

## О ВОЗМОЖНОСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

А. А. Рухадзе<sup>1,2</sup>, Т. Г. Самхарадзе<sup>2,3</sup>

*В работе теоретически исследуется возможность существования ударной волны в неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$ , в которой существует изотермический ионный звук,  $T_e = \text{const}$ . Показано, что в такой плазме возможно распространение только возмущения плотности в виде нелинейной уединенной волны (солитона). В уединенной волне плотности происходит разделение зарядов электронов и ионов с образованием двойного электрического слоя с сильным электрическим полем. Найдены форма потенциала поля волны, ее амплитуда и ширина фронта.*

**Ключевые слова:** ударная волна (УВ), структура фронта УВ, дебаевский радиус, уединенная волна (солитон).

*Введение.* Возможность существования скачков (ударных волн) в газе существенным образом связана с возможностью распространения в газе звуковых волн. Собственно, скачок в газе есть нелинейное обострение фронта звуковой волны [1]. Плазма – это одноатомный газ, состоящий из электронов и ионов. Мы ограничиваемся рассмотрением сильно ионизованной плазмы, в которой наличием нейтральных частиц (атомов и молекул), также как и парными столкновениями частиц, в первом приближении можно пренебречь. В такой плазме звуковые возмущения существуют только если плазма неизотермическая и  $T_e \gg T_i$ , причем все возмущения в ней протекают изотермически, т.е. при  $T_e = \text{const}$ .

В случае обычного газа изотермический скачок возможен только при высокой температуре и высокой теплопроводности (напр., лучистой). При этом необходимо выпол-

<sup>1</sup> ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: rukh@fpl.ru.

<sup>2</sup> МФТИ, 141700 Россия, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

<sup>3</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (МГТУ), 105005 Россия, Москва, 2-ая Бауманская ул., 5, стр. 1.

нение условия Рэлея [1]:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} > \frac{\gamma + 1}{3 - \gamma}, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – постоянная адиабаты (для одноатомного нейтрального газа  $\gamma = 5/3$ ), а  $P_1, n_1$  и  $P_2, n_2$  – давление и плотность частиц до и после скачка, соответственно. Для одноатомного газа  $\gamma = 5/3$ , отношение (1) достаточно велико ( $P_2/P_1 > 2$ ), и ударную волну можно считать сильной.

В заключение раздела обсудим структуру ударного скачка в обычном газе. Этой проблеме посвящено большое число работ, в основном относящихся к слабым разрывам. Первая работа принадлежит И. Е. Тамму, и была выполнена в 1947 году, но опубликована только в 1965 году [2]. Для слабой ударной волны им были получены следующие формулы для ширины фронта волны:

$$d = \frac{P_2 + P_1}{P_2 - P_1} \delta, \quad \delta = 1.28l, \quad (2)$$

где  $l$  – длина свободного пробега частиц газа. Как видно из (2), ширина фронта волны больше длины пробега частиц, и с ростом отношения  $P_2/P_1$  величина  $d \rightarrow 1.28l$ , т.е. приближается к длине пробега частиц. В случае сильной ударной волны ( $P_2/P_1 \gg 1$ ), ширина фронта волны, полученная в [2], равна:

$$d = 0.503l_1 = 2.012l_2. \quad (3)$$

Здесь  $l_1$  и  $l_2$  – длины пробега частиц до и за фронтом волны, соответственно. В работе [2] полученные в гидродинамическом приближении результаты были подтверждены с использованием уравнения Больцмана, т.е. в кинетическом рассмотрении. Правда, при этом учитывались только упругие столкновения частиц в модели твердых шариков.

*Возможен ли разрыв в неизотермической плазме?* Ионно-звуковая волна в сильно неизотермической плазме как раз и является изотермической волной со спектром частот [3]:

$$\omega = kV_s, \quad V_s = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{T_e}{M}}. \quad (4)$$

Здесь  $\omega$  – частота, а  $k$  – волновой вектор волны,  $P = n_e T_e$  – давление, а  $\rho = n_e M$  – плотность плазмы ( $M$  – масса иона), наконец,  $V_s$  – скорость ионно-звуковой волны. Из выражения (4) следует, что для ионно-звуковой волны в неизотермической плазме  $\gamma = 1$ , а не  $5/3$ , как это имеет место в одноатомном газе из нейтральных частиц (хотя сильно ионизованную плазму следует считать одноатомной). Следовательно, плазма не совсем обычный газ и вопрос: возможен ли разрыв в плазме? – вполне закономерный.

И мы покажем ниже, что нет, не возможен!

