

УДК 533.95

## К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНОГО ТОМСОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ ОСТРОСФОКУСИРОВАННОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

О. Е. Вайс, С. Г. Бочкарев, В. Ю. Быченков

*В подходе пробных частиц решена задача о нелинейном томсоновском рассеянии ультракороткого лазерного импульса на свободных электронах из острого фокуса. Для описания полей лазерного пучка использовано точное решение уравнения Гельмгольца, позволяющее промоделировать динамику и излучение электронов в условиях, когда параксиальное приближение заведомо неприменимо. Изучены характеристики аттосекундных электромагнитных импульсов вторичного излучения от тестовых электронов в процессе их движения вблизи лазерного фокуса.*

**Ключевые слова:** генерация аттосекундных импульсов, прямое ускорение электронов.

Одна из новых схем генерации ярких рентгеновских импульсов основана на процессе нелинейного томсоновского рассеяния (НТР) лазерного света на свободных электронах из острого фокуса, а также обратного комптоновского рассеяния мощного лазерного импульса на встречном пучке частиц [1–3]. Эффект НТР исследовался исходя из приближения плоской ЭМ волны [1] и/или параксиальных ЭМ полей [2, 3]. При переходе к релятивистски сильным световым лазерным полям следует ожидать наиболее сильного эффекта в НТР. Разработка теоретической модели НТР в таких условиях безусловно важна для понимания целесообразности перехода в режим сверхострой фокусировки, когда диаметр фокального пятна  $D_F \sim \lambda$ , где  $\lambda \approx 0.8 \div 1$  мкм.

Для описания фокусировки лазерного импульса, который распространяется в направлении  $Z$  и поляризован вдоль  $X$ , воспользуемся решением уравнений

Максвелла [4]:

$$\begin{aligned} \hat{B}_x &= 0, \quad \hat{B}_y = ik_0 \int_0^\infty \Psi(b, z) J_0(k_0rb) h(b) db, \quad \hat{B}_z = \frac{k_0y}{r} \int_0^\infty \Psi(b, z) J_1(k_0rb) b db, \\ \hat{E}_x &= i \int_0^\infty \Psi(b, z) \left[ \frac{b J_1(k_0rb)}{r} - \frac{k_0b^2y^2}{r^2} J_2(k_0rb) + k_0h^2(b) J_0(k_0rb) \right] db, \quad (1) \\ \hat{E}_y &= \frac{ik_0xy}{r^2} \int_0^\infty \Psi(b, z) J_2(k_0rb) b^2 db, \quad \hat{E}_z = \frac{k_0x}{r} \int_0^\infty \Psi(b, z) J_1(k_0rb) b h(b) db. \end{aligned}$$

Векторы напряженности электрического и индукции магнитного полей выражаются следующим образом:  $\mathbf{E}(\mathbf{R}, t) = \Re(\hat{\mathbf{E}}e^{-i\omega_0t})$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{R}, t) = \Re(\hat{\mathbf{B}}e^{-i\omega_0t})$ , где  $\mathbf{R} = \{x, y, z\}$ ,  $\hat{\mathbf{E}} = \{\hat{E}_x, \hat{E}_y, \hat{E}_z\}$ ,  $\hat{\mathbf{B}} = \{\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z\}$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\Psi(b, z) = \frac{A^0b}{\alpha\epsilon_0^2} \exp\left(-\frac{b^2}{2\alpha\epsilon_0^2} + ik_0h(b)\right)$ , где  $h = \sqrt{1 - b^2}$ , при  $b \leq 1$  и  $h = i\sqrt{b^2 - 1}$  при  $b > 1$ ,  $A^0$  – амплитуда поля. Интегрирование в (1) ведется по безразмерному поперечному волновому числу  $b = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}/k_0$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega_0/c$ ,  $\omega_0$  – частота излучения,  $h(b)$  – продольное волновое число. Здесь введены параметры, определяющие жесткость фокусировки лазерного импульса:  $\alpha = 1 + \frac{i}{2\epsilon_0 f_\#}$ ,  $\epsilon_0 = \frac{1}{k_0 \rho_0}$ , где  $\rho_0$  – поперечный радиус пучка при  $z = 0$ ,  $f_\#$  – параметр, определяющий угол схождения лучей:  $f_\# = f/d$ , где  $f$  и  $d$  – фокус и диаметр эффективной линзы. Выражения (1) в пределе  $k_0 D_F \gg 1$  сводятся к параксиальному приближению, что соответствует заданию при  $z = 0$  гауссова пучка линейной поляризации со сходящимся волновым фронтом [5].

