

ОБ ОДНОЙ ЗАКОНОМЕРНОСТИ МНОГОКРАТНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

У. Юсупалиев

*На основе опытных данных и численных расчетов определены значения отношения энергии I , затраченной на ионизацию плазмы, к её тепловой энергии E_{heat} ($\pi_{\text{ion}} = I/E_{\text{heat}}$) в области многократной равновесной ионизации газов (He, Ne, Ar, Kr, Xe, N₂, F, C и воздуха). Установлено, что для заданной величины концентрации исходных частиц (атомов, молекул) n при изменении температуры плазмы T значение отношения π_{ion} остаётся **постоянным** ($\pi_{\text{ion}} = \text{const} = C_{\text{ion}}$). Величина постоянной C_{ion} зависит от рода газа и его концентрации n : чем больше масса атома и меньше n , тем больше C_{ion} . Показано, что в диапазоне варьирования концентрации $n \approx 10^{23} - 10^{26} \text{ м}^{-3}$ при степени равновесной ионизации $\alpha_e > 1$ значение этой постоянной снижается от ~ 3.0 до 1.4.*

Ключевые слова: многократно ионизованная плазма, термическая ионизация.

Введение. Известно [1], что при низкой степени ионизации плазмы α_e ($\alpha_e \ll 1$) с её ростом объемная плотность энергии $I = \alpha_e I_1 n$, затраченной на её ионизацию, увеличивается (I_1 – первый потенциал ионизации атома). Уже при $\alpha_e \sim 0.05 - 0.07$ величина I сравнивается с объемной плотностью тепловой энергии плазмы E_{heat} , а при дальнейшем росте α_e энергия I становится больше тепловой энергии. Естественно, возникает вопрос: каково соотношение между этими энергиями в области многократной ионизации ($\alpha_e > 1$)? Плазма с такой степенью ионизации образуется за фронтом сильных ионизирующих ударных волн [2–4]; при облучении поверхности твердой мишени мощным лазерным излучением [4, 5]; в импульсных сильноточных разрядах (ИСЭР) в газах (в цилиндрических Z -пинчах и Θ -пинчах [6]), в расширяющихся ИСЭР в плотных газах [7–9]; в магнитоплазменных компрессорах – МПК-разрядах [10] и в других импульсных

разрядах. Концентрация электронов в плазме, возникающей в этих случаях, достаточно высока ($n_e > 10^{23} \text{ м}^{-3}$) и согласно данным работы [11] такая плазма считается плотной. Ионизация в плотной плазме происходит за счет теплового движения её частиц (процесс термической ионизации). Понятно, что этот процесс происходит совершенно независимо от того, каким путем энергия поступает в плазму – с помощью электрического поля или мощного лазерного излучения [1]. Исходя из этого, можно предположить, что связь между энергиями I и E_{heat} должна существовать.

Согласно [2] энергия I , затраченная на ионизацию газа, определяется выражением:

$$I = n \sum Q_m \alpha_m = n[\alpha_1 I_1 + \alpha_2(I_1 + I_2) + \alpha_3(I_1 + I_2 + I_3) + \dots + \alpha_m(I_1 + I_2 + \dots + I_m)], \quad (1)$$

где $Q_m = I_1 + I_2 + \dots + I_m$ – энергия, затраченная для отрыва от атома m электронов, I_2 и I_m – второй и m -ый потенциалы ионизации атомов, $\alpha_1 = n_1/n$, $\alpha_2 = n_2/n$, $\alpha_3 = n_3/n$ и $\alpha_m = n_m/n$ – доли одно-, дву-, трех- и m -кратно ионизованных атомов. Концентрации ионов различной кратности ионизации связаны между собой условиями сохранения числа атомов:

$$\sum_m n_m = n, \quad \sum_m \alpha_m = 1 \quad (2)$$

и числа зарядов:

$$\sum_m m n_m = n_e, \quad \sum_m m \alpha_m = \alpha_e. \quad (3)$$

Из (1) следует, что для нахождения энергии I требуется знание ионизационного состава плазмы ($\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$). Такой её состав определяется из системы уравнений Саха, дополненной условиями (2) и (3), которая решается только численными методами для каждой пары значений величин T и n [2, 3, 12–14]. Конечно, при современном уровне вычислительных методов проблема сложных численных расчетов утрачивает свою остроту. Но, тем не менее, для практических целей целесообразно иметь простые приближенные методы и формулы, которые позволили бы быстро вычислить энергию I в области многократной ионизации.

