

ТЕОРИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО НАГРЕВА ТОКОВОЙ DT-ПЛАЗМЫ

В. Ю. Попов¹, В. П. Силин²

Для плазмы с равными концентрациями ионов дейтерия и трития развита теория турбулентного нагрева в режиме горячих ионов дейтерия и холодных ионов трития. Показана возможность нагрева электронов и ионов дейтерия в тысячи раз.

Ключевые слова: незатухающие волны, ионно-звуковые волны, ионно-звуковая турбулентность.

1. *Введение.* Настоящее сообщение посвящено теоретическому поиску оптимальных условий турбулентного нагрева токовой плазмы. Экспериментальные исследования в этой области привели, как известно, к открытию № 112: Явление турбулентного нагрева и аномального сопротивления плазмы, авторами которого являются М. В. Бабыкин, Е. Д. Волков, П. П. Гаврин, В. А. Демидов, Е. К. Завойский, Л. И. Рудаков, В. А. Скорюпин, В. А. Супруненко, Е. А. Сухомлин, Я. Б. Файнберг, С. Д. Фанченко (см. об этом [1]). В определенном смысле итоговой работой для нас представляется экспериментальная работа [2]. Основу нашего теоретического рассмотрения составляют работы [3, 4], в которых предложена модель теории ионно-звуковой турбулентности (ИЗТ) с ионами, отношение заряда которых к их массе различно. Соответствующая теория ИЗТ, с одной стороны, исходила из изотропного максвелловского распределения по скоростям ионов, а с другой стороны, предсказывала сильноанизотропное би-максвелловское ионное распределение по скоростям. Это затрудняло применение такой теории к пониманию явления турбулентного аномально сильного нагрева ионов, что замедлило развитие теории. Такая трудность была снята в огрубленной модели ИЗТ плазмы [5], в которой продольная ионная температура T_{\parallel} вдоль направления греющего плазму постоянного

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, 1; e-mail: masterlu@mail.ru.

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет).

² ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: silin@sci.lebedev.ru.

Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 115409 Россия, Москва, Каширское шоссе, д. 31.

электрического поля \vec{E} считается пренебрежимо малой по сравнению с поперечной T_{\perp} . Именно огрубленная модель [5] позволила описывать сильный турбулентный нагрев ионов. При этом оказалось возможным обнаружить конкуренцию нагрева электронов и ионов. В частности, были установлены условия, в которых ионы нагреваются быстрее электронов [5–7]. Последнее позволило поставить вопрос о времени жизни ИЗТ как состояния плазмы с температурой электронов, много большей температуры ионов. Результаты теории такой модели мы используем ниже. При этом следует подчеркнуть то, что в работе [3] первоначально была высказана претензия на теорию ионно-звуковой турбулентности “плазмы с горячими электронами и холодными ионами двух сортов”. Однако в действительности теория работы [3] содержала в себе возможность описания “плазмы с горячими электронами и горячими ионами одного сорта, когда ионы второго сорта являются холодными”. О таком объекте теории, возникающем в результате простого решения уравнения, связывающего температуры двух сортов ионов, было указано в работах [6, 7]. В самое последнее время в нашей работе [12] нами начато количественное обсуждение турбулентного нагрева плазмы в режиме нагрева плазмы с горячими и холодными ионами на примере водородно-дейтериевой плазмы. Настоящее сообщение нацелено на обсуждение возможностей такого режима нагрева частиц плазмы применительно к плазме, могущей представлять практический интерес. Наконец, имея в виду, что наша теория ИЗТ является квазистационарной, а основное в такой теории уравнение представляет собой равенство нулю инкремента (декремента) ионно-звуковых волн, пульсации которых в турбулентном состоянии аномально велики, мы используем для описания спектра таких волн представление работы [8] о стационарных модах Власова [9–11].

Этот арсенал теории ИЗТ мы используем для рассмотрения сильного турбулентного нагрева плазмы с горячими и холодными ионами на примере представляющей практический интерес дейтерий-третиевой плазмы. Стимулом для подробного текста является то, что в нашей работе [12] на учебном примере водород-дейтериевой (HD) полностью ионизованной плазмы с равной концентрацией горячих водородных и холодных дейтериевых ионов обнаружено, что время турбулентного сильного нагрева и эффективность нагрева горячих водородных ионов весьма превышают подобные характеристики нагрева HD плазмы в изучавшемся до сих пор турбулентном режиме нагрева плазмы с равными температурами ионов, полученные, например, в [8].

