

УДК 533.9.082

## О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛ АНИЗОТРОПНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ МИКРОЧАСТИЦАМИ В ПЛАЗМЕ

Е. А. Лисин<sup>1</sup>, И. И. Лисина<sup>1,2</sup>, О. С. Ваулина<sup>1,2</sup>, О. Ф. Петров<sup>1,2</sup>,  
С. А. Майоров<sup>3</sup>

*В данной работе впервые рассматривается возможность экспериментальной диагностики сил анизотропного взаимодействия между пылевыми частицами в плазме. Для этого представлена модификация метода, основанного на решении обратной задачи Ланжевена, для систем с анизотропным межчастичным взаимодействием. Выполнена его проверка на результатах численного моделирования цепочечных структур частиц с квазидиполь-дипольным взаимодействием, аналогичным взаимодействию, возникающему между пылевыми частицами в приэлектродных слоях газовых разрядов.*

**Ключевые слова:** пылевая плазма, кильватерный потенциал, межчастичное взаимодействие, обратная задача, методы диагностики плазмы.

*Введение.* В последние два десятилетия значительно вырос интерес к процессам, происходящим в пылевой (комплексной) плазме, которая представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные частицы вещества микронных размеров (пылевые частицы) [1, 2]. Интерес к пылевой плазме обусловлен, с одной стороны, ее широкой распространенностью в природе. С другой стороны, пылевая плазма создается в различных опытах по изучению свойств вещества в экстремальных состояниях и является объектом интенсивного исследования.

В лабораторных условиях пылевую плазму обычно создают путем добавления микрочастиц в газоразрядную плазму. Парное взаимодействие микрочастиц в централь-

<sup>1</sup> ОИВТ РАН, 125412 Россия, Москва, Ижорская, 13, стр. 2.

<sup>2</sup> МФТИ, 141700 Россия, г. Долгопрудный МО, ул. Институтский пер., 9.

<sup>3</sup> ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: mayorov\_sa@mail.ru.

ной области разряда обычно описывается экранированным кулоновским потенциалом Дебая-Хюккеля (потенциалом Юкавы), причем лишь на небольших расстояниях между частицами [1, 2]. В приэлектродной области разряда такое приближение уже неприменимо, поскольку сильные электрические поля в пристеночной плазме делают взаимодействие пылевых микрочастиц существенно анизотропным [3–10]. Экспериментальное исследование особенностей такого взаимодействия является сложной и не до конца решенной на сегодняшний день задачей.

На сегодняшний день экспериментальное определение сил взаимодействия между пылевыми частицами в плазме проводилось для изолированной пары частиц и для частиц квазидвумерного монослоя, левитирующих в приэлектродном слое емкостного ВЧ-разряда [11–14], а также в пылевом облаке, образующемся в диффузном крае индукционного газового разряда [15]. Поскольку в работах [11–14] пылевые частицы взаимодействовали только в горизонтальной плоскости (параллельной нижнему электроду), то во всех упомянутых выше случаях межчастичное взаимодействие может быть описано в изотропном приближении.

В данной работе проанализирована возможность экспериментальной диагностики анизотропного потенциала взаимодействия между пылевыми частицами в плазме с помощью усовершенствованного метода, основанного на решении обратной задачи о движении взаимодействующих частиц в открытых системах [12, 16].

*Процедура определения сил взаимодействия (обратная задача).* Движение частиц обусловлено силами их взаимодействия между собой, внешним силовым полем, а также силами трения. В работе [16] впервые было показано, что если искомые силы в системе заданы какими-либо параметрическими функциями, то при определенных условиях анализ динамики исследуемой системы частиц в течение определенного (достаточно длительного) интервала времени  $\tau$  и усреднение по ансамблю частиц позволяют устранить случайные ошибки, связанные со стохастическим (тепловым) движением частиц. Таким образом, если в пылевой подсистеме, состоящей из  $N_p$  частиц, известны траектории всех частиц  $\vec{l}_k(t)$ , то для корректного определения неизвестных параметров внутренних (межчастичных) и внешних сил ( $F_{\text{int}}, F_{\text{ext}}$ ) необходимо решить сильно переопределенную систему уравнений движения частиц

$$\frac{d^2 \vec{l}_k}{dt^2} = -\nu_{fr} \frac{d \vec{l}_k}{dt} + \frac{1}{M} \left[ \sum_j \vec{F}_{\text{int}}(\vec{l}_k - \vec{l}_j) + \vec{F}_{\text{ext}}(\vec{l}_k) \right], \quad (1)$$