Однако, несмотря на давнюю историю исследования такой плазмы, соотношение между энергиями I и E_{heat} до сих пор остается неизвестным. Из-за отсутствия такового не определены, например, зависимости максимальных температур плазменного шнура Z -пинчей и плазмы, возникающей при воздействии мощного лазерного излучения на поверхность твёрдой мишени, и многое другое. Отсюда возникает необходимость установления связи между энергиями I и E_{heat} при $\alpha_e > 1$, что и является целью данной работы.

1. Экспериментальное определение значения отношения $\pi_{\text{ion}} = I/E_{\text{heat}}$. Ниже рассмотрим два вида цилиндрических ИСЭР в газах: ИСЭР в плотных газах (при давлениях $p_0 \geq 10^5$ Па) и Z-пинчи в газах ($p_0 \sim 133 - 1330$ Па).

ИСЭР в плотных газах. Из опытных данных работ [7, 9] следует, что при достижении предельной температуры T_{LIM} плазма такого разряда ионизована практически двукратно ($\alpha_e \approx 2, \alpha_1 \approx 0, \alpha_2 \approx 1$) и энергия, затраченная на ионизацию атома, равна $I_1 + I_2$. В нашей работе [9] на основе опытных данных для ИСЭР в He, Ne, Ar, Kr, Xe, N₂ и воздухе установлены условия достижения $T_{\text{LIM}}(\Xi \geq \Xi_{\text{LIM(Gas)}})$ и следующая универсальная закономерность:

$$kT_{\text{LIM}} = 0.074(I_1 + I_2), \quad (4a)$$

где Ξ – безразмерная обобщенная переменная разряда, состоящая из его начальных независимых параметров и параметров рабочего газа, $\Xi_{\text{LIM(Gas)}}$ – значение переменной Ξ , при котором достигается T_{LIM} (см. табл. 1). Следовательно, значение отношения π_{ion} при $\Xi \geq \Xi_{\text{LIM(Gas)}}$ равно:

$$\pi_{\text{ion}} = \frac{I_1 + I_2}{(3/2)(1 + \alpha_e)kT_{\text{LIM}}} \approx 3. \quad (4b)$$

Т а б л и ц а 1

Предельные температуры ИСЭР в плотных газах

Газ	Xe	Kr	Ar	воздух	N ₂	Ne	He
T_{LIM} , К	2900–30000	32000– 34000	36000–38000	40000– 43000	40000– 43000	49000	69000
$\Xi_{\text{LIM(Gas)}}$	2.0–3.0	2.6–3.6	4.0–5.0	5.6–6.5	5.6–6.5	6.5	9.5–10.5

Цилиндрический Z-пинч в газах. На опыте нами исследован ионизационный состав плазменного шнура при сжатии Z-пинча в аргоне, результаты определения которого приведены в табл. 2 для различных моментов времени. Из данных табл. 2 следует, что для концентрации исходных атомов $n = 3.53 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ при $\alpha_e \approx 1.1 - 2.9$ значение отношения π_{ion} с повышением температуры плазмы (с $24 \cdot 10^3$ К до $54 \cdot 10^3$ К) практически остается постоянным ($\pi_{\text{ion}} \approx 2.9 - 3.1$). После стадии сжатия плазменного шнура происходит его расширение, что приводит к снижению его температуры. При этом, пока соблюдается условие $\alpha_e > 1$, величина π_{ion} также остается практически неизменной.