2. Уравнения турбулентного нагрева частиц дейтерий-третиевой плазмы. Этот раздел мы посвятим уравнениям турбулентного нагрева частиц конкретного приме-

ра полностью ионизованной дейтерий-третиевой (DT) плазмы с равной концентрацией разных ионов. При этом речь пойдет о нагреве в сильном поле. Согласно работе [5] для характеристики условий турбулентного нагрева будем использовать турбулентное число Кнудсена

$$K_{N2} = 6\pi^2 \frac{|e|EN_e\omega_{Le}^2}{\omega_L^8 r_{De}} \times \frac{(\omega_{L1}^2 r_{\perp 1}^4 + \omega_{L2}^2 r_{\perp 2}^4)}{(r_{\perp 1}^2 + r_{\perp 2}^2)^2} \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right)^2 \equiv \frac{E}{E_{NL}}, \quad (1)$$

позволяющее ниже определять условия интересующего нас в этом сообщении режима сильного греющего плазму электрического поля. Обозначение (1) отвечает рассматриваемому здесь случаю плазм с двумя сортами ионов, отношения заряда к массе которых не равны

$$e_1/m_1 \neq e_2/m_2. \quad (2)$$

В формуле (1) e – заряд и m_e – масса электрона, $r_{De} = \sqrt{\Theta_e/4\pi e^2 N_e}$ – электронный радиус дебаевского экранирования, N_e – плотность числа электронов, $\Theta_e = \kappa_B T_e$, где κ_B – постоянная Больцмана, T_e – электронная температура, $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 N_e/m_e}$ – электронная ленгмюровская частота. Для ионов в формуле (1) используются обозначения: e_α и m_α – заряд и масса ионов сорта $\alpha = 1, 2$, $\omega_{L\alpha} = \sqrt{4\pi e_\alpha^2 N_\alpha/m_\alpha}$ – ленгмюровская частота ионов сорта α , N_α – плотность числа ионов, $r_{\perp\alpha} = \sqrt{\Theta_\alpha/4\pi e_\alpha^2 N_\alpha}$, где $\Theta_\alpha = \kappa_B T_{\perp\alpha}$ и $T_{\perp\alpha}$ – поперечная температура ионов сорта α , наконец $\omega_L^2 = \omega_{L1}^2 + \omega_{L2}^2$. Итак, ниже интересующий нас нагрев частиц плазмы в режиме сильного поля $E \gg E_{NL}$ имеет место при

$$K_{N2} \gg 1. \quad (3)$$

В этом случае электроны нагреваются благодаря турбулентному джоулеву нагреву, когда для турбулентного закона Ома имеем следующее соотношение [4, 5]:

$$j \cong |e|N_e V_S 1.7 \sqrt{K_{N2}}, \quad (4)$$

где $V_S = \omega_L r_{De}$ – скорость длинноволнового ионного звука. Соответственно изменение во времени электронной температуры пространственно-однородной плазмы описывается уравнением

$$\frac{3}{2} N_e \frac{d\Theta_e}{dt} = jE \cong |e|EN_e V_S 1.7 \sqrt{K_{N2}}. \quad (5)$$

Для временной эволюции поперечной температуры ионов в условиях (3) согласно [5] имеем уравнения ($\alpha = 1, 2$)

$$\frac{d\Theta_\alpha}{dt} = 1.2 \frac{|e|EN_e V_S}{N_\alpha} \times \frac{\omega_{L\alpha}^2 r_{\perp\alpha}^4}{\omega_{L1}^2 r_{\perp 1}^4 + \omega_{L2}^2 r_{\perp 2}^4}. \quad (6)$$

Уравнений (5) и (6) достаточно для определения временной зависимости температур частиц плазмы. Используем их для случая полностью ионизованной плазмы с равной концентрацией дейтериевых и тритиевых ионов $N_D = N_T = (1/2)N_e$ и, когда, например, $\omega_L \simeq 1.5 \cdot 10^{-2} \omega_{Le}$. Для такого случая из уравнений (6), в частности, следует

$$\frac{d\Theta_T}{d\Theta_D} = \frac{2}{3} \times \frac{\Theta_D^2}{\Theta_T^2}. \quad (6a)$$

При начальном условии $\Theta_T(t_0) = \Theta_D(t_0) = \Theta_0$ отсюда, в частности, имеем

$$\Theta_T(t) = 3\Theta_D(t)\Theta_0 / (\Theta_D(t) + 2\Theta_0). \quad (7)$$

Соотношение (7) показывает, что в случае сильного нагрева ионов дейтерия, когда $\Theta_D(t) \gg \Theta_0$, температура ионов трития увеличивается лишь в три раза. Именно это позволяет надеяться на реализацию режима нагрева горячих и холодных ионов. Для случая рассматриваемой дейтерий-тритиевой плазмы турбулентное число Кнудсена имеет вид

$$K_{N_2}(t) = 562.4 \sqrt{\frac{E^2}{N_e \Theta_e(t)} \frac{\Theta_D^2(t) + (2/3)\Theta_T^2(t)}{(\Theta_D(t) + \Theta_T(t))^2}}. \quad (8)$$