состоящую из  $\sim N_p \times (\tau/\Delta t)$  уравнений, где  $\Delta t$  – шаг по времени, связанный с частотой

той кадров системы регистрации движения частиц,  $M$  – масса пылевых частиц,  $\nu_{fr}$  – обратное время торможения.

Пространственный диапазон ( $l_{\min} < l < l_{\max}$ ) корректного восстановления силы межчастичного взаимодействия  $F_{\text{int}}(l)$  определяется следующими полуэмпирическими условиями:  $\int_0^{l_{\min}} g(l)dl = 0$  и  $F_{\text{int}}(l_p)/F_{\text{int}}(l_{\max}) \leq 100 - 200$ , где  $g(l)$  – парная корреляционная функция,  $l_p$  – наиболее вероятное межчастичное расстояние [12]. В пределах этого пространственного диапазона методическая ошибка определения функции  $F_{\text{int}}(l)$  не превышает 5%.

Подчеркнем, что при восстановлении силы мы не опираемся на какое-либо теоретическое представление о распределении поля вокруг заряженной микрочастицы в плазме. Искомые силы могут быть аппроксимированы кусочно-постоянными функциями, сплайнами или различными комбинациями степенных и экспоненциальных функций.

Для восстановления силы парного межчастичного взаимодействия в анизотропном случае используем предположение об осевой симметрии искомой силы взаимодействия и внешнего поля. Пусть ось  $z$  параллельна выбранной оси симметрии. Обозначим  $\theta$  – угол между направлением оси  $z$  и вектором  $\vec{l}_{kj} = \vec{l}_k - \vec{l}_j$ , соединяющим любую пару взаимодействующих частиц:  $k$ -ую (рассматриваемую) и  $j$ -ую. Разобьем диапазон изменения угла  $\theta \in [0; 180^\circ]$  на интервалы  $[\theta_s; \theta_{s+1})$ ,  $s = 1, 2 \dots S$  (здесь  $S$  – число интервалов разбиения). Тогда искомые параметры аппроксимирующих функций для сил межчастичного взаимодействия будут представлять собой набор кусочно-постоянных функций, зависящих от номера интервала разбиения  $s$ . Отметим, что вектор силы взаимодействия  $\vec{F}_{\text{int}}(\vec{l}_{kj})$  в общем случае может быть не параллелен вектору  $\vec{l}_{kj}$ .

Для простоты экспериментальной диагностики предлагается изучить взаимодействие пылевых частиц в уединенной вертикально упорядоченной пылевой цепочке. Для тестирования предлагаемого метода было выполнено численное моделирование динамики пылевых частиц, взаимодействующих с различными анизотропными парными потенциалами и образующих линейную цепочку во внешнем электрическом поле.

*Моделирование.* Для моделирования анизотропного взаимодействия вдоль оси  $z$  на фиксированном расстоянии  $d$  под каждой частицей с зарядом  $Q$  был размещен виртуальный заряд  $q$  с противоположным знаком и нулевой массой (см. рис. 1). При этом виртуальный заряд участвовал во взаимодействии только с окружающими частицами с зарядом  $Q$ , а взаимодействие с “собственной” частицей и виртуальными зарядами других частиц не учитывалось.