Т а б л и ц а 2

Ионизационный состав цилиндрического Z-пинча

Время от вкл. Z-пинча t , мкс	$T, 10^3$ К	α_e	α_0	α_1	α_2	α_3	π_{ion}
2.0: начало сжатия плазм. шнура	18.6	0.918	0.08	0.916	0.001	0	2.1
3.0	24.3	1.1	0.005	0.89	0.103	0	2.9
4.6	35.8	1.8	0	0.38	0.437	0.18	3.1
5.9: момент макс. сжатия плазм. шнура	54.4	2.9	0	0.002	0.095	0.90	2.9

2. Для определения значений инварианта π_{ion} в области многократной ионизации при более высоких температурах плазмы ($T > 54 \cdot 10^3$ К) и других значениях концентрации частиц n воспользуемся табличными данными работ [4, 14–16]. Рассмотрим сначала одноатомный газ, а затем воздух.

Одноатомный газ. Будем рассматривать плазму, находящуюся в локально термодинамическом равновесии (ЛТР). В составе такой плазмы при степени её ионизации $m < \alpha_e \leq m + 1$ в основном присутствуют ионы с зарядами $m - 1, m, m + 1, m + 2$. Тогда, используя формулу (3), при известных значениях долей ионов $\alpha_{m-1}, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ и α_e , выражение для отношения π_{ion} в области $m + 1$ -кратной ионизации имеет следующий вид:

$$\frac{I}{E_{\text{heat}}} = \frac{\alpha_{m-1}(I_1 + \dots + I_{m-1}) + \alpha_m(I_1 + \dots + I_m) + \alpha_{m+1}(I_1 + \dots + I_{m+1}) + \alpha_{m+2}(I_1 + \dots + I_{m+2})}{(3/2)[1 + \alpha_e(n, T)]kT}. \quad (5)$$

Воздух. Аналогичную формулу для разряда в воздухе (смеси газов) получить не представляется возможным. Поэтому значение отношения π_{ion} для воздушной плазмы определялось из табличных данных работы [13].

При многократной ионизации плазмы плотность её внутренней энергии E равна $E = E_{\text{heat}} + I + E_{\text{excit}}$ [2], где E_{excit} – плотность энергии электронного возбуждения частиц. Сравнение значений E_{heat}, I и E , по данным таблиц работ [12–14], показывает, что $E \approx E_{\text{heat}} + I$, т.е. при наличии ЛТР в плазме энергией E_{excit} можно пренебречь.

Т а б л и ц а 3

Значения C_{ion} отношения π_{ion} при различных температурах и концентрациях плазмы гелия, неона, аргона, криптона, ксенона, воздуха, углерода и железа

Род газа	$n, \text{ м}^{-3}$	Диапазон изм. $T, 10^3 \text{ К}$	Диапазон изм. α_e	Значение C_{ion}
He	$2.687 \cdot 10^{25}$	70–140	1.08–1.85	1.37–1.46
Ne	$2.687 \cdot 10^{25}$	60–200	1.2–4.13	1.74–1.84
Ar	$1.75 \cdot 10^{24}$	30–40	1.12–1.562	2.19–2.31
	$3.53 \cdot 10^{24}$	32–40	1.11–1.41	2.03–2.17
	$2.687 \cdot 10^{25}$	45–200	1.28–5.34	1.55–1.83
Kr	$2.687 \cdot 10^{25}$	35–100	1.12–3.1	1.53–1.89
Xe	$2.687 \cdot 10^{25}$	35–100	1.09–3.83	1.89–1.98
Воздух	$2.687 \cdot 10^{23}$	25–100	1.34–7.94	2.94–3.12
	$2.687 \cdot 10^{24}$	30–100	1.94–5.48	2.42–2.63
	$2.687 \cdot 10^{25}$	30–100	1.44–5.26	1.94–2.3
	$2.687 \cdot 10^{26}$	40–100	1.66–5.9	1.4–1.85
C	10^{23}	25–137	1.1–3.9	1.97–2.4
	$2.687 \cdot 10^{26}$	48.7–127.6	1.5–3.5	1.46–1.7
Fe	10^{24}	34.8–243.6	1.4–7.4	2.1–1.82

На рис. 1 приведены расчетные зависимости отношения π_{ion} для воздушной плазмы от температуры T при различных концентрациях $n = \delta n_L$ ($n_L = 2.678 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ – число Лошмита). Соответствующие зависимости π_{ion} для гелиевой, неоновой и ксеноновой плазмы при $n = n_L$, вычисленные по формуле (5), представлены на рис. 2. Кроме того, используя табличные данные работ [3, 12, 14], были вычислены значения отношения π_{ion} для плазмы аргона, криптона, углерода и железа при других значениях концентрации n (см. табл. 3).

