

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РЕКОНСТРУКЦИИ СОБЫТИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ЛОРД

Г. А. Гусев, Чжо Маунг

Рассмотрено решение обратной задачи реконструкции события в лунном эксперименте ЛОРД в самом простом случае без информации о поляризации радиоизлучения при известной амплитуде сигнала в широкой полосе частот 200–400 МГц с использованием метода случайного поиска. Средняя относительная ошибка определения энергии первичной частицы зависит от её энергии и может быть менее 20% при энергиях вблизи середины исследуемого диапазона энергий 10^{20} – 10^{21} эВ. При малых энергиях относительная ошибка определения энергии первичной частицы около 70%.

Ключевые слова: обратная задача, каскад, космические лучи, радиометод, широкополосный приём, поляризация, калибровка алгоритма.

В настоящее время радиометод регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ) получает новое успешное развитие (см., напр., обзор [1]). Одна из обещающих возможностей состоит в том, чтобы применить новые экспериментальные технологии с использованием космической бортовой аппаратуры на значительно удалённых от Земли орбитах. В частности, более десяти лет тому назад было предложено использовать Луну как гигантскую мишень для регистрации космических частиц радиометодом с помощью орбитальных [2, 3] радиоволновых телескопов в условиях отсутствия промышленных и природных наземных шумов, что позволяет заметно увеличить чувствительность метода по сравнению, например, со случаем использования околоземных спутников. В недалёком будущем Физический институт им. П.Н. Лебедева планирует именно такой эксперимент ЛОРД (Лунный Орбитальный Радиоволновой Детектор) [2, 3], который является первым этапом на пути использования крупных космических тел в качестве детекторов КЛУВЭ и НУВЭ.

Численное моделирование эксперимента ЛОРД методом Монте-Карло проводилось в работах [4, 5]. В работе [4] не учитывались некоторые конкретные особенности, связанные с выбором антенны. В работе [5] были учтены многие детали, касающиеся антенн, и приведены формулы, которые позволяют провести более детальное моделирование с учетом реальной диаграммы направленности (ДН).

Работы [2–5] позволили оценить научный потенциал эксперимента ЛОРД для регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ), но в них не обсуждалась точность восстановления энергии первичной частицы. Поэтому естественно возникает вопрос о том, какова ценность полученной информации в этом пионерском эксперименте. Ответу на этот вопрос и посвящена настоящая работа.

Вместе с тем уже фиксирован тип антенн, их размеры и характеристики в контексте размещения аппаратуры на космической платформе ЛУНАГЛОБ [6, 7], так что теперь возможно более детальное моделирование. Следуя [5], в настоящей работе мы проводим новое численное моделирование с использованием широкополосной циркулярно поляризованной логопериодической спиральной антенны, отличающееся от ранее рассмотренных случаев.

В данной работе будет проанализирована возможность реконструкции события (нахождение всех параметров задачи) путём решения обратной задачи нахождения по амплитуде радиоизлучения Вавилова–Черенкова, производимого частицей, всех параметров, входящих в теоретическую модель, дающую описание явления взаимодействия частиц КЛУВЭ с лунным приповерхностным слоем.

Из решения прямой задачи вычисления амплитуды электрического поля по четырём параметрам каскада [5] фурье-амплитуда электрического поля даётся выражением:

$$E_f(\theta_s, \varphi_n, \theta_n, W) = 0.5 \text{Norm} W \frac{f \exp[-\alpha(W)(\cos \theta_C - \cos \theta)^2]}{f_0 [1 + (f/f_0)^{1.44}]} \frac{T_s \sin \theta}{R_s \sin \theta_C}, \quad \mu V/m/MHz, \quad (1)$$

где $\text{Norm} \approx 0.232$ ($\mu V/TeV/MHz$), $f_0 \approx 3.3$ GHz, $\alpha(W) = f^2$ (GHz) $\times [70 + 3.3 \ln(W \text{ (TeV)})]$,

$$T_s(\theta_s) = \frac{2 \cos \theta_t}{n \cos \theta_t + \cos \theta_i}; \quad R_s(\theta_s) = (R_M \pm h) \sqrt{(1 + \cos^2 \theta_M - 2 \cos \theta_M \cos \theta_s)},$$

$$\sin \theta_t = \sin \theta_s (R_M + h) / R_s(\theta_s); \quad \sin \theta_t = n \sin \theta_i;$$

$$\cos \theta = -\cos \theta_n \cos \theta_i + \sin \theta_n \sin \theta_i \cos \varphi_n. \quad (2)$$

Здесь $R_s(\theta_s)$ – расстояние от детектора (на высоте h) до точки на поверхности, $T_s(\theta_s)$ – коэффициент прохождения излучения при пересечении поверхности, а θ_i и θ_t

– углы падения и преломления радиоволн на поверхности. Углы θ_i , θ_t , θ выражаются через θ_s , φ_n , θ_n с помощью соотношений (2).