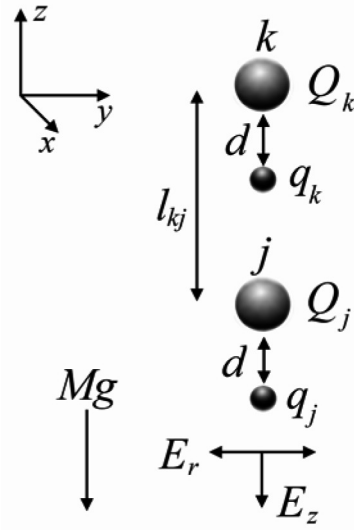


Рис. 1: Иллюстрация процедуры моделирования цепочки частиц с квазидипольным взаимодействием, расположенных вертикально в электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией  $E = E(z, r)$ .

В нашей модели сила  $\vec{F}_{kj}$ , действующая на  $j$ -ую (некоторую рассматриваемую) частицу с зарядом  $Q_j$  в электрическом поле, создаваемом  $k$ -той частицей с зарядом  $Q_k$  совместно с ее виртуальным зарядом  $q_k$ , может быть представлена в следующем виде:

$$\vec{F}_{kj} = -Q_j(\nabla\varphi_{k_1j} + \nabla\varphi_{k_2j}), \quad (2)$$

$$\varphi_{k_1,2j} = \frac{Q_{k_1,2}}{l_{k_1,2j}} \left[ \exp\left(-\kappa \frac{l_{k_1,2j}}{l_p}\right) + \frac{C}{l_{k_1,2j}^{m-1}} \right], \quad (3)$$

где  $Q_{k_1} = Q_k$ ,  $Q_{k_2} = q_k$ ,  $l_{k_1j} = |\vec{l}_k - \vec{l}_j| \equiv (z_{kj}^2 + x_{kj}^2 + y_{kj}^2)^{1/2}$  – расстояние между  $k$ -той и  $j$ -той взаимодействующими частицами ( $l_{kj} > d$ ),  $l_{k_2j} = |\vec{l}_k + \vec{d} - \vec{l}_j|$  – расстояние между виртуальным зарядом  $q_k$   $k$ -той частицы и основным зарядом  $Q_j$   $j$ -той частицы,  $\kappa$  – параметр экранирования, а  $C$  – некоторый коэффициент. Таким образом, если  $q \neq 0$  и  $z_{kj} \neq 0$ , то  $|\vec{F}_{kj}| \neq |\vec{F}_{jk}|$ . Потенциал электрического поля (3) вокруг каждого из зарядов имеет как экранированную кулоновскую часть, наиболее часто используемую при моделировании взаимодействия между пылевыми частицами в плазме, так и дальнедействующую степенную часть ( $m = 2$  или 3).

Чтобы промоделировать изменение зарядов частиц с высотой, функция заряда задавалась в виде  $Q(z) = Q_0(1 + \gamma_z z)$  с коэффициентом  $\gamma_z$  таким, что в пределах моделируемой квазиодномерной цепочки изменение заряда частиц  $\Delta Q/Q_0$  не превышало 30%.

Моделирование движения частиц в цепочках проводилось методом молекулярной динамики Ланжевена. Рассматривались конечные цепочки частиц массой  $M = 10^{-10}$  г со следующими параметрами взаимодействия [17, 18]:  $d/l_p = 1/6 - 1/2$ ,  $q = -(0.1 - 0.3)Q$ ,  $\kappa = 0.5 - 2$ . Система частиц находилась в электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией: в радиальном направлении была ограничена электрическим полем  $E_r = \alpha r$ , а в вертикальном направлении  $z$  находилась в поле силы тяжести  $F_g = Mg$ , скомпенсированном действием линейного электрического поля  $E_z = E_z^0 + \beta z$ , где  $E_z^0 = g/Q_0$ . Число частиц  $N_p$  варьировалось от 2 до 16.