Динамика тестовых электронов в лазерном импульсе описывается с помощью релятивистского уравнения движения с силой Лоренца:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} - e\mathbf{u} \times \mathbf{B}, \quad \frac{d\mathbf{R}}{dt} = c\mathbf{u}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}$  – радиус-вектор, задающий текущее положение,  $\mathbf{u}$  – вектор скорости, обезразмеренный на скорость света,  $\mathbf{p} = \frac{m_e c \mathbf{u}}{\sqrt{1 - |\mathbf{u}|^2}}$  – импульс частицы. Сравнение траекторий и характеристик вторичного излучения, рассчитанных по формулам (1) либо в параксиальном приближении, проводилось при одинаковых значениях диаметра пятна ( $D_F$ ) и положения фокальной плоскости ( $z = z_F$ ). На рис. 1((a), (b)) изображены траектории первоначально покоящихся тестовых электронов 1 – 5, имеющих различное начальное положение вблизи лазерного фокуса: ( $\mathbf{R}_{01} = \{0, 0, z_F - 2\lambda\}$ ,  $\mathbf{R}_{02} = \{\lambda/2, 0, z_F\}$ ,  $\mathbf{R}_{03} = \{0, 0, z_F\}$ ,  $\mathbf{R}_{04} = \{0, 0, z_F + 2\lambda\}$ ,  $\mathbf{R}_{05} = \{-\lambda/2, 0, z_F\}$ ). Расчеты выполнены для следующих параметров лазерного импульса [6]: интенсивность в фокусе  $I_L = 2 \cdot 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $D_F \approx 0.9\lambda$ ,  $f_\# = 0.5$ ,  $\lambda = 0.8$  мкм, длительность импульса по половинной мощности