В эксперименте ЛОРД выбрана полоса частот f регистрации 200–400 МГц. Далее, следуя работе [9], выражение (1) можно проинтегрировать по частоте регистрации f , учтя главную экспоненциальную зависимость подынтегрального выражения от частоты, взяв по теореме о среднем для слабой зависимости знаменателя в формуле (1) от частоты среднее значение частоты в нашем интервале частот (300 МГц). Тогда интегрирование может быть выполнено аналитически. И по полученной окончательной формуле решается прямая задача нахождения электрического поля при заданной энергии частицы W и трёх углах: θ_s , φ_n , θ_n . Известно, что она сильно зависит от углов θ_s и θ_n , линейно зависит от энергии W и слабо зависит от азимутального угла φ_n .

Что касается выбора метода решения многопараметрических обратных задач, то мы рассмотрим метод случайного поиска и так называемый генетический алгоритм [8]. Первый метод является простейшим для программирования, но в некоторых случаях требует модификации. Генетический алгоритм в нашем случае требует очень тонкой настройки, его преимущества в нашем случае плохо обусловленной задачи невелики, а сложности программирования и время счёта оказываются значительно больше. Более того, сама настройка затруднительна и тоже требует вычислительных затрат. Так как неточно настроенный генетический алгоритм практически близок к случайному поиску, то мы будем пользоваться последним.

Из решения прямой задачи вычисления амплитуды электрического поля как функции четырёх параметров каскада согласно формулам (1), (2) по одной амплитуде сигнала, превышающей порог регистрации, следует, что одной амплитуде поля соответствует очень широкий набор всех четырёх параметров, то есть с точки зрения единственности решения обратная задача является заведомо некорректной. И нам предстоит поиск методики решения обратной задачи, которая бы позволила найти с максимально возможной точностью все четыре параметра для реконструкции события, хотя и в вероятностном смысле.

Принципиальная неоднозначность нашей многопараметрической задачи из-за недостатка экспериментальной информации, как уже отмечалось выше, приводит к очень большим областям неопределённости всех четырёх параметров (плохая обусловленность задачи), обеспечивающих достаточно малые невязки между экспериментальным значением электрического поля и соответствующим электрическим полем найденного события-кандидата, согласно прямой задаче находимым по формулам (1), (2).

Малость невязок считается достаточной, если невязки меньше или порядка амплитуды шумов системы. В нашем случае шумы весьма значительны, особенно вблизи порога регистрации, что делает несущественным выбор того или иного алгоритма поиска минимальных невязок. Поскольку в нашем случае существует бесчисленное множество формально найденных решений (событий), обеспечивающих достаточно малые невязки, то предлагается выбрать в качестве условно единственного предварительного решения фиктивное событие с параметрами, равными средним значениям всех параметров на множестве формальных решений с минимальными невязками. Кажется, что такой простой рецепт приведёт к большим ошибкам, но в нашем случае из-за высокого порога регистрации и быстрого спада дифференциального спектра $\sim W^{-4.2}$ [10] в обсуждаемой области энергий, область регистрируемых энергий невелика: $10^{20} - 10^{21}$ эВ, и потому ошибки могут быть не так уж велики. То же рассуждение относится и к углам θ_s и θ_n , области изменения которых невелики. Несколько хуже дело обстоит с азимутом φ_n .

Сам выбор кандидатов на решение будет производиться, как указывалось выше, методом случайного поиска, модифицированным следующим образом с целью уменьшения ошибок, но с сохранением высокого уровня значимости для оценок параметров события. В самом простом случае широкой полосы частот вся область изменения углов θ_s и θ_n разбивается на 6 подобластей, в каждой из которых ищутся кандидаты на решение. Если в некоторых областях не удаётся найти кандидатов с достаточно малыми невязками, величина которых не превышает суммарные шумы системы, то эти области дальше в рассмотрении не участвуют, так как они с вероятностью, близкой к 1, недостижимы для данного экспериментального значения измеренной амплитуды электрического поля. Из отобранных областей выбираются 30 лучших кандидатов с минимальными приблизительно равными невязками в каждой из областей. Принцип разбиения всей области изменения параметров на 6 подобластей основан на выделении областей углов, достижимых при малых, средних и высоких энергиях каскада в нашем интервале энергий.