Согласно (8), в начале турбулентного нагрева, когда температуры ионов принимаются равными, имеем $K_{N_2}(t_0) \cong (234.25) \sqrt{E^2 / (N_e \Theta_e(t_0))}$. При сильном нагреве ионов дейтерия, когда $\Theta_D(t) \gg \Theta_T(t)$, имеем

$$K_{N_2}(t) = 562.4 (E^2 / N_e \Theta_e(t))^{1/2}. \quad (8a)$$

С ростом температуры электронов и ионов выражение (8) становится убывающим. Соответственно этому ко времени t_f окончания сильного нагрева в режиме сильного поля можем записать соотношение $\Theta_e(t_f) / \Theta_e(t_0) = (144/25) (K_{N_2}(t_0) / K_{N_2}(t_f))$.

Обсудим как при сильном нагреве изменяется турбулентное число Кнудсена. Если предположить, что сильный нагрев осуществляется в условиях (3), то время окончания применимости излагаемого описания такого нагрева можно с запасом связать с условием $K_{N_2}(t_f) \cong 10$, а для предельных высказываний с условием $K_{N_2}(t_f) \cong 5$. Тогда для температуры электронов во время окончания нагрева с запасом можно записать следующее оценочное соотношение

$$\Theta_e(t_f) \cong 3160 (E^2 / N_e) = 0.0576 (K_{N_2}(t_0))^2 \Theta_e(t_0). \quad (9)$$

Приняв в начале турбулентного нагрева в сильном поле $K_{N_2}(0) = 120$, видим из соотношения (9) возможность роста температуры электронов примерно в 830 раз. Теперь пора

перейти к уравнениям временной эволюции температур частиц DT плазмы для того, чтобы понять какой рост температуры частиц они могут обеспечить. После подстановки (8) в уравнение (5) получаем первое из необходимых нам уравнений

$$\frac{d\Theta_e^{3/4}}{d\tau} = 6.7 \left(\frac{E^2}{N_e} \right)^{3/4} \frac{\sqrt{\Theta_D^2 + (2/3)\Theta_T^2}}{\Theta_T + \Theta_D} \quad (10)$$

или

$$d\Theta_e^{3/4}/d\tau \cong 6.7(E^2/N_e)^{3/4} \text{ при } \Theta_D \gg \Theta_T. \quad (10a)$$

Здесь и ниже $\tau = \omega_L t$. Второе уравнение запишем для сильно греющихся ионов дейтерия DT-плазмы, когда согласно (6) имеем

$$\frac{d\Theta_D}{d\tau} = 0.68 \frac{\Theta_e^{1/2}(E^2/N_e)^{1/2}}{1 + (2/3)(\Theta_T^2/\Theta_D^2)} \quad (11)$$

или

$$d\Theta_D/d\tau = 0.68 \times \Theta_e^{1/2}(E^2/N_e)^{1/2} \text{ при } \Theta_T \ll \Theta_D. \quad (11a)$$

Решение уравнений (10) и (11) в приближении $\Theta_T \ll \Theta_D$ запишем в виде

$$\Theta_e(\tau) = \Theta_e(0) + 12.6(E^2/N_e)\tau^{4/3}, \quad (12)$$

$$\Theta_D(\tau) = \Theta_D(0) + 1.45(E^2/N_e)\tau^{5/3}. \quad (13)$$

Прежде чем переходить к обсуждению полученных формул, имея в виду опыт работы [8], для определения связи начальных температур частиц и для того, чтобы убедиться в существовании ионно-звуковых волн к окончанию рассматриваемого нами нагрева, обратимся к дисперсионному уравнению ионно-звуковых волн.

3. *Ионно-звуковые волны как моды Власова и начальные условия нагрева.* Вслед за нашей работой [8] спектральные свойства используемых нами в теории ИЗТ стационарных ионно-звуковых (ИЗ) волн будем рассматривать как моды Власова. При этом традиционно используем приближение самосогласованного поля, пренебрегая анизотропией распределения ионов по скоростям. Напомним, что только при рассмотрении нелинейных проявлений механизма Кадомцева–Петвиашвили анизотропия нагрева ионов нами используется как упрощающая огрубленную модель ИЗТ. В соответствии с этим подобно [8] дисперсионное уравнение мод Власова для ионно-звуковых волн для нашего случая DT-плазмы с равными концентрациями разных сортов ионов используем в следующем виде

$$\frac{1}{A(t)} = \frac{1}{2} [\bar{J}(\beta_D(t)) - 1] + \frac{1}{2} \frac{\Theta_D(t)}{\Theta_T(t)} [\bar{J}(\beta_T(t)) - 1], \quad (14)$$

где

$$\beta_T(\tau) = \frac{V_S(\tau)\sqrt{3}}{\sqrt{\Theta_T(\tau)/m_H}}, \quad \beta_D(\tau) = \frac{V_S(\tau)\sqrt{2}}{\sqrt{\Theta_D(\tau)/m_H}}, \quad A(t) = \frac{\Theta_e(t)}{\Theta_D(t)}, \quad (15)$$

$$\bar{J}(\beta) = \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{P}{\beta - x} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (16)$$

В формуле (16) P – означает понимание интеграла в смысле главного значения Коши, а сама формула (16), как и в [8], отвечает максвелловскому распределению ионов.