Во всех расчетах контролируемая с помощью флуктуационно-диссипативной теоремы [19] кинетическая энергия частиц обеспечивала величину эффективного параметра неидеальности системы  $\Gamma = l_p^2 U_1^{(2)} / (2K) \sim 3\Gamma_c^*$ , где  $\Gamma_c^* \approx 100$  – точка плавления систем с изотропными парными потенциалами [20],  $U_1^{(2)}$  – усредненная величина второй производной первого члена в выражении (3) в точке среднего межчастичного расстояния  $l_p$ , а  $K$  – средняя кинетическая энергия частиц.

В ходе моделирования траектории частиц записывались в течение времени  $\tau \sim 100/\text{min} [\nu_{fr}; \omega^*]$ , необходимого для корректного решения обратной задачи, здесь  $\omega^* = (U_1^{(2)}/\pi M)^{1/2}$  – собственная пылевая частота. Рис. 2 иллюстрирует парную пространственную корреляцию частиц  $g(l, \theta)$  в цепочке, состоящей из 16 частиц и расположенной во внешнем электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией.

*Результаты и их обсуждение.* Результаты решения обратной задачи по восстановлению силы анизотропного межчастичного взаимодействия в цепочечной структуре представлены на рис. 3 для различных углов  $\theta = (\theta_s + \theta_{s+1})/2$ . Неизвестная сила межчастичного взаимодействия задавалась в виде комбинации степенных функций:

$$F_{\text{int}} = \sum_{i=1}^5 \frac{a_{si}}{l^{i+1}} \quad (4)$$

для каждого углового интервала  $[\theta_s; \theta_{s+1})$ , в котором  $\int g(l, \theta) dl d\theta \neq 0$ . Здесь  $a_{si}$  – искомые коэффициенты разложения. Ошибка определения значений силы межчастичного взаимодействия на малых расстояниях ( $l < 0.75l_p$ ) в основном связана с отклонением вектора силы  $\vec{F}_{\text{int}}(\vec{l}_{kj})$  от направления вектора  $\vec{l}_{kj}$ , которое не учитывается при решении обратной задачи (1), а также с недостаточным количеством накопленных данных об ускорениях частиц, необходимых для устранения случайных ошибок, связанных со стохастическим движением частиц.

Оценим максимальное относительное пространственное изменение заряда частиц в анализируемой системе  $\Delta Q/Q$ , при котором возможно решение обратной задачи (1)

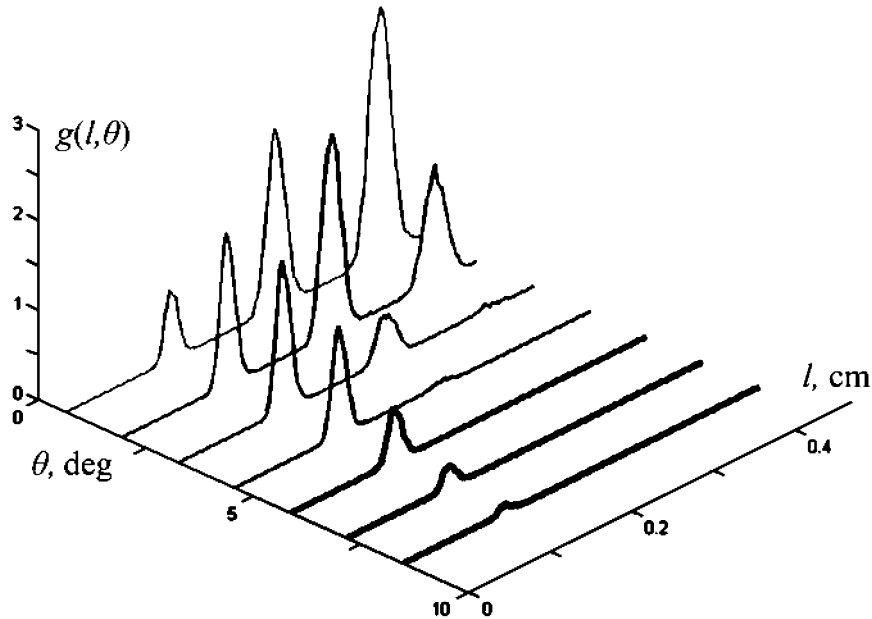


Рис. 2: Пространственная парная корреляционная функция  $g(l, \theta)$  квазиодномерной цепочечной системы из 16 частиц с параметрами квазидиполь-дипольного взаимодействия  $\gamma_z = 0, q = -0.2Q, d/l_p = 0.3, \kappa = 1$  и  $C = 0$ .