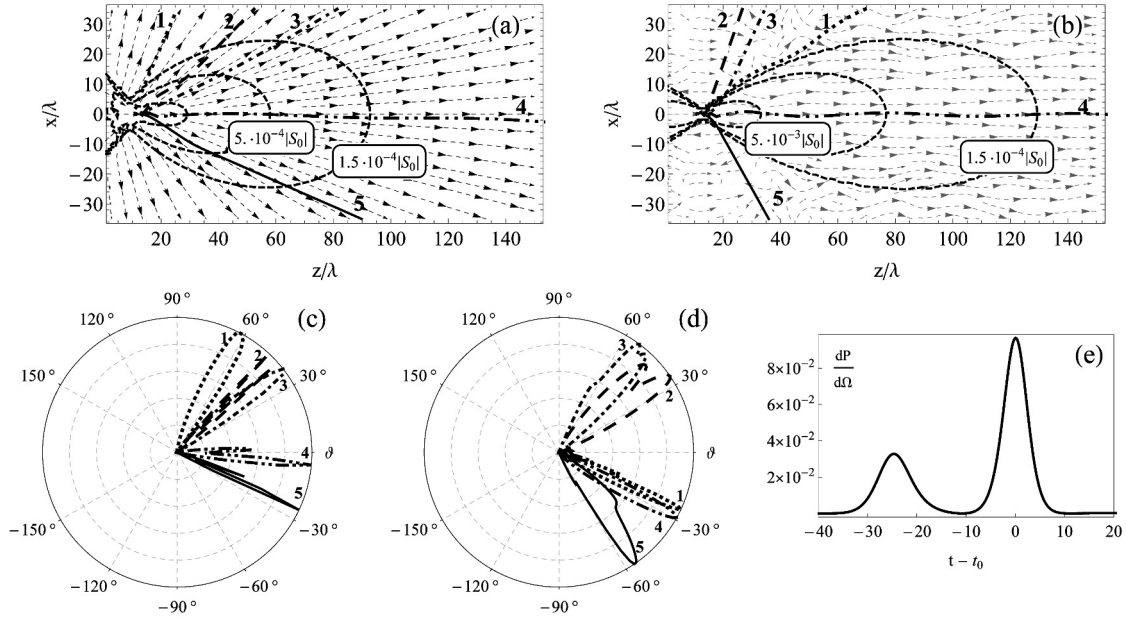


Рис. 1: ((a), (b)): Траектории 1–5 электронов, стрелками показаны направления вектора Пойнтинга  $\mathbf{S}$ , штрихами – контурные линии для  $|\mathbf{S}/S_0| = \text{const}$ . ((c), (d)): Диаграммы направленности излучения в полярных координатах  $(\vartheta, \frac{dP(t_0, \vartheta, \varphi)}{d\Omega})$ , для траекторий 1–5. Рисунки ((a), (c)) отвечают расчетам по формулам (1), а ((b), (d)) – по параксиальным. (e): Эволюция мощности излучения, Вт/ср, в оптимальном направлении, как функция времени (ас) при расчете по полям (1). Здесь  $t_0$  – момент прихода максимума мощности излучения в точку наблюдения.

$\approx 35$  фс. Электроны, вылетая из фокуса, стремятся ориентироваться вдоль вектора Пойнтинга. Данный эффект можно проследить при описании полей по формулам (1), рис. 1((a), (c)) в то время как в параксиальных полях, см. рис. 1((b), (d)) такой корреляции не наблюдается. Отметим, что частицы, находящиеся изначально в плоскости поляризации, при взаимодействии с импульсом не покидают ее [4]. Так как динамика частиц определяет характеристики вторичного ЭМИ, наибольший интерес представляет распределение излучения именно в этой плоскости. С помощью полученных численным интегрированием траекторий было рассчитано распределение мощности излучения в единицу телесного угла, определяемое по формуле [7]:

$$\frac{dP(t, \vartheta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c} \left| \left[ \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \mathbf{u}) \times \dot{\mathbf{u}}]}{(1 - \mathbf{n}\mathbf{u})^3} \right]_{t'} \right|^2, \quad (3)$$

где выражение в квадратных скобках берется в момент времени  $t' = t - (R_0 -$

$\mathbf{nR})/c$ ,  $\dot{\mathbf{u}} = d\mathbf{u}/dt$ ,  $R_0$  – расстояние от точки наблюдения до начала координат,  $\mathbf{n} = \{\cos \varphi \sin \vartheta, \sin \varphi \sin \vartheta, \cos \vartheta\}$  – единичный вектор, связанный с углами наблюдения  $(\vartheta, \varphi)$ . Значения углов  $(\vartheta_{\max}, \varphi_{\max})$ , при которых функция  $\frac{dP}{d\Omega}$  достигает максимума, определим как оптимальное направление для наблюдения. Зависимость пиковой мощности излучения (по времени) как функции углов наблюдения, т.е. диаграмма направленности, показана на рис. 1 ((c), (d)) для траекторий 1–5. Полярный угол  $\vartheta_{\max}$  заметно зависит от начального положения частицы, так для траекторий 1–2  $\vartheta_{\max}(e) = 63^\circ, 47^\circ$  и  $\vartheta_{\max}(p) = 46^\circ, 34^\circ$ , где буквами  $e$  и  $p$  обозначены значения, отвечающие расчетам по точным и параксиальным выражениям соответственно. Однако в приближении плоского ЭМ фронта данная величина гораздо меньше [3]:  $\vartheta_{\max} \approx 2/a_0 \approx 1^\circ$  при  $a_0 \approx 96$ . Здесь  $a_0 = 0.85 \cdot (I_L \lambda^2 / I_{18} \lambda_1^2)^{1/2}$  – безразмерная амплитуда в фокусе;  $I_{18} = 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\lambda_1 = 1$  мкм. Значения углов  $\vartheta_{\max}$  четко коррелируют с углами вылета частиц из острого фокуса только при описании полей по точным формулам и определяются углом наклона волнового фронта к оси  $Z$ , что составляет  $\sim \arctg\left(\frac{1}{2f_{\#}}\right) = 45^\circ$  для  $f_{\#} = 0.5$ . Данные примеры демонстрируют неприменимость параксиального приближения при фокусировке в дифракционный предел.