Калибровочную процедуру опишем на примере нахождения энергии каскада. В интервале энергий, доступных измерению в эксперименте ЛОРД, выберем 4 энергии частицы (точнее каскада): $3 \cdot 10^{20}$, $5 \cdot 10^{20}$, $7 \cdot 10^{20}$, $9 \cdot 10^{20}$ эВ. Ниже энергия частицы будет измеряться в единицах 10^{20} эВ. Зафиксировав для каждой из энергий три угла θ_s , φ_n , θ_n соответствующего события, для заданных 4 событий проводится процедура нахождения семейства из 30 кандидатов, по которым находятся предварительные условные решения как средние значения всех четырёх параметров. При нахождении средних ис-

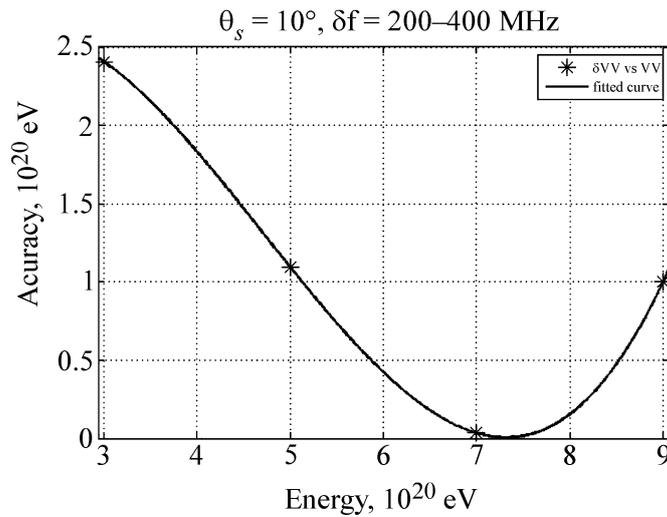


Рис. 1: Зависимость ошибки определения энергии каскада в предварительном решении от энергии частицы при заданных углах $\theta_s = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$. Полоса частот регистрации 200–400 МГц, высота спутника 500 км.

пользуется информация о предполагаемом дифференциальном спектре КЛУВЭ $\sim W^{-4.2}$ [10]. Разности между средними значениями и заданными истинными значениями дают представление об ошибках предварительного условного решения при этих 4 энергиях. В этом и состоит калибровка точности предварительного решения. График зависимости ошибок восстановления энергии от энергии для событий при заданных углах $\theta_s = 10^\circ$, $\theta_k = 80^\circ$, $\varphi_k = 10^\circ$ приведен для энергии частицы в интервале 3–9 на рис. 1.

На рис. 2 приведена такая же зависимость, но для событий при угле $\theta_s = 30^\circ$ и тех же остальных углах. На рис. 3 приведена такая же зависимость, но для событий при углах $\theta_s = 8^\circ$, $\theta_k = 85^\circ$, $\varphi_k = 30^\circ$. И на рис. 4 приведена такая же зависимость, но для событий при углах $\theta_s = 16^\circ$, $\theta_k = 75^\circ$, $\varphi_k = 30^\circ$. Видно, что характер зависимостей существенно не меняется, но есть различия в цифрах.

Так как результаты калибровки для разных событий в разных областях фазового пространства всё-таки отличаются, то приходится исследовать весь фазовый объём углов с помощью описанной калибровочной процедуры. В данной работе мы проведём усреднение ошибок по калибровкам в четырёх представительных точках фазового пространства (с помощью кривых на рис. 1 – рис. 4). В результате будем пользоваться в дальнейшем такими средними относительными ошибками для предварительного решения: для энергии 3 – 90%, для энергии 5 – 24%, для энергии 7 – 4%, для энергии 9 – 17%. При промежуточных энергиях ошибки находятся интерполированием этих резуль-