Из данных рис. 1, 2 и табл. 3 можно сделать следующие выводы для плазмы в области многократной её ионизации ($\alpha_e > 1$).

а) Для заданной исходной концентрации частиц газа n при изменении его температуры значение π_{ion} остаётся **постоянным**

$$\pi_{\text{ion}} = I/E_{\text{heat}} \approx \text{const} = C_{\text{ion}}. \quad (6)$$

б) При заданной концентрации инертных газов n величина постоянной C_{ion} тем выше, чем больше масса атома (меньше величина I_1).

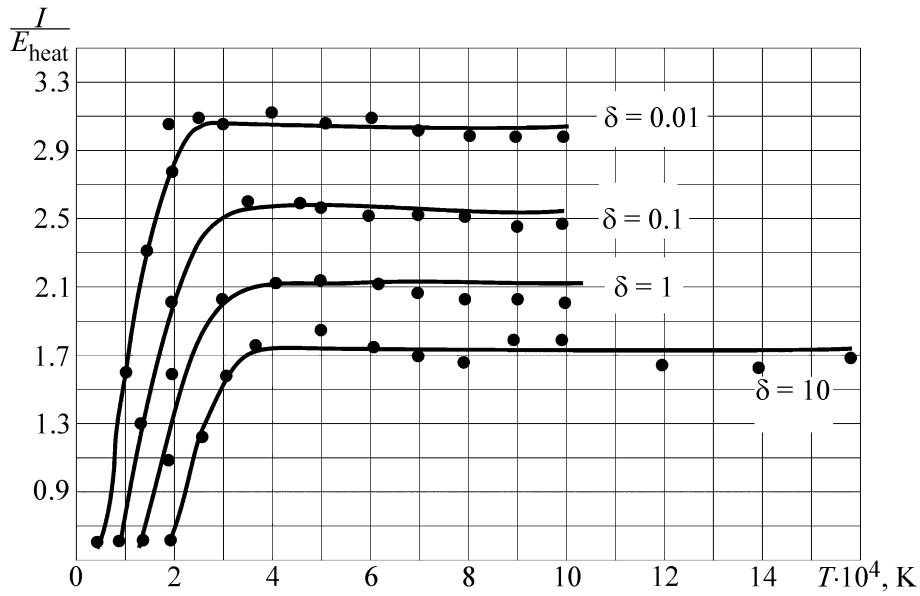


Рис. 1: Зависимости отношения энергии ионизации воздушной плазмы к её тепловой энергии E_{heat} от её температуры при различных концентрациях исходных атомов $n = \delta \cdot n_L$.

