виде суммы выражений (2.5) и (2.6)

$$U(r) = \frac{e^2}{r} \exp(-r/r_{De}) - \frac{2e^2 r_{De}^2}{a^2 r^3}, \quad (2.7)$$

то легко показать, что притяжение электронов преобладает над отталкиванием на всех расстояниях  $r > r_{De}$ , для которых применима формула (2.6). На такой длине затухание “ионно-звуковой” волны, обеспечивающей волновое взаимодействие электронов, пренебрежимо мало.

3. *Потенциал волнового взаимодействия электронов в криогенной электронно-ионной плазме.* В этом разделе мы перенесем полученные выше теоретические результаты на случай низкотемпературной (криогенной) плазмы с вырожденными электронами. Масса ионов в плазме много больше массы электронов  $M \gg m$ . Масса электрона в плазме также намного больше массы легких носителей в полупроводнике, а поэтому вырождение электронов в криогенной плазме наступает при более низких температурах. Так, при температуре  $T \approx 10$  К электроны оказываются вырожденными при плотности  $n_e > 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , что и будет принято ниже при оценках.

Все вычисления с точностью до обозначений совпадают с проведенными выше. В результате для потенциала взаимодействия получим формулу (2.4), в которой следует изменить только одно введенное обозначение:  $a^2 = m/3M \leq 1.6 \cdot 10^{-4}$ . Естественно, неизменными остаются и формулы (2.5) и (2.6), а также интерполяционная формула (2.7). Однако роль волнового взаимодействия проявляется в случае плазмы значительно больше, поскольку значительно меньше величина  $a^2$ . Притяжение преобладает над кулоновским отталкиванием при любом  $r > r_{De}$ .

4. *Обсуждение результатов.* Из проведенного выше анализа следует, что в полупроводнике и в газовой электронно-ионной плазме с вырожденными электронами, в которых возможно распространение слабозатухающих ионно-звуковых волн, волновое взаимодействие между электронами может привести к притяжению электронов. Роль такого взаимодействия в неизотермической электронно-ионной плазме в релаксационных процессах исследована уже давно и довольно подробно [2, 3]. Более того, именно волновое

взаимодействие электронов, обусловленное электрон-фононным (кристаллическим звуком) обменом объясняет сверхпроводимость в металлах [4]. В металлах волновое взаимодействие ответственно за образование куперовских пар – связанных пар электронов. При этом, однако, в металлах для определения константы электрон-фононного взаимодействия прибегают к независимым экспериментальным (недостаточно определенным) данным. В рассматриваемых же нами примерах полупроводника константа такого взаимодействия точно определена – это заряд электрона. В этом смысле формула (2.4) и следующие из нее формулы (2.6) и (2.7) более обоснованы. Поэтому резонно поставить вопрос: может ли в полупроводнике и электронно-ионной плазме с вырожденными электронами реализоваться сверхпроводящее состояние с куперовскими парами?

Согласно оценкам, проведенным в разделах 1 и 3, при  $n_t \geq 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (плотность, характерная как для газовой плазмы, так и для полупроводников) электроны оказываются вырожденными при  $T_e \leq 10 \text{ К}$ . Поэтому можно считать, что условия для возникновения сверхпроводимости как в полупроводниках, так и криогенной электронно-ионной плазме вполне реальны. Вместе с тем, условие выполнения газового приближения, когда выполняются и неравенства (1.1), обеспечивающие существование ионно-звуковых волн, записывается в виде [1]:

$$e^2 n_e^{1/3} < \varepsilon_{Fe}. \quad (4.1)$$

Это условие, при учете указанных выше неравенств для реализации обменного притяжения и образования связанных состояний электронов в полупроводниках, выполняется с небольшим запасом. В дебаевской сфере оказывается всего несколько электронов. Но именно благодаря этому эффективная масса электрона намного меньше массы свободного электрона:  $m^* \approx 0.03m$ . Возможно, в указанных условиях электронная компонента полупроводника образует электронную ферми-жидкость. И в таком случае следует развивать другую теорию. Отметим, однако, что “ионно-звуковые” волны существуют и в электронной жидкости [4, 5]. Остается надеяться, что при  $r \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ см} \geq 5r_{De} \approx r_{av} \approx n_e^{-1.3}$  возможно образование связанной пары электронов согласно (2.7) с энергией связи порядка  $10^{-3} \text{ эВ}$ , что обеспечит возникновение сверхпроводящего состояния при  $T_e \approx 10 \text{ К}$ . Наконец, добавим, что плотность связанных (куперовских) пар мала по сравнению с плотностью электронов, и это следует из неравенства

$$n_k/n_e \approx T/3\varepsilon_{Fe} \ll 1. \quad (4.2)$$

Что касается газовой плазмы, то в ней волновое взаимодействие столь сильное, что оно уже на расстояниях, в 2-3 раза превосходящих дебаевский радиус, способно обра-

зовать связанную пару электронов. Проблема для реализации сверхпроводящего состояния здесь состоит в поддержании плотности при криогенных температурах: как сохранить плотность и удержать плазму от рекомбинации. Эта проблема технически решается, но она выходит за рамки рассматриваемой задачи, и мы отсылаем читателя к специальной литературе [6].

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред* (М., Атомиздат, 1961).
- [2] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Лекции по электродинамике плазмopodobных сред* (М., изд. МГУ, 1999).
- [3] Л. М. Горбунов, *Введение в нелинейную электродинамику плазмы* (М., РИИС ФИАН, 2009).
- [4] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика* (М., Наука, 1982).
- [5] Н. П. Коваленко, Ю. П. Красный, С. А. Тригер, *Статистическая теория жидких металлов* (М., Наука, 1990), глава 7.
- [6] С. А. Антипов, *Криогенная плазма газового разряда* (М., Янус-К, 2011).

Поступила в редакцию 27 августа 2014 г.