В начальный момент времени, когда температуры ионов разных сортов принимаются равными, это дисперсионное уравнение (14) благодаря $\beta_T(0) = \sqrt{3/2}\beta_D(0)$ имеет вид

$$\frac{1}{A(0)} = \frac{1}{2} [\bar{J}(\beta_D(0)) - 1] + \frac{1}{2} [\bar{J}(\sqrt{3/2}\beta_D(0)) - 1]. \quad (17)$$

Решение уравнения (17) представлено кривой рис. 1, которая характеризует зависимость $\beta_D(0)$ от начальной степени неизотермичности $A(0)$ и указывает на две ветви такого решения, согласно рисунку называемые верхняя и нижняя. Это свойство сохраняется и при больших временах. Следуя работе [8], мы ограничиваемся рассмотрением эффектов, связанных с верхней ветвью, которая в определенных условиях близка к ионно-звуковым волнам обычной задачи Коши (задачи о релаксации плазменных волн).

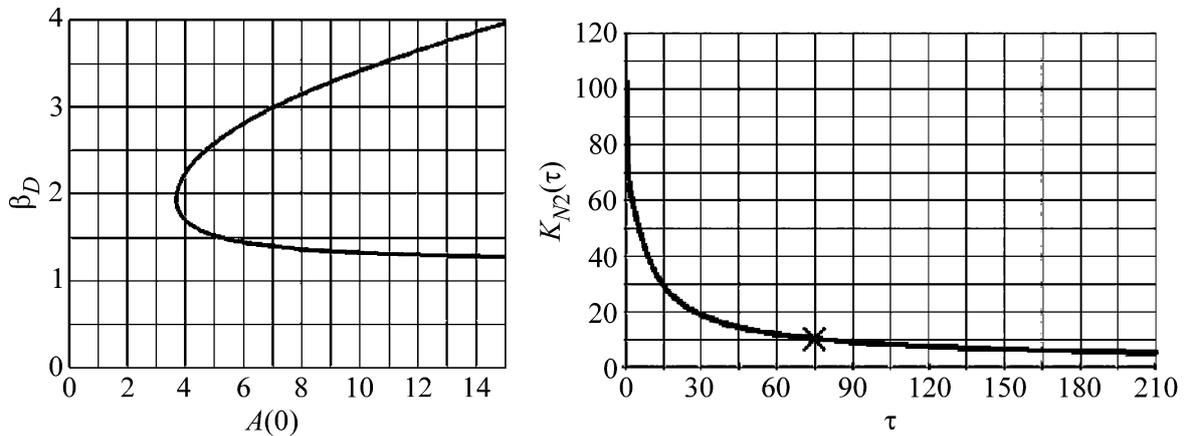


Рис. 1: Зависимость величины безразмерной скорости звука $\beta_D(0)$ от безразмерного отношения начальной температуры электронов к начальной температуре сильно турбулентно нагревающихся ионов дейтерия: $A(0) = \Theta_e(0)/\Theta_D(0)$.

Рис. 2: По оси ординат отложено $K_{N2}(\tau)$, а по оси абсцисс – безразмерное время τ .

Рисунок 1 требует от нас уточнить в изложении нашей статьи понятие начала турбулентного нагрева плазмы. До рис. 1 с таким понятием мы связывали только равенство температур двух сортов плазмы, что связывалось лишь с упрощением нашего рассмотрения. Кривая рис. 1 заставляет нас напомнить о том, что до возникновения ИЗТ в плазме нагрев частиц токовой плазмы предполагается обусловленным кулоновскими столкновениями, когда электроны нагреваются быстрее ионов. Соответственно этому в ламинарной плазме благодаря столкновениям растет степень неизотермичности плазмы $A(\tau)$. Согласно рис. 1 наименьшее значение степени неизотермичности, при котором в нашем случае возможно существование стационарных ИЗ волн, равно $A_0 = \min A(0) \cong 3.6788$, когда $\beta_D(0) \cong 1.936$. От времени $\tau = 0$ столкновительного достижения степени неизотермичности плазмы, допускающей в ней стационарные ионно-звуковые моды Власова, мы далее будем отсчитывать турбулентный нагрев частиц в ней. Это означает то, что в нашей теории мы пока не затрагиваем начальный этап установления режима сильного поля ИЗТ.