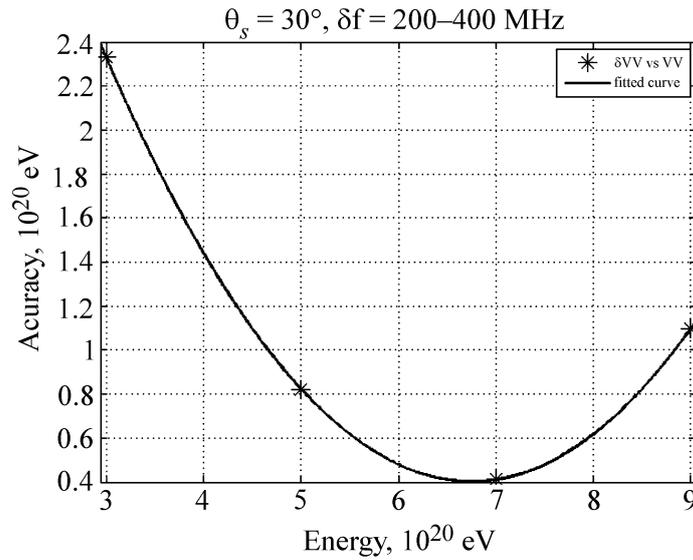


Рис. 2: Зависимость ошибки определения энергии каскада в предварительном решении от энергии частицы при заданных углах $\theta_s = 30^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$. Та же полоса частот, та же высота спутника.

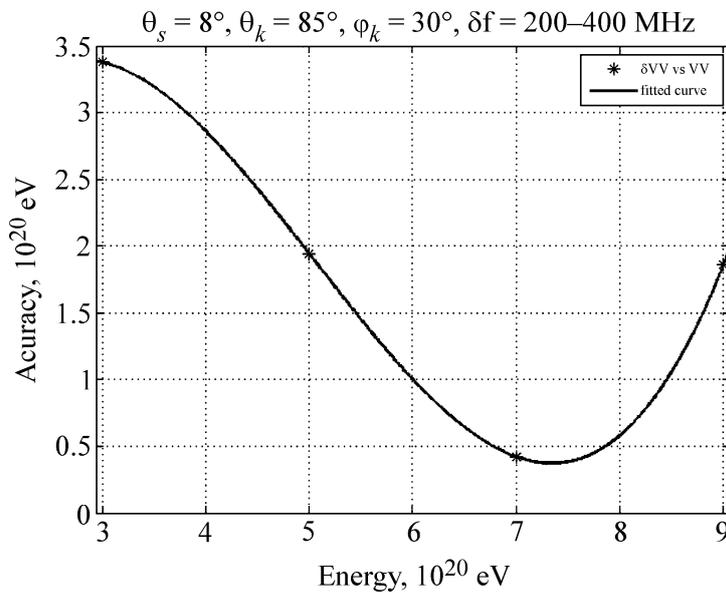


Рис. 3: Зависимость ошибки определения энергии каскада в предварительном решении от энергии частицы при заданных углах $\theta_s = 8^\circ$, $\theta_k = 85^\circ$, $\varphi_k = 30^\circ$. Та же полоса частот, та же высота спутника.

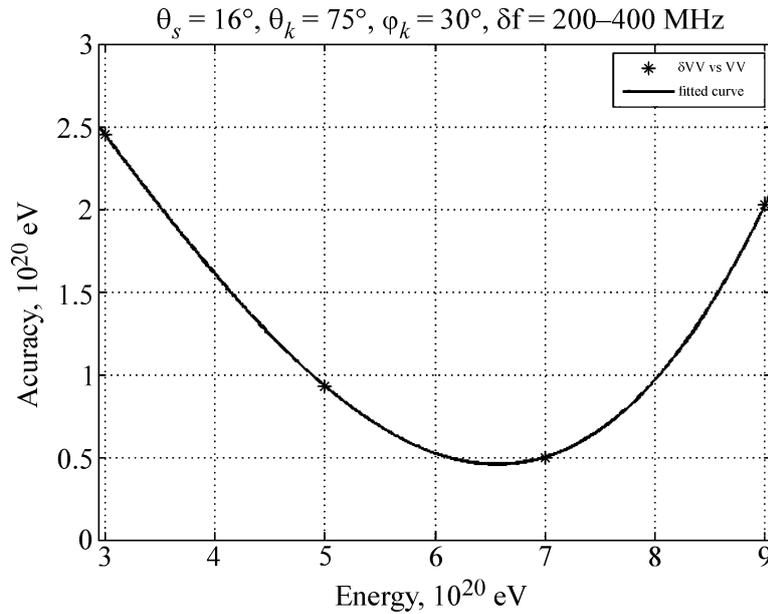


Рис. 4: Зависимость ошибки определения угла θ_s в предварительном решении от энергии частицы при заданных углах $\theta_s = 16^\circ$, $\theta_k = 75^\circ$, $\varphi_k = 30^\circ$. Та же полоса частот, та же высота спутника.