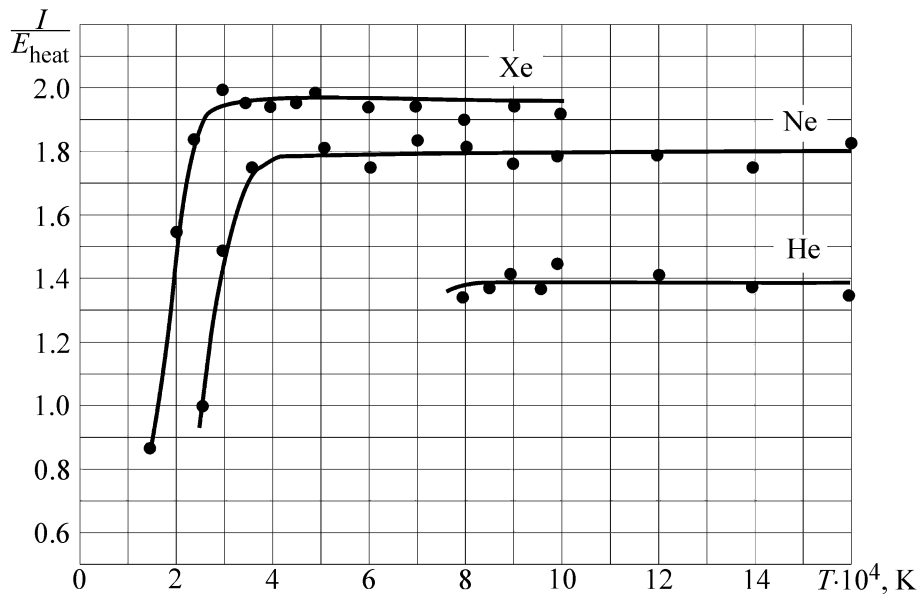


Рис. 2: Зависимости отношения энергии ионизации гелиевой, неоновой и ксеноновой плазмы I к её тепловой энергии E_{heat} от её температуры при концентрации исходных атомов $n = n_L$.

с) Для выбранного газа величина отношения π_{ion} зависит также от концентрации n : чем меньше n , тем больше C_{ion} . Так, для воздушной плазмы при $n = 0.01n_L$ значение $C_{\text{ion}} \approx 3.0$, т.е. энергия I , затраченная на ионизацию плазмы, в **три раза** больше её тепловой энергии: чем более разрежен газ, тем выше энергия, затраченная на его ионизацию.

4. *Приближенный метод расчета энергии I и температуры многократно ионизованной плазмы.* Во многих случаях требуется оценка энергии ионизации I , определяемой формулой (1). Ниже покажем, что для её нахождения нет необходимости знания долей ионов, а достаточно знать величины α_e, T и n . Так как при $m < \alpha_e < m + 1$ в такой плазме в основном присутствуют ионы с зарядами $\alpha_{m-1}, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ и α_{m+2} , то условия (2) и (3) примут следующий вид:

$$\alpha_{m-1} + \alpha_m + \alpha_{m+1} + \alpha_{m+2} = 1, \quad (7)$$

$$(m-1)\alpha_{m-1} + m\alpha_m + (m+1)\alpha_{m+1} + (m+2)\alpha_{m+2} = \alpha_e. \quad (8)$$

Используя (7) и (8), для энергии ионизации I получим формулу:

$$I = n[I_1 + I_2 + \dots + I_{m-1} + I_m + (\alpha_e - m)I_{m+1} + \alpha_{m-1}(I_{m+1} - I_m) + \alpha_{m+2}(I_{m+2} - I_{m+1})]. \quad (9)$$

Анализ численных расчетов ионизационного состава плазмы [3, 12, 14] показывает, что величины двух последних членов в этой формуле намного меньше величин остальных её членов. Это обстоятельство связано с тем, что при $m < \alpha_e < m + 1$ между долями ионов соблюдаются следующие соотношения: $\alpha_{m-1} \ll \alpha_m, \alpha_{m-1} \ll \alpha_{m+1}, \alpha_{m+2} \ll \alpha_m, \alpha_{m+2} \ll \alpha_{m+1}$, так как в такой плазме всегда присутствуют в значительном количестве ионы двух, максимум трех зарядов [3, 12–14]. Тогда для отношения π_{ion} получим простую формулу

$$\pi_{\text{ion}} \equiv \frac{I}{E_{\text{heat}}} = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_m + [\alpha_e(n, T) - m]I_{m+1}}{(3/2)[1 + \alpha_e(n, T)]kT}, \quad (10)$$

в которой степень равновесной многократной ионизации $\alpha_e \equiv \bar{m}$ можно вычислить с помощью следующего трансцендентного уравнения [2]:

$$\bar{I}(\bar{m}) = kT \ln \left(\frac{AT^{3/2}}{\bar{m}n} \right), \quad (11)$$

где \bar{I} – потенциал ионизации ионов со “средним” зарядом \bar{m} , $A = 4.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \text{ К}^{-3/2}$. Метод решения уравнения (11) описан в [2].

Для заданных величин T и n приближенная формула (10) дает практически такие же значения отношения π_{ion} , как и вычисленные с использованием точной формулы (1).