Для дальнейшего описания результатов решения задачи турбулентного нагрева ионов трития и дейтерия, а также электронов D–T плазмы, как задачи Коши нелинейной системы уравнений (7), (11) и (10), согласно изложенному будем использовать следующее начальное условие: $\Theta_T(0) = \Theta_D(0) = \Theta_0(0) = (\Theta_e(0)/3.6788)$. Для всех трех сортов частиц начальные условия характеризуются одним начальным параметром. В качестве такового ниже мы используем $\Theta_e(0)$ – начальную температуру электронов.

Заметим здесь, что в асимптотическом пределе сильного нагрева, когда $\Theta_D(\tau) \gg \Theta_D(0) = \Theta_0(0) = (\Theta_e(0)/3.6788)$, уравнения нагрева частиц согласно (10а) и (11а) сильно упрощаются, а их решения для электронов имеют вид (12). Для ионов трития имеем $\Theta_{Tas} = 3(\Theta_e(0)/3.6788)$, то есть она близка к начальной температуре электронов, а для температуры ионов дейтерия имеем

$$\Theta_D(\tau) = (\Theta_e(0)/3.6788) + 1.45(E^2/N_e)\tau^{5/3}. \quad (18)$$

Формулы (12) и (18) благодаря их простоте полезны. Наконец, не следует забывать об интегральном уравнении (14), поскольку только в условиях существования его решений можно говорить о существовании стационарных ионно-звуковых волн как мод Власова.

4. *Картина турбулентного нагрева частиц плазмы.* В этом разделе мы сосредоточим внимание на таком прикладном свойстве теории ИЗТ, каким является описание аномального турбулентного нагрева электронов и ионов полностью ионизованной плазмы. Однако прежде чем переходить к существу результатов такого описания следует подчеркнуть, что, во-первых, речь идет о повышении температуры сильно нагреваемых

частиц не на один порядок величины, а во-вторых, теория не всегда может претендовать на численное значение предсказываемых величин после первой значащей цифры. Именно такова цена того, что в нашем подходе мы используем результаты первоначальных работ [3–7], например, для количественной характеристики спектра ионно-звуковых волн, а не численные следствия подхода мод Власова. Напротив, в таких качественных вопросах как существование мод Власова, как это уже было показано выше в разделе 3 при обсуждении начальных условий, так и далее в этом разделе мы базируемся на подходе работы [8]. Имея в виду роль турбулентного числа Кнудсена (1), запишем здесь соотношение между температурой электронов и таким числом в начале турбулентного нагрева

$$\Theta_e(0) = (234.24/K_{N2}(0))^2(E^2/N_e). \quad (19)$$

В частности, для использовавшегося во втором разделе значения $K_{N2}(0) = 120$, из (19) имеем $\Theta_e(0) \cong 3.8(E^2/N_e)$. Это выражение в качестве начального значения используется при получении представленного ниже материала.

Мы претендуем на описание сильного нагрева частиц плазмы, когда согласно (8а) $K_{N2}(t)$ с ростом температуры электронов убывает. Однако наше рассмотрение мы относим к случаю сильного поля, что требует выполнения неравенства (3). Примем поэтому для безразмерного времени ограничения сильного нагрева два оценочных условия

$$K_{N2}(\tau_f) = 10 \quad \text{и} \quad K_{N2}(\tau_f) = 5. \quad (20)$$

Используя соотношения (7) и (8), с помощью решения уравнений (10) и (11) на рис. 2 изображена зависимость $K_{N2}(\tau)$ на интервале безразмерного времени $0 \leq \tau \leq 211$. Рис. 2 показывает, что безразмерное время турбулентного нагрева частиц рассматриваемой дейтерий-третиевой плазмы, в течение которого $K_{N2}(\tau)$ убывает от 120 до 10, составляет $\tau_f = 75$. Соответственно безразмерное время турбулентного нагрева, в течение которого $K_{N2}(\tau)$ убывает от 120 до 5, составляет $\tau_f = 211$. Иными словами, время более долгого нагрева примерно в 2.8 раза превышает время более краткого нагрева. Так мы теперь определили краткий и долгий интервалы времени нагрева.

Поэтому теперь приведем результаты рассмотрения нагрева частиц, отвечающего нашим решениям уравнений (7), (10) и (11), называемых ниже уравнениями нагрева частиц плазмы, с принятыми начальными условиями и интервалами времени нагрева. Они приведены на рис. 3–5. При этом все температуры даны в единицах E^2/N_e .