в предположении о постоянстве величины заряда. На рис. 4 представлены результаты решения обратной задачи (1) для цепочечной системы заряженных частиц с градиентом величины заряда  $\gamma_z$  таким, что в пределах цепочки изменение заряда частиц  $\Delta Q/Q_0$  не превышало 30%. Для цепочек с  $\Delta Q/Q_0 < 15\%$  отклонение восстановленной силы  $F_{\text{int}}$  от представленной на рис. 4 заданной силы с  $Q(z) = Q_0$  не превышало 10%.

Обратная задача (1) с учетом дополнительной неизвестной функциональной зависимости  $Q(z)$  может быть решена только в предположении простого экранированного кулоновского взаимодействия частиц между собой. Поиск более сложной пространственной зависимости силы межчастичного взаимодействия приводит к неоднозначному решению системы уравнений (1). В этом случае для решения такой системы необходима дополнительная информация, например, о значении собственной частоты колебаний для каждой частицы, содержащей информацию о первой производной сил, действующих со стороны ближайших соседей.

Дополнительно проанализируем влияние флуктуаций зарядов на результаты решения обратной задачи. Случайные флуктуации заряда приводят к флуктуациям сил межчастичного взаимодействия и электрической силы, действующей на частицу во

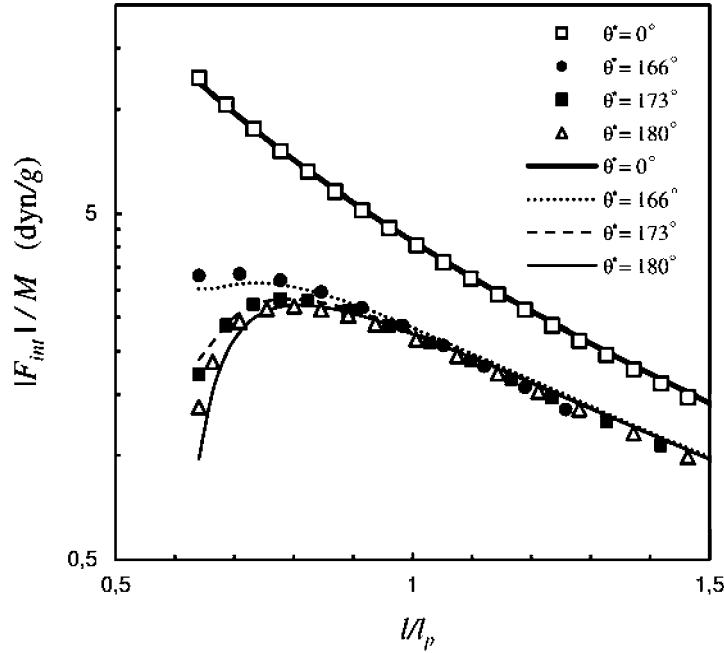


Рис. 3: Восстановленная сила анизотропного взаимодействия  $|F_{\text{int}}|/M$  в цепочечной системе из 16 частиц (символы) с  $\omega^*/\nu_{fr} = 1$ . Линией обозначена заданная сила с параметрами  $\gamma_z = 0, q = -0.2Q, d/l_p = 0.3, \kappa = 1$  и  $C = 0$ .