Анализ эволюции мощности и полей излучения свидетельствует о генерации сдвоенных аттосекундных импульсов, см. рис. 1(e). Поскольку электрон быстро покидает фокальную область в поперечном направлении, число излучаемых им импульсов не превышает одного в остророфокусированном пучке, описываемом точными выражениями, и не более двух-трех импульсов в параксиальном случае. При этом импульсы, хотя и существенно короче периода лазерной волны, однако значительно длиннее, чем предсказывает приближение плоской ЭМ волны. Параксиальные формулы для полей завышают длительности импульсов, определяемые по половинной мощности излучения. Так, для начального положения электрона в фокусе (траектория 3) имеем  $\Delta\tau(e) = 6$  ас,  $\Delta\tau(p) = 12$ , в пределе же плоского волнового фронта длительность гораздо короче  $\simeq \pi/(2\omega_0 a_0^2) \approx 0.07$  ас.

Для анализа спектрального состава аттосекундных импульсов был произведен расчет спектральной плотности энергии излучения в единицу телесного угла [7]:

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \left[ \frac{\mathbf{n} \times ((\mathbf{n} - \mathbf{u}) \times \dot{\mathbf{u}})}{(1 - \mathbf{n}\mathbf{u})^3} \right]_{ret} \right|^2. \quad (4)$$

Данный процесс характеризуется сильной зависимостью спектральной плотности энергии от угла наблюдения. Эта зависимость показана на рис. 2(a). Под оптимальным углом наблюдения спектральная функция шире и максимум приходится на большую