Обсуждение результатов, представленных рис. 3–5, начнем с результатов краткого нагрева на интервале $0 \leq \tau \leq 75$. Численное решение системы дифференциальных

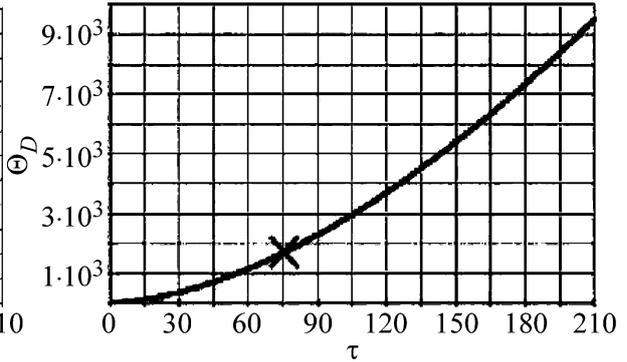
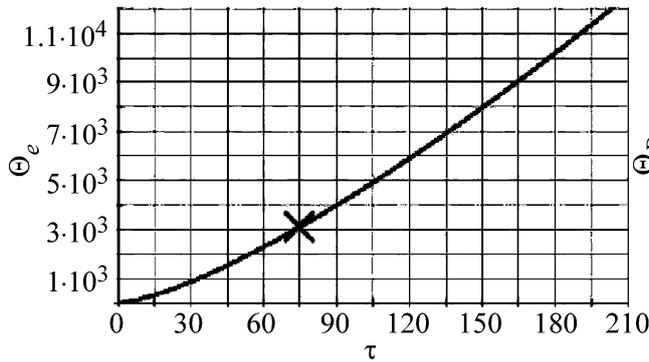


Рис. 3: По оси абсцисс отложено безразмерное время τ , а по оси ординат $\Theta_e(\tau)$ – температура электронов в единицах E^2/N_e .

Рис. 4: По оси абсцисс отложено безразмерное время τ , а по оси ординат $\Theta_D(\tau)$ – температура ионов дейтерия в единицах E^2/N_e .

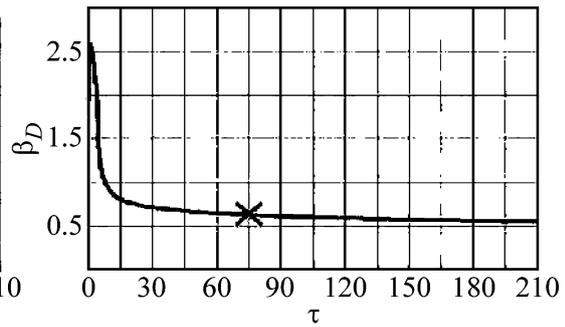
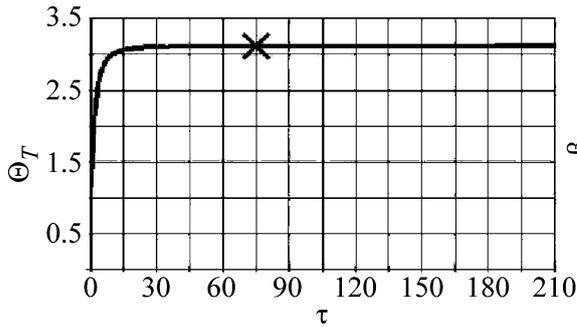


Рис. 5: По оси абсцисс отложено безразмерное время τ , а по оси ординат $\Theta_T(\tau)$ – температура ионов трития в единицах E^2/N_e .

Рис. 6: По оси абсцисс отложено безразмерное время τ , а по оси ординат отложено значение решения дисперсионного уравнения $\beta_D(\tau)$.

уравнений позволило, в частности, установить, что в конце нагрева на этом интервале температура электронов составляет $\Theta_e(75) = 3140(E^2/N_e)$, то есть будучи в начале нагрева равной $\Theta_e(0) = 3.813E^2/N_e$ возрастает примерно в 823.5 раза; температура ионов дейтерия соответственно составляет $\Theta_D(75) = 1693(E^2/N_e)$, то есть возрастает примерно в 1633 раза, наконец, температура ионов трития возрастает примерно в 3 раза.

Продолжим это обсуждение результатами долгого нагрева на интервале $0 \leq \tau \leq 211$. Легко понять, что увеличение времени турбулентного нагрева ведет к увеличению тем-

пературы сильно греющихся частиц плазмы. Количественное представление о таком увеличении дают приведенные выше рис. 3–5, полученные с помощью численного решения системы дифференциальных уравнений нагрева частиц. Рис. 3 и 4 отвечают в конце нагрева, то есть при $\tau_f = 211$, следующие значения температур сильно нагреваемых электронов и ионов дейтерия $\Theta_e(211) = 12640E^2/N_e$ и $\Theta_D(211) = 9597E^2/N_e$ соответственно. Это, в частности, означает, что температура электронов, будучи в начале равной $\Theta_e(0) = 3.813E^2/N_e$, в конце нагрева возрастает примерно 3315 раз, а температура ионов дейтерия, будучи в начале нагрева равной $\Theta_D(0) = 1.037E^2/N_e$, в конце нагрева возрастает примерно в 9255 раз. Вот в каком смысле турбулентный нагрев ионов дейтерия оказывается более эффективным, чем нагрев электронов. Что же касается нагрева ионов трития, то согласно рис. 5 он и на долгом интервале нагрева оказывается, естественно, около трех раз.