татов. К этим ошибкам должны быть добавлены ошибки шума, которые определяются в зависимости от амплитуды измеренного сигнала.

Процедура нахождения предварительного решения обратной задачи повторяется несколько раз (в данной работе 5 раз) для одних и тех же событий, чтобы оценить флуктуации средних параметров условно единственного предварительного решения, характеризующие статистическую “устойчивость” этого решения. При малых флуктуациях, что имеет место в нашем случае, можно ограничиться однократной процедурой нахождения предварительного решения.

На основе и в соответствии с этими результатами далее предлагается такая процедура уточнения предварительного решения с использованием априорной информации об энергетическом спектре и введением селекции событий по амплитудам и энергиям сигналов с целью построения вероятностного прогноза энергии частицы. Эта селекция заключается в следующем. Весь интервал измеримых энергий разобьём на три следующих интервала: 1 – 4.5; 4.5 – 7.5 и 7.5 – 10. Интервал экспериментально измеряемых детектором амплитуд также разобьём на три группы так, чтобы в первую группу самых больших амплитуд электрического поля попадало 1–2 события. Соответственно во вторую группу средних амплитуд попадает в 2–4 раза больше событий и в третью группу

малых амплитуд – все остальные, число которых приблизительно в три раза больше числа событий во второй группе. Такое разбиение области амплитуд сигнала сделано с учётом того, что в каждую группу могут попасть частицы из разных интервалов энергии.

Из решения прямой задачи очевидно, что в третьей группе малых амплитуд могут быть события при всех энергиях, хотя в разном числе, из регистрируемого интервала энергий $10^{20} - 10^{21}$ эВ, соответственно во второй (средние амплитуды) – события при средних энергиях с большой примесью частиц низких энергий и малой примесью частиц высокой энергии. Наконец, в первой группе (высокие амплитуды) будут частицы высоких энергий и значительное по сравнению с высокими энергиями число частиц средних энергий.

Далее, с учётом дифференциального спектра КЛУВЭ $\sim W^{-4.2}$ [10], можно предложить рецепт, значительно уменьшающий ошибки предварительного решения, когда они велики. Рецепт состоит в том, что для этих событий из третьей группы с учётом оценок мы даём сложный вероятностный прогноз: энергия частицы равна $W = 2.75 \pm 1.75$ (относительная ошибка 67%) с вероятностью $P_1 = 0.89$; $W = 6 \pm 1.5$ (относительная ошибка 25%) и с вероятностью $P_2 = 0.09$ и $W = 8.75 \pm 1.25$ (относительная ошибка 14%) с вероятностью $P_3 = 0.01$. Как видим, этот прогноз вообще не требует решения обратной задачи, но есть произвол в его построении. Видно, что в третьей группе событий частиц высокой энергии практически нет. Предварительное решение имеет статистические относительные ошибки реконструкции энергии частицы для малых энергий около 90%, что больше на 27%, чем предлагаемый нами вероятностный прогноз, для которого относительные ошибки составляют приблизительно 63%, то есть пользоваться предварительным решением для подавляющего числа событий третьей группы (приблизительно 89%) не следует. Для средних энергий этой группы наоборот относительная точность предварительного решения может быть значительно лучше, чем в вероятностном прогнозе. Согласно калибровке, величина относительной ошибки без учёта шумов будет около 14% вместо 25% в вероятностном решении, то есть надо пользоваться предварительным решением. Для событий с большими энергиями относительная точность вероятностного решения лучше, чем предварительного, и составляет 24%, и нужно пользоваться вероятностным решением. Таким образом, для событий третьей группы относительная точность для средних и больших энергий 24%, а для низких – значительно ниже и составляет 63%.