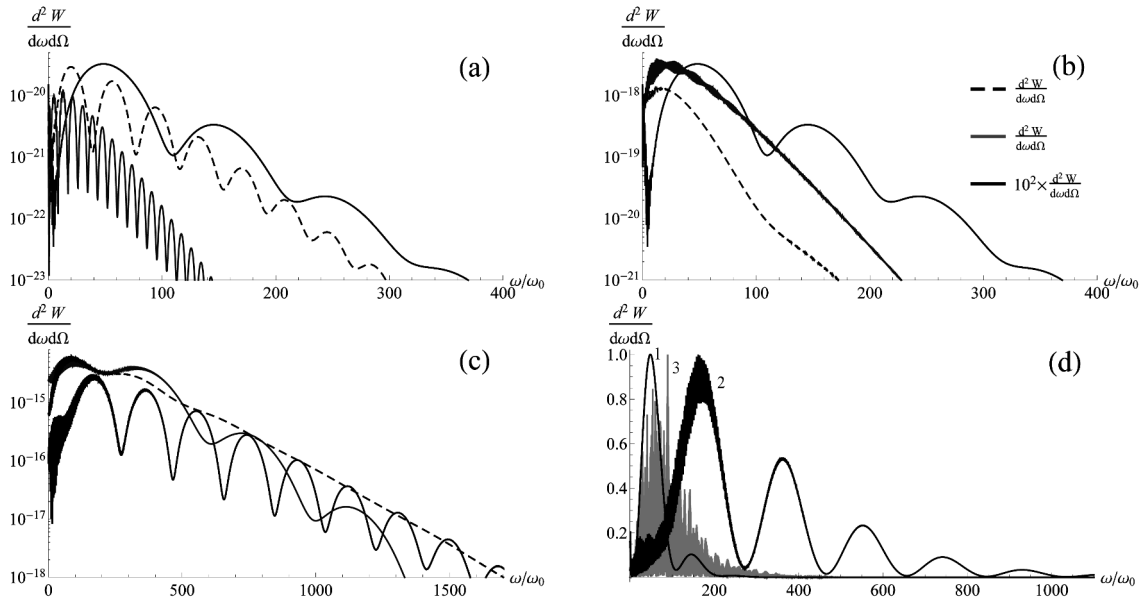


Рис. 2: Спектры излучения, Джс/(эВ·ср), электрона, находящегося первоначально в фокусе (a): при  $D_F = 0.9\lambda$ ,  $\theta_{\max} = 38^\circ$  (сплошная кривая),  $\theta_1 = 45^\circ$  (штриховая) и  $\theta_2 = 60^\circ$  (серая); ((b), (c)): для  $\theta = \theta_{\max}$  при расчете по точным формулам (черная), без учета продольных компонент (штриховая) и в параксиальном приближении (серая) при  $D_F = 0.9\lambda$  (b) и  $D_F \approx 6\lambda$  (c); (d): для  $\theta = \theta_{\max}$ ,  $D_F = 0.9\lambda$  (1),  $D_F \approx 6\lambda$ , (2) и  $D_F = 14\lambda$  (3).

частоту, при этом частота отсечки спектра, которую мы определяем по уровню  $10^{-3}$  от максимального значения, будет выше. Свойства спектральной функции (4) зависят от подхода к описанию лазерного поля. Параксиальные формулы, а также формулы (1) без учета продольных компонент  $E_z, B_z$  в случае предельно острой фокусировки дают некорректные пиковые значения спектральной энергии излучения, так при  $D_F = 0.9\lambda$  разница составляет около 2 порядков (b). При уменьшении остроты фокусировки,  $D_F \approx 6\lambda$ , мы приближаемся уже к границе применимости параксиальных формул, разница меньше 1 порядка (c). Общими особенностями спектров, полученных по точным формулам, служат бо́льшая ширина и бо́льшая частота максимума функции. В результате расчетов было выявлено, что параксиальное приближение позволяет производить корректные расчеты спектров вторичного ЭМИ для  $D_F \gtrsim 14\lambda$  ( $f_{\#} \gtrsim 24$ ). На рис. 2(d) представлена параметрическая зависимость спектров от остроты фокусировки лазерного излучения при фиксированной энергии лазерного импульса. Очевидно, что эффект повышения энергии вторичного излучения путем фокусировки, приводящей к

росту фокальной интенсивности, имеет предел из-за того, что в конце концов область взаимодействия лазерного излучения с электроном становится слишком малой. Поэтому существует оптимальное значение диаметра перетяжки  $D_F \approx 9\lambda$  для максимальной эффективности НТР.

В данной работе на основе расчетов была продемонстрирована генерация уединенных аттосекундных импульсов в случае предельно острой фокусировки, исследованы их спектрально-угловые характеристики. Также был проведен анализ влияния структуры лазерного поля на динамику электрона в остром фокусе и характеристики вторичного излучения; получены границы применимости параксиальных формул.

Авторы выражают большую благодарность И.А. Андрияшу за стимулирующее обсуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-12-00194).

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] E. Esarey, S. K. Ride, and P. Sprangle, Phys. Rev. E **48**, 3003 (1993).
- [2] J. Koga, T. Zh. Esirkepov, and S. V. Bulanov, Phys. Plasmas **12**, 093106 (2005).
- [3] K. Lee, S.-Y. Chung, and D.-E. Kim, Relativistic Nonlinear Thomson Scattering: Toward Intense Attosecond Pulse. In: Advances in Solid State Lasers Development and Applications, Mikhail Grishin (Ed.) (InTech, 2010), ISBN: 978-953-7619-80-0, DOI: 10.5772/7964.
- [4] С. Г. Бочкарев, В. Ю. Быченков, Квантовая электроника **37**, 273 (2007).
- [5] С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика* (Москва, МГУ Наука, 2004).
- [6] V. Yanovsky, V. Chuykov, G. Kalinichenko, et al., Optics Express **16**, 2109 (2008).
- [7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Москва, Наука, 1973).

Поступила в редакцию 13 октября 2015 г.