Теперь настало время удостовериться в том, что на всем рассматриваемом нами интервале времени сильного турбулентного нагрева интегральное дисперсионное уравнение Власова (14) обладает решениями. Это позволяют увидеть рис. 6 и 7, на которых приведены так называемые верхние кривые, которые в определенных условиях оказываются похожими на получаемые при решении релаксационной начальной задачи.

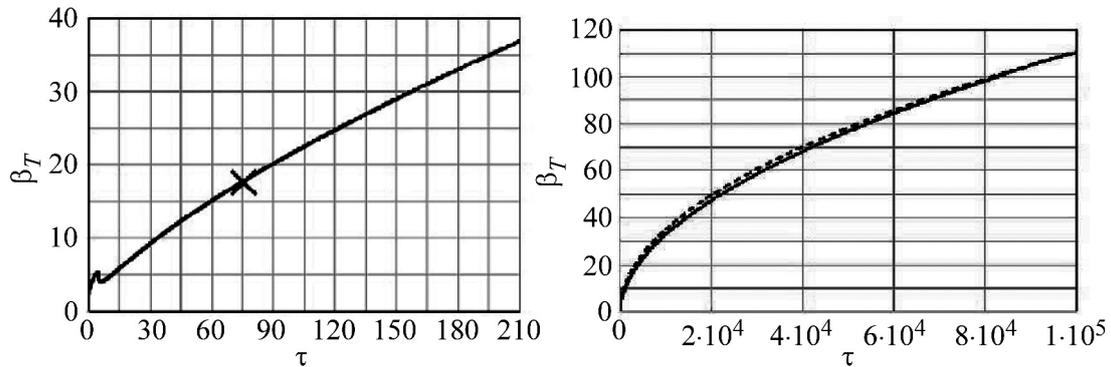


Рис. 7: По оси абсцисс отложено безразмерное время τ , а по оси ординат отложено значение решения дисперсионного уравнения $\beta_T(\tau)$.

Рис. 8: По оси абсцисс отложено Θ_e – температура электронов в единицах E^2/N_e , а по оси ординат отложено значение решения дисперсионного уравнения $\beta_T(\tau)$. Пунктирная кривая соответствует аппроксимационной теоретической зависимости $0.35\sqrt{\Theta_e}$.

Непрерывные (без каких-либо разрывов) кривые рис. 6 и 7 свидетельствуют о том, что на всем рассматриваемом нами интервале времени нагрева $0 \leq \tau \leq 211$ решения

дифференциальных уравнений турбулентного нагрева совместимы с дисперсионным уравнением (14) Власова. Иными словами дисперсионное уравнение (14) запретов на описание дифференциальными уравнениями турбулентного нагрева частиц плазмы в теории ИЗТ не порождает.

Относительно рис. 6 помимо того, что сказано о связанном с демонстрацией существования решения дисперсионного уравнения Власова, следует заметить, что вне области малых времен дисперсионная кривая этого рисунка схожа с дисперсионной кривой ионно-звуковых волн задачи Коши плазмы с постоянной температурой ионов и растущей со временем температурой горячих электронов. Это связано с практически не меняющейся в области больших времен температурой ионов трития.

Т а б л и ц а 1

Приближенные значения используемых в статье параметров (ср. [17])

Типы плазмы	$N_e, \text{м}^{-3}$	$\omega_{Le}, \text{с}^{-1}$	$\omega_L, \text{с}^{-1}$	$75/\omega_L, \text{с}$	$211/\omega_L, \text{с}$
Разреженная горячая плазма	10^{18}	$6 \cdot 10^{10}$	$9 \cdot 10^8$	$8.3 \cdot 10^{-8}$	$2.34 \cdot 10^{-7}$
Газовый разряд и горячая плазма	10^{20}	$6 \cdot 10^{11}$	$9 \cdot 10^9$	$8.3 \cdot 10^{-9}$	$2.34 \cdot 10^{-8}$
<i>Плотная горячая и термоядерная плазма</i>	10^{22}	$6 \cdot 10^{12}$	$9 \cdot 10^{10}$	$8.3 \cdot 10^{-10}$	$2.34 \cdot 10^{-9}$