Для второй группы (средние амплитуды) событий, число которых приблизительно в 4–6 раз меньше, чем в третьей группе, указанная процедура даёт такой результат: 67% частиц от числа событий второй группы имеют энергию $W = 3.1 \pm 1.4$ (относительные ошибки без учёта шума около 45%); 29% частиц – $W = 6 \pm 1.5$ (относительные ошибки без учёта шума около 25%); и 4% частиц высоких энергий – $W = 8.75 \pm 1.25$ (относительные ошибки без учёта шума около 14%). Это означает, что энергия большей части частиц низких энергий во второй группе может быть определена с невысокой относительной точностью около 45% без учёта шумов. С учётом шумов относительная окончательная точность для этих частиц становится около 50%. Отметим, что и во второй группе для событий со средними энергиями предварительное решение также имеет ошибки меньшие, чем 14%. С большой вероятностью эти события во второй группе идентифицируются как события с максимальными амплитудами и с учётом шумов их относительная ошибка около 17%. Таким образом, во второй группе событий есть малая доля событий с максимальной амплитудой сигнала, точность определения энергии каскада для которых высока и сравнима с точностью наземных установок ШАЛ. Для этих событий может быть пересмотрен вопрос о возможности определения химического состава КЛУВЭ, который в работе [9] был решён отрицательно.

Для первой группы событий можно исходить из следующего вероятностного прогноза: 67% событий отвечают средней энергии $W = 6 \pm 1.5$ (относительные ошибки без учёта шума около 25%) и только 33% событий – средней энергии $W = 8.75 \pm 1.2$ (относительные ошибки без учёта шума около 14%). Таким образом, в первой группе событий частиц средней энергии приблизительно вдвое больше, чем частиц высокой энергии. Но, как мы видели (см. рис. 1 – рис. 4), уже предварительное решение для средних энергий имеет относительную точность около 14% без учёта шума, а с учётом малого шума при больших амплитудах сигнала – около 15%. Следовательно, для них нужно также пользоваться предварительным решением. Для высоких энергий в этой группе теперь уже вероятностное решение даёт более хорошую точность 15% вместо 18% для предварительного решения, и нужно пользоваться им. Правда, при малой статистике такое различие является несущественным. Таким образом, и для средних, и для высоких энергий первой группы точность определения энергии оказывается самой хорошей по сравнению со всеми остальными случаями. Подчеркнём, что в первой группе (большие амплитуды) в условиях нашего эксперимента реализуются всего лишь единичные события. Поэтому статистический характер задачи не позволяет идентифицировать (разделить) средние и высокие энергии. Но это и несущественно, так как

обе версии прогноза энергии частицы дают одинаковую и высокую точность, то есть события этой группы могут быть также использованы для попытки определения химического состава.

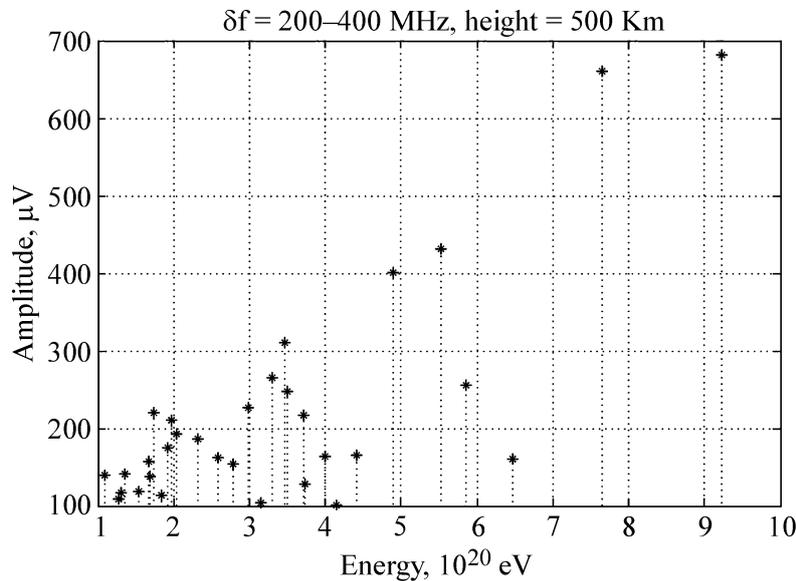


Рис. 5: Распределение на плоскости энергия-амплитуда точек с абсциссами, равными энергии частицы, и ординатами, равными амплитуде электрического поля. Полоса частот регистрации 200–400 МГц, высота спутника 500 км, время регистрации один год.