внешнем электрическом поле. Для количественной оценки влияния эффекта случайных флуктуаций зарядов пылевых частиц на процедуру определения действующих в системе сил необходима информация об основных характеристиках флуктуаций. К ним относятся амплитуда  $\delta Z$  и характерное время  $\tau_c$  корреляции флуктуаций. В работах [21, 22] было установлено, что  $\delta Z = \alpha \langle Z \rangle^{1/2}$ , где  $\langle Z \rangle$  – равновесный стационарный заряд пылевой частицы в единицах заряда электрона  $e$ ,  $\alpha$  – коэффициент, зависящий от параметров плазмы. Для частиц размером от 1 до 10 мкм, левитирующих в приэлектродном слое ВЧ-разряда, характерная величина заряда  $\langle Z \rangle$  может быть  $10^3 - 10^4$  [1], значения  $\alpha$  находятся в диапазоне от 0.4 до 0.6 [21, 22], а характерное время корреляции флуктуаций  $\tau_c$  может изменяться от  $10^{-4}$  до  $10^{-5}$  секунд [22]. При таких параметрах характерные флуктуации сил межчастичного взаимодействия  $\delta F_{\text{int}}/F_{\text{int}} \approx 2\delta Z/Z = 2\alpha/\sqrt{Z}$ , вызванные случайными флуктуациями зарядов частиц, будут меньше или порядка 1%. Сравним амплитуду флуктуаций  $\delta F_{\text{int}}(l_p)$  с характерной возвращающей силой  $\Delta F_{\text{int}}$ , возникающей при тепловом смещении частицы вдоль цепочки на величину  $\Delta l \sim \sqrt{K l_p^3}/eZ$ . Поскольку частицы микронных размеров, левитирующие в приэлектродном слое, обыч-

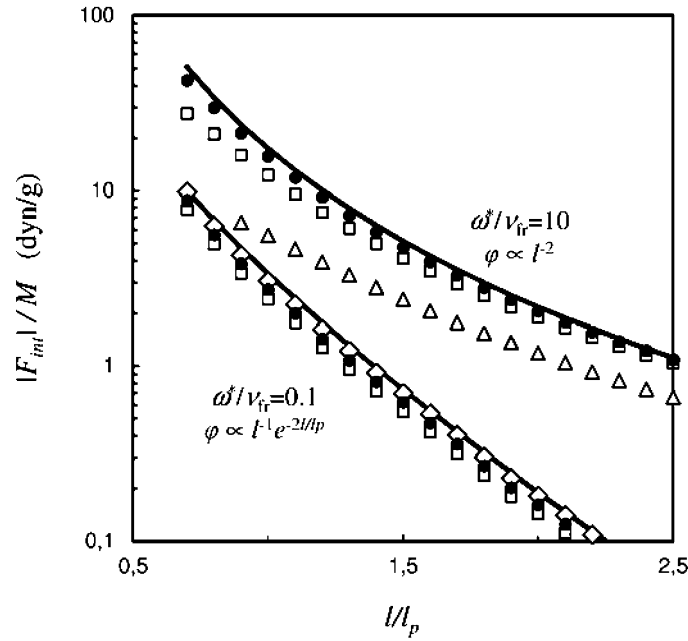


Рис. 4: Восстановленная сила  $|F(l/l_p)|/M$  в цепочечной системе из 16 взаимодействующих частиц с градиентом заряда:  $\Delta Q/Q = 5\%$  ( $\diamond$ );  $10\%$  ( $\bullet$ );  $15\%$  ( $\square$ );  $25\%$  ( $\triangle$ ). Линиями обозначены заданные парные силы, рассчитанные для  $Q(z) = Q_0$  и  $q = 0$ .

но приобретают кинетическую энергию  $K \sim 0.1 - 1$  эВ, а среднее расстояние между ними  $l_p \sim 0.1$  см, то  $\delta F_{\text{int}}/\Delta F_{\text{int}} \sim (\delta Z/Z)(l/\Delta l) \sim \alpha \sqrt{Ze^2/Kl_p} \sim 0.01 - 0.1$ . Так как время корреляции флуктуаций  $\tau_c \ll \Delta t$ , то измеренные в эксперименте и используемые при решении обратной задачи (1) ускорения частиц  $d^2\vec{l}_k/\Delta t^2$  соответствуют усредненным по времени зарядам частиц и силам взаимодействия между ними. Таким образом, флуктуации зарядов пылевых частиц не должны оказывать заметного влияния на результаты восстановления силы межчастичного взаимодействия при рассматриваемых экспериментальных условиях.