Для описания формы ионно-звукового возмущения в неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$  выпишем нелинейную систему уравнений низкочастотной динамики электронно-ионной плазмы [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n_i), \quad n_i = n_0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} &= -\frac{e}{M} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad n_e = n_0 \exp(e\Phi/T_e). \end{aligned} \quad (5)$$

В слабо нелинейном пределе из этой системы уравнений, используя разложение по степеням  $e\Phi/T_e \ll 1$ , получаем [4]:

$$\frac{T_e r_{De}^2}{2e} \frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} - \frac{T_e}{e} \left(1 - \frac{V_s}{u}\right) \Phi + \frac{1}{2} \Phi^2 = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\xi = x - ut$ ,  $r_{De} = \sqrt{T_e/4\pi e^2 n_0}$  – дебаевский радиус электронов,  $v$  – скорость движения газа (скорость поршня), а  $u$  – подлежащая определению скорость слабо нелинейной ионно-звуковой солитона, практически совпадающая со скоростью ионно-звуковой волны.

Уравнение (6), является модификацией уравнения Картевега–де–Вриза (КдВ) и имеет точное решение в виде уединенной волны (солитона):

$$\Phi = \frac{\Phi_{\max}}{ch^2(\xi/\Delta)}, \quad (7)$$

где

$$1 - \frac{V_s}{u} = \frac{e\Phi_{\max}}{\pi T_e} \ll 1, \quad \frac{e\Phi_{\max}}{T_e} = 6 \frac{r_{De}^2}{\Delta^2} \ll 1. \quad (8)$$

Таким образом, в неизотермической плазме не происходит опрокидывание фронта нелинейной волны, и никаких разрывов в такой плазме нет. В такой плазме может распространяться только уединенная волна (солитон). Скорость фронта такой уединенной волны согласно (8) близка к скорости ионного звука в плазме (чуть больше). Ширина же фронта волны  $2\Delta$  определяется дебаевским радиусом, причем с ростом амплитуды волны ширина фронта уменьшается.

Задним числом сказанное выше очевидно, поскольку уравнения бесстолкновительной плазмы в самом общем виде вместе с уравнениями Максвелла для самосогласованных полей являются гамильтоновскими (недиссипативными), т.е. сохраняют энергию в системе, а поэтому они не допускают существование разрывных решений. В такой плазме возможно существование лишь распространения уединенных волн – солитонов.

*Обсуждение результатов и выводы.* Формулы (7) и (8) являются точными в условиях их применимости и точно описывают структуру уединенной волны. При атмосферном давлении газа и температуре электронов порядка потенциала ионизации атомов газа,  $T_e \approx I_i \approx 10 \text{ eV} \approx 10^5 \text{ K}$ , дебаевский радиус электронов порядка  $r_{De} \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$ . Среднее же расстояние между электронами плазмы  $r_{av} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$ , т.е. условие применимости плазменного описания ( $r_{av} < r_{De}$ ) выполняется. Согласно (8) амплитуда электрического поля солитона растет с уменьшением  $\Delta$ , и при  $\Delta^2 = 6r_{De}^2$  (это требование следует из второго неравенства (8)) оказывается равной  $E_{\max} \leq 5 \cdot 10^8 \text{ V/cm}$ . Существует еще другое ограничение на применимость формул (7) и (8), а именно, малое возмущение плазмы полем солитона, т.е.

$$E \geq \sqrt{4\pi n_e T_e} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ V/cm}, \quad (9)$$

которое при  $\Delta = r_{De}$  совпадает с условием применимости формул (6)–(8). При нарушении неравенства (8) происходит разрыв плазмы, электроны отрываются от ионов и ускоряются полем. Эта стадия, однако, выходит за рамки нашего анализа и требует отдельного рассмотрения.

Из проведенного выше анализа можно сделать следующие выводы:

1. В неизотермической сильно ионизованной плазме с горячими электронами разрывных решений типа слабых ударных волн система уравнений динамики плазмы не дает.
2. В такой плазме возможно существование слабо нелинейных уединенных волн типа солитона.
3. Солитон обладает колоколообразной шириной, превосходящей дебаевский радиус электронов, причем ширина волны уменьшается с ростом амплитуды.
4. В плазме атмосферного давления амплитуда электрического поля в солитоне может достигать величины порядка  $E_{\max} \approx 10^7 \text{ V/cm}$ .

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика* (М., Наука, 1988).
- [2] И. Е. Тамм, Труды ФИАН **29**, 239 (1965).
- [3] В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмодобных сред* (М., Атомиздат, 1961).

- [4] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Лекции по электродинамике плазموподобных сред*. Т. 1 (М., Изд. МГУ, 1999).

Поступила в редакцию 17 ноября 2014 г.