Сравним примеры краткого и долгого нагревов плазмы. Итак, наше рассмотрение позволило увидеть возможность того, что за время краткого нагрева $\omega_L t_f \equiv \tau_f = 75$ температура электронов рассматриваемой ДТ-плазмы возрастает примерно в 823 раза, а температура сильно греющихся ионов дейтерия увеличивается примерно в 1633 раза. Соответственно за время долгого нагрева $\omega_L t_f \equiv \tau_f = 211$ температура электронов возрастает примерно в 3313 раз, а температура ионов дейтерия возрастает в 9528 раз. Сравнивая свойства двух различных по длительности режимов турбулентного нагрева, можно видеть у них общее в том, что средняя скорость роста относительной, то есть отнесенной к начальному значению температуры ионов дейтерия, в обоих случаях оказывается большей средней скорости роста температуры электронов, отнесенной к ее начальному значению. Однако, если в случае более короткого режима нагрева ($\tau_f = 75$) средняя скорость во времени нагрева ионов дейтерия больше средней скорости нагрева электронов примерно в два раза, то для режима более долгого нагрева ($\tau_f = 211$) превышение скорости нагрева ионов дейтерия по сравнению со скоростью нагрева электронов

достигает примерно трех раз. Это означает, что с ростом времени “обгон нагрева электронов нагревом ионов” растет, а наше рассмотрение отвечает, как это было сказано во Введении статьи условиям, когда ионы нагреваются быстрее электронов.

Заключение. Еще Е. К. Завойский размышлял о турбулентном нагреве дейтерий-третиевой плазмы. Если говорить о теории ИЗТ того времени, то ясно, что тогда не существовало адекватной физической модели для понимания такого нагрева, поскольку модель Кадомцева–Петвиашвили ИЗТ возможно годилась для понимания нагрева дейтериевой плазмы, или более обще, для плазм с ионами, имеющими одинаковое отношение заряда к массе. К пониманию этого пришли в 1992 году [3]. Помимо этого во Введении перечислены другие усовершенствования модели работы [3], среди которых использование в нашей работе в теории ИЗТ режима турбулентного нагрева плазмы с горячими электронами и горячими ионами одного сорта, и с холодными ионами другого сорта [6, 7]. Такой режим до сих пор экспериментально не изучался. Кроме этого в нашей работе намечен путь использования введенных в теорию ИЗТ в нашей недавней работе [8] стационарных мод Власова [9, 10]. Заметим, что подобные волны еще в 1957 году были поддержаны Ван Кампеном в работе [13], привлекая к себе внимание за рубежом. В нашей стране все еще бытует миф о стационарных модах Власова как об ошибке [11]. Наконец, остановимся на прокламируемом в нашей работе турбулентном нагреве ионов дейтерия в сотни и даже тысячи раз, который является сильным и быстрым (ср. табл. 1). Сравнение с [2] позволяет полагать этот результат экспериментально реализуемым. Подчеркнем, что такой нагрев получен в огрубленной теории ИЗТ [5]. Поэтому изложенное здесь может быть предметом экспериментального количественного исследования, как на пути практического использования свойств турбулентной плазмы, пути Е. К. Завойского, так и на пути утверждения фундаментальных представлений о плазме Власова без столкновений. В более узком плане эксперимент нужен для теории ионно-звуковой турбулентности плазм с ионами, удовлетворяющими условию (2), как продвинутой до уровня, могущего обслуживать эксперимент. Научный успех в этом случае сможет вдохновить на преодоление тех трудностей, которые имеются на пути разработки теории модели турбулентности Кадомцева–Петвиашвили. В отсутствие современного эксперимента нас вдохновляют сегодня, по крайней мере, два обстоятельства. Во-первых, совпадение нашей теоретической зависимости $\sim E^2$ температуры сильно турбулентно нагреваемых частиц плазмы от напряженности греющего плазму электрического поля (см., напр., (12) и (18)) с давно такой экспериментально установленной закономерностью в работе [2]. Во-вторых, “эффект плато”, названный

в работе [14] эффектом Демидова–Елагина–Фанченко (ДЕФ), эффект независимости турбулентной проводимости плазмы от напряженности греющего плазму электрического поля. Этот эффект экспериментально был обнаружен в случае сравнительно слабого греющего поля в работе [15], а для сравнительно сильного поля в [2], где также подтвержден результат [15]. В нашем понимании теория ИЗТ для слабого поля впервые в рамках развиваемой в [16] нестационарной турбулентной кинетики дала интерпретацию эффекта “плато ДЕФ” в работе [14], а для рассматриваемого в настоящей работе режима сильного поля этому эффекту дано теоретическое описание в работах [6, 7]. Это вселяет надежду на то, что экспериментальные усилия по изучению ионно-звуковой турбулентности вполне смогут и далее обогатить науку.

Работа поддержана грантом РНФ № 14-12-00824.

Приложение

Это математическое приложение связано с рис. 8, на котором представлено в виде сплошной кривой численное решение дисперсионного уравнения Власова (14) $\beta_T(\tau)$ в широком интервале изменения температуры