*Выводы.* Рассмотрена возможность экспериментальной диагностики анизотропного взаимодействия между пылевыми частицами в плазме, возникающего за счет эффектов ионной фокусировки. Для этого был модифицирован метод, основанный на решении обратной задачи Ланжевена, для систем с анизотропным межчастичным взаимодействием. Для простоты экспериментального определения пространственной зависимости сил анизотропного взаимодействия мы предлагаем применить этот метод для анализа взаимодействия пылевых частиц в одномерной пылевой цепочке.



Выполнено численное моделирование динамики пылевых частиц с различным анизотропным взаимодействием для цепочечных структур в поле ловушки с цилиндрической симметрией. Рассмотрены вопросы, связанные с влиянием пространственной неоднородности и флуктуаций зарядов на результаты определения сил, действующих в системе. Показано, что для цепочечных систем, в пределах которых изменение заряда частиц не превышает 15%, предложенный метод может использоваться без учета пространственной зависимости зарядов частиц.

Результаты настоящего исследования могут быть полезны для плазменно-пылевых систем с другими типами анизотропных взаимодействий, например, для изучения свойств пылевой плазмы с несферическими пылевыми частицами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект N 14-12-01440).

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак и др., УФН **174**, 495 (2004).
- [2] А. М. Игнатов, Физика плазмы **31**, 52 (2005).
- [3] S. V. Vladimirov and M. Nambu, Phys. Rev. E. **52**, 2172 (1995).
- [4] V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer, et al., Phys. Rev. E. **54**, 4155 (1996).
- [5] M. Lampe, G. Joyce, and G. Gunguli, Phys. Plas. **7**, 3851 (2000).
- [6] S. V. Vladimirov, S. A. Maiorov, and N. F. Cramer, Phys. Rev. E **67**, 016407 (2003).
- [7] С. А. Майоров, Физика плазмы **31**(8), 749 (2005).
- [8] С. А. Майоров, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 6, 37 (2006).
- [9] С. А. Майоров, Физика плазмы **32**(9), 802 (2006).
- [10] С. А. Майоров, Б. А. Клумов, Краткие сообщения по физике ФИАН, **40**(10), 19 (2013).
- [11] U. Konopka, G. E. Morfill, and L. Ratke, Phys. Rev. Lett. **84**, 891 (2000).
- [12] О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, А. В. Гавриков и др., ЖЭТФ **137**, 751 (2010).
- [13] Е. А. Лисин, О. С. Vaulina, О. F. Petrov and V. E. Fortov, EPL **97**, 55003 (2012).
- [14] Е. А. Лисин, R. A. Timirkhanov, O. S. Vaulina, et al., New J. Phys. **15**, 053004 (2013).
- [15] V. E. Fortov, O. F. Petrov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, Phys. Rev. E **70**, 046415 (2004).
- [16] О. С. Ваулина, Е. А. Лисин, Физика плазмы **35**, 636 (2009).
- [17] I. I. Lisina and O. S. Vaulina, EPL **103**, 55002 (2013).
- [18] И. И. Лисина, О. С. Ваулина, Физика плазмы **40**, 815 (2014).
- [19] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика. Часть 2* (М., Физматлит, 2001).
- [20] O. S. Vaulina and S. V. Vladimirov, Plasma Phys. **9**, 835 (2002).
- [21] T. Matsoukas and M. Russell, J. Appl. Phys. **77**, 4285 (1995).
- [22] S. A. Khrapak, A. P. Nefedov, O. E. Petrov, and O. S. Vaulina, Phys. Rev. E **59**, 6017 (1999).

Поступила в редакцию 10 декабря 2014 г.