

УДК 533.951.2, 512.816.1

НЕЛИНЕЙНЫЙ ПЛАЗМЕННЫЙ РЕЗОНАНС В НЕОДНОРОДНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ

И. И. Метельский¹, В. Ф. Ковалев², В. Ю. Быченков¹

Представлено теоретическое исследование колебаний релятивистской электронной плазмы в области плазменного резонанса методом ренормгрупповых симметрий. Найдено стационарное решение уравнений, описывающих динамику электронов в окрестности плазменного резонанса. Рассмотрены пространственно-временные и спектральные характеристики потенциального электрического поля.

Ключевые слова: релятивистская плазма, плазменный резонанс, ренормгрупповой анализ.

Введение. Хорошо известно, что при взаимодействии лазерного излучения с неоднородной плазмой происходит линейная трансформация электромагнитной волны, приводящая к резонансному возрастанию потенциального электрического поля в окрестности критической плотности плазмы [1]. Стационарная структура такого поля подробно рассмотрена в линейном приближении в [1, 2]. Повышение мощности лазеров делает актуальным учет нелинейных эффектов взаимодействия лазерного излучения с плазмой даже в случае нерелятивистских скоростей электронов. Нелинейные эффекты в окрестности плазменного резонанса имеют большое значение для анализа нелинейного поглощения и генерации гармоник в лазерной плазме [3]. При еще более высоких интенсивностях лазерного излучения релятивистские эффекты для электронов плазмы вблизи плазменного резонанса становятся существенными. В данной работе представлено и детально анализируется стационарное решение уравнений, описывающих колебание электронов релятивистской плазмы в окрестности плазменного резонанса. Ключевым аспектом построения данного решения является использование метода ренормгрупповых симметрий (РГС).

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: metelski@lebedev.ru, bychenk@lebedev.ru.

² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 125047 Россия, Москва, Миусская пл., 4.

Основные уравнения и их решение методом ренормгрупповых симметрий. Рассмотрим нелинейное взаимодействие мощного лазерного излучения с неоднородной плазмой, характеризуемой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1 - \omega_L^2/\omega_0^2$, которая обращается в нуль в точке резонанса $x = 0$ (x – продольная координата), где лазерная частота ω_0 совпадает с ленгмюровской частотой электронов плазмы ω_L .

Благодаря эффекту линейного преобразования p – поляризованная лазерная волна формирует усиленную потенциальную компоненту электрического поля в окрестности плазменного резонанса [1].

Эта компонента электрического поля, поляризованная в направлении градиента неоднородности плазмы, играет определяющую роль в нелинейных процессах, например, в генерации гармоник [3]. Кроме того, зависимость электромагнитного поля и скорости электронов от координаты x около критической плотности намного более сильная по сравнению с той же зависимостью от поперечной координаты y . Поэтому, согласно [4], рассмотрим систему двух нелинейных уравнений в частных производных для динамики электронов и структуры электрического поля около критической плотности,

$$\partial_t v + av\partial_x v = P(1 - \beta v^2)^{3/2}, \quad \partial_t P + av\partial_x P = -\omega_0^2 v. \quad (1)$$

Эти уравнения получены из системы гидродинамических уравнений для холодной бесстолкновительной электронной плазмы, дополненной уравнениями Максвелла с учетом иерархии компонентов электрического поля. Здесь $a = -2e|B_1(0)| \sin \theta / m\omega_0^2 L$ – безразмерная константа, пропорциональная абсолютной величине магнитного поля $B_1(0) = |B_1(0)| \exp(i \arg B_1(0))$ в точке $x = 0$ в линейном приближении; $\beta \equiv a^2/c^2$, c – скорость света; v и P – скорость электронов и потенциальное электрическое поле вдоль градиента плотности плазмы (с масштабом неоднородности L), нормированные на параметр a .