Теперь при заданных величинах n, T, C_{ion} и $\alpha_e (m < \alpha_e < \alpha_{m+1})$ величину плотности энергии, затраченной на ионизацию, можно вычислить по следующей приближенной формуле:

$$I \approx C_{\text{ion}}(3/2)[1 + \alpha_e(n, T)]nkT, \quad (12)$$

которая следует из (6) и (4). При известных величинах I, E_{heat} и α_e отпадает необходимость проведения сложных измерений характеристик плазмы и/или численного расчёта её ионизационного состава.

Наконец, представим ещё одну важную, ранее неизвестную, но интуитивно ощущаемую зависимость между T, α_e и потенциалами ионизации атомов для многократно ионизованной плазмы. Она непосредственно вытекает из формул (10) и (12) при $m < \alpha_e < m + 1$:

$$kT = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_m + [\alpha_e(n, T) - m]I_{m+1}}{(3/2)[1 + \alpha_e(n, t)]C_{\text{ion}}}, \quad (13)$$

откуда следует, что температура такой плазмы тем выше, чем больше сумма $I_1 + I_2 + \dots + I_m$ и величина α_e . Это подтверждается на опыте как для ИСЭР в плотных газах, так и для Z -пинча. Так, при $\alpha_e = 2$ и $C_{\text{ion}} = 3$ из формулы (13) при $m = 1$ получим $kT_{\text{ЛМ}} = 0.074(I_1 + I_2)$, что совпадает с зависимостью (4а). Для случая $\alpha_e < 3$ нетрудно убедиться, что вычисленные по формуле (13) значения температуры (при $m = 2$) совпадают с опытными данными табл. 2.

Таким образом, из вышеприведенных данных следует, что в области многократной ионизации плазмы ($\alpha_e > 1$) в диапазоне концентраций частиц $n \approx 10^{26} - 10^{23} \text{ м}^{-3}$ её энергия ионизации I всегда больше её тепловой энергии: $\pi_{\text{ion}} \approx 1.4 - 3.0$. В этом и состоит одна из особенностей многократно ионизованной плазмы. То есть доля энергии ионизации I в балансе энергии плазмы при $\alpha_e > 1$ существенна.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда* (М., Наука, 1987), с. 591.
- [2] Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений* (М., Наука, 1966).
- [3] М. А. Цикулин, Е. Г. Попов, *Излучательные свойства ударных волн в газах* (М., Наука, 1977).
- [4] *Physics of high energy density* (New York and London, Academic press, 1971).
- [5] V. D. Zvorykin, In: High-Power Laser Ablation III. Proceedings of SPIE **4065**, 128 (2000).

- [6] С. Ю. Лукьянов, *Горячая плазма и управляемый ядерный синтез* (М., Наука, 1975).
- [7] И. С. Маршак, А. С. Двойников, В. П. Кирсанов и др., *Импульсные источники света*. Под общей ред. И. С. Маршака (М., Энергия, 1978).
- [8] У. Юсупалиев, Краткие сообщения по физике ФИАН **34**(9), 28 (2007).
- [9] У. Юсупалиев, Краткие сообщения по физике ФИАН **37**(3), 23 (2010).
- [10] А. С. Камруков, Н. П. Козлов, Ю. С. Протасов и др., *Теплофизика высоких температур* **27**(1), 152 (1989).
- [11] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Физика сильноточных электроразрядных источников света* (М., Атомиздат, 1976).
- [12] Б. В. Замышляев, Е. Л. Ступицкий, А. Г. Гузь и др., *Состав и термодинамические функции плазмы. Справочник* (М., Энергоатомиздат, 1984).
- [13] Н. М. Кузнецов, *Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах* (М., Машиностроение, 1965).
- [14] А. С. Камруков, Н. П. Козлов, С. Н. Чувашов и др., *Термодинамические и оптические свойства ионизованных газов при температурах до 100 эВ*. Под ред. Протасова Ю. С. (М., Энергоатомиздат, 1988).

Поступила в редакцию 14 сентября 2014 г.