Интересно посмотреть, как описанная процедура селекции событий по амплитуде электрического поля реализуется на примере случайного розыгрыша регистрации сигналов за 1 год эксперимента ЛОРД с порогом 100 мкВ для реального спектра, привязанного по потоку к данным эксперимента AUGER [10]. На рис. 5 на плоскости энергия-амплитуда построено распределение точек с абсциссами, равными энергии частицы, и ординатами, равными амплитуде. Полное число зарегистрированных частиц равно 31. Первая группа событий с амплитудами 450–700 мкВ содержит 2 события. Вторая – с амплитудами 220–450 мкВ содержит 8 событий, и третья – с амплитудами 100–220 мкВ – 21 событие. Кроме того, в области малых амплитуд вблизи порога 130–100 мкВ отчётливо виден кластер из 6 событий, что составляет 29% событий этой группы. Также виден малый кластер из 5 частиц малой энергии, попавших во вторую группу рядом с начальной границей. Таким образом, несмотря на большие флуктуации, очевидные из рис. 5, основные особенности методики селекции событий проявляются даже при такой не очень высокой статистике. Правда, следует отметить, что из-за больших

флуктуаций в случайном процессе оба события при высоких энергиях случайно попали в первую группу событий с высокими амплитудами сигналов, а с другой стороны, туда не попала ни одна частица из области средних энергий.

Отметим, что такие неожиданно хорошие результаты простого решения обратной задачи обусловлены сравнительно высоким порогом регистрации в рассматриваемом эксперименте и предполагаемым резким спаданием спектра космических лучей, вследствие чего детектор ЛОРД ограничен возможностью регистрировать события в относительно узком диапазоне энергий около $10^{20} - 10^{21}$ эВ. Это позволяет при решении очень плохо обусловленной многопараметрической обратной задачи в случае минимальной экспериментальной информации предложить простой рецепт нахождения предварительного решения. Существенна также процедура его калибровки для определения ошибок на примере самого важного физического параметра – энергии каскада, по которой оценивается энергия первичной частицы. Использование априорной информации о спектре КЛУВЭ позволяет с помощью процедуры разделения событий на группы по измеренной амплитуде электрического поля получить дополнительный рецепт для нахождения вероятностного решения для каждой из групп отдельно и в каждой группе для трёх-двух интервалов энергии частицы. Конечно, такая процедура как бы дробит пространство решения на части, на каждой из которых даётся своё вероятностное решение со своими статистическими ошибками. Конечно, наше обобщённое решение представляет собой вероятностный прогноз значения параметра вместо однозначного ответа с приемлемой точностью.

Полученные результаты решения такой сложной многопараметрической обратной задачи при минимально возможной экспериментальной информации с помощью относительно простых рецептов были бы невозможны, точнее говоря, ошибки бы сильно возросли, если бы спектр КЛУВЭ был существенно более пологий.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы Президиума РАН “Фундаментальные свойства материи и астрофизика”.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] V. A. Tsarev, J. Rad. Phys. Chem. **75**, 805 (2006).
- [2] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, К. М. Пичхадзе и др., Космические исследования **44**(1), 22 (2006).
- [3] V. A. Chechin, E. L. Feinberg, G. A. Gusev, et al., *Proc. of the Intern. ARENA Workshop* ed. R. Nahuhauer and S. Boser (DESY, Zeuthen, Germany, 2005), p. 232.

- [4] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, Н. Г. Полухина и др., Математическое моделирование **20**(6), 67 (2008).
- [5] Г. А. Гусев, И. А. Кроль, В. А. Царев, Краткие сообщения по физике ФИАН **34**(10), 3 (2007).
- [6] G. A. Gusev, V. A. Chechin, B. N. Lomonosov, et al., Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A **662**, S99 (2012).
- [7] G. A. Gusev, V. A. Chechin, and V. A. Ryabov, AIP Conf. Proc. **1535**, 37 (2013).
- [8] В. В. Емельянов, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик, *Теория и практика эволюционного моделирования* (М., Физматлит, 2003).
- [9] Г. А. Гусев, Чжо Маунг, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(4), 37 (2014).
- [10] A Letessier-Selvon, Pierre Auger Collaboration Brazilian Journal of Physics **44**(5), 560 (2014).

Поступила в редакцию 11 сентября 2014 г.