Уравнения (1) включают два параметра, a и β , определяющие вклады конвективной и релятивистской нелинейностей соответственно. В предельном случае $a \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 0$, уравнения (1) имеют хорошо известное решение [1], описывающее плазменный резонанс в линейном приближении. Построение ряда по степеням параметров a и β позволяет найти поправки к данному решению и найти решение по теории возмущений (ТВ), которое используется для получения нелинейного решения уравнений (1) для ненулевых значений a и β с использованием метода РГС [5]. Обобщая результат [4], полученный для нерелятивистского случая, получим следующие неявные формулы для потенциа-

ного электрического поля и скорости электронов в окрестности плазменного резонанса

$$P = -\frac{1}{1+l^2}(l \cos \chi + \sin \chi), \quad v_1 = -\frac{1}{1+l^2}(l \sin \chi - \cos \chi), \quad x = l + \frac{A}{1+l^2}(l \cos \chi + \sin \chi),$$

$$v = \pm \frac{1}{\beta} \left[1 - \frac{1}{(1 + \beta v_1^2/2)^2} \right]^{1/2},$$

$$\tau = \chi - \left(\sqrt{4 + \frac{\beta}{1+l^2}} E(\varphi, k) - \frac{2}{\sqrt{4 + \beta/(1+l^2)}} F(\varphi, k) - \varphi \right), \quad (2)$$

где

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{l \cos \chi + \sin \chi}{\sqrt{I_1}} \right), \quad k = \sqrt{\frac{\beta/(1+l^2)}{4 + \beta/(1+l^2)}}, \quad A = \frac{aL^2}{\Delta^2},$$

$$F(\lambda, k) = \int_0^\lambda \frac{d\mu}{\sqrt{(1-k\mu^2)(1-\mu^2)}}, \quad E(\lambda, k) = \int_0^\lambda \frac{\sqrt{1-k\mu^2} d\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}. \quad (3)$$

В этих формулах мы переходим к безразмерным переменным $l, \chi, \tau \equiv \omega_0 t$ и нормируем поле P на $(\omega_0^2 L^2 / \Delta)$, координату x на Δ , скорость v на $(\omega_0 L^2 / \Delta)$ и параметр β на $(\omega_0 L^2 / \Delta)^{-2}$; ширина плазменного резонанса Δ определяется тепловым движением электронов с тепловой скоростью v_T или конечной частотой столкновений ν :

$$\Delta = \max \left\{ \nu L / \omega_0; (3v_T^2 L / \omega_0^2)^{1/3} \right\}.$$

Формулы (2), (3) описывают искомую нелинейную структуру электрического поля P и скорость электронов плазмы v , учитывая релятивистскую $\beta \neq 0$ и нерелятивистскую $a \neq 0$ нелинейности плазмы. Зависимость P и v от координаты x и времени τ определяется неявно через параметрические переменные l и χ .

Существуют два различных сценария поведения потенциального поля вблизи плазменного резонанса, которые определяются зависимостью функции $\tau = \tau(\chi, l)$ от χ в (2). В отсутствие релятивизма, т.е. когда $\beta = 0$, зависимость $\tau(\chi, l)$ от χ линейна, $\tau = \chi$. В релятивистском случае эта зависимость принимает вид $\tau = \psi\chi$, где $\psi = \psi(\chi, l) \neq 1$. За точкой $\chi = \pi/2$ существуют две различных ветви решения (2), соответствующие двум различным путям продолжения решения, и можно выбрать любую из двух ветвей кривой $\tau(\chi, l)$ (в общем случае, это определяется выбором начальных условий), определяя таким образом два различных нелинейных решения. Ветвь первого решения характеризуется сдвигом частоты колебаний электронной плазмы в сторону низких частот и пространственно-временной фазовой модуляцией; во второй ветви нет частотного

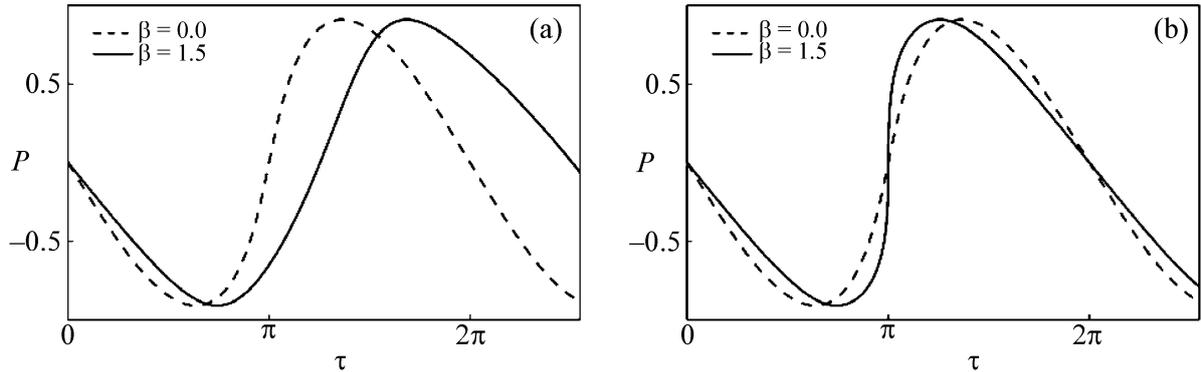


Рис. 1: Временные зависимости продольного плазменного поля в нестационарном (а) и стационарном (б) случаях при $A = 0.5$ в точке $x = 0$.

сдвига колебаний электронов плазмы, но фазовые модуляции более выражены. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 1 показана временная зависимость продольного поля в точке плазменного резонанса $x = 0$ при различных β .

Рис. 1(а) относится к плазменным осцилляциям с частотным сдвигом; рис. 1(б) показывает электрическое поле для плазменных осцилляций без частотного сдвига. Решения первого типа демонстрируют нестационарное поведение, что приводит к медленному укрупнению волнового профиля плазмы со временем τ . В конечном счете, это ведет к появлению неоднозначности в функции P , т.е. опрокидыванию волны плазменных осцилляций. В основе данного эффекта лежит пространственная зависимость частотного сдвига, представленная на рис. 1(а) для критической точки. В действительности, сдвиг частоты зависит не только от β , но также и от значения переменной l . В различных точках профиля плазмы из-за неоднородности амплитуды плазменного поля [6], осцилляции плазмы происходят с различными частотами. Это ведет к увеличению разности фаз во времени, что приводит к пересечению траекторий соседних частиц, т.е. опрокидыванию волны на конечном временном интервале [6, 7]. Решения второго типа соответствуют стационарным плазменным осцилляциям, хотя и с различными фазовыми модуляциями (рис. 1(б)). Для данного типа плазменных осцилляций опрокидывание волны происходит, когда амплитуда плазменной волны превышает некоторую пороговую величину. Рост релятивистского параметра β ведет к укрупнению профиля стационарной плазменной волны до пороговой величины β_{th} , где производная $\partial_x P$ становится бесконечной и гидродинамическая модель оказывается неприменима.

В заключение рассмотрим спектральные характеристики стационарного потенциального плазменного поля в окрестности плазменного резонанса с использованием раз-

ложения электрического поля в ряд Фурье

$$P_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\tau, x) e^{-in\tau} d\tau, \quad n = 0, 1, \dots \quad (4)$$

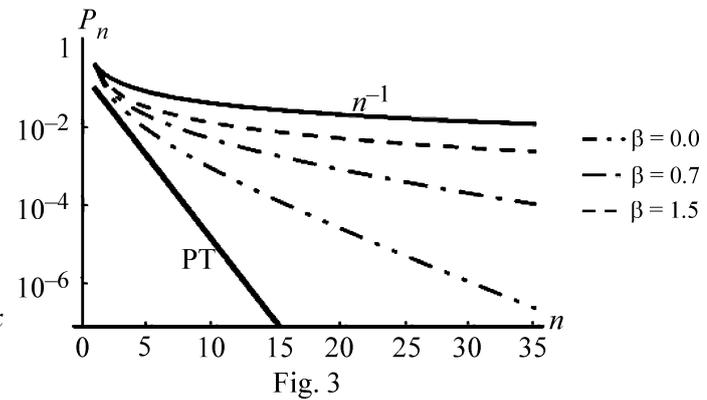
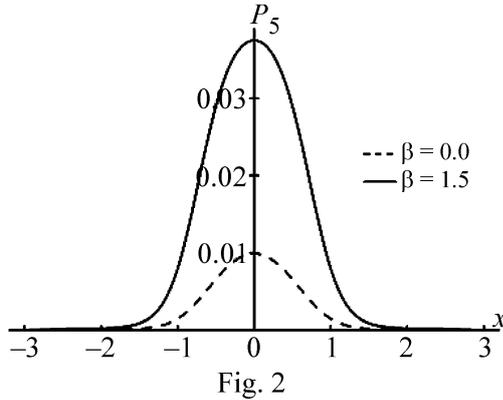


Рис. 2: Пространственные распределения пятой гармоники ($n = 5$) потенциального электрического поля в окрестности плазменного резонанса $x = 0$ при $A = 0.5$; x нормирована на Δ .

Рис. 3: Спектральные распределения потенциального плазменного поля P при различных значениях релятивистского параметра β и $A = 0.5$.

На рис. 2 показаны пространственные распределения пятой гармоники поля для нулевой ($\beta = 0$) и конечной величины ($\beta = 1.5$) релятивистского фактора. Видно, что релятивизм плазменных волн не смещает максимум электрического поля из его нормального положения $x = 0$. Однако из-за эффекта фазовой модуляции, амплитуды гармоник с номерами $n \geq$ заметно усиливаются по сравнению с нерелятивистским случаем. Данный эффект значительно изменяет спектральный состав поля, обогащая его высшими гармониками.

На рис. 3 показано спектральное распределение потенциального плазменного поля field P при различных величинах релятивистского параметра β . Нижняя сплошная кривая (РТ) соответствует результату слабонелинейной теории, в которой гармоники рассчитывались в рамках теории возмущений [3], и показывает экспоненциальный спад амплитуды гармоник с увеличением их номера. С увеличением интенсивности лазерного поля нерелятивистская нелинейность ($\beta = 0$) существенно влияет на процесс генерации гармоник вблизи точки критической плотности. Это ведет к более пологому спектральному спаду, который характеризуется зависимостью амплитуды гармоник от их номера,

$P_n \propto f(n)e^{-n}$ [4]. При увеличении интенсивности лазерного излучения релятивистские эффекты в колебаниях электронов плазмы приводят к качественной перестройке спектра электрического поля. Сравнение кривых на рис. 3 показывает, что, чем выше релятивистский параметр $\beta < \beta_{th}$, тем ближе спектральный состав электрического поля плазмы к степенному закону.

Заключение. Построено аналитическое решение системы уравнений, описывающих релятивистские осцилляции плазмы в окрестности критической плотности плазмы. Подробный анализ полученных нелинейных уравнений выявляет два типа осцилляций электронов в релятивистской плазме. При нестационарных осцилляциях первого типа, рассмотренных ранее [7], релятивистские эффекты приводят к пространственно-зависимому частотному сдвигу, который зависит от амплитуды колебаний электронов плазмы, и последующему опрокидыванию волны в течение конечного интервала времени. Стационарные релятивистские решения второго типа соответствуют электронным плазменным волнам с различными фазовыми модуляциями. Спектральный анализ плазменного электрического поля для этих стационарных осцилляций указывает на возможное существование степенного закона спада для электрического поля релятивистской плазмы.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 14-12-00194.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Б. Н. Гершман, Н. Г. Денисов, В. Л. Гинзбург, УФН **61**, 561 (1957).
- [2] Т. А. Давыдова, Физика плазмы **4**, 921 (1981).
- [3] Н. С. Ерохин, С. С. Моисеев, В. В. Мухин, ЖЭТФ **56**, 179 (1969).
- [4] В. Ф. Ковалев, В. В. Пустовалов, ТМФ **81**, 69 (1989).
- [5] В. Ф. Ковалев, Д. В. Ширков, УФН **178**, 849 (2008).
- [6] J. F. Drake, Y. C. Lee, K. Nishikawa, and N. L. Tsintsadze, Phys. Rev. Lett. **36**, 196 (1976).
- [7] С. В. Буланов и др., УФН **183**, 449 (2013).

Поступила в редакцию 5 октября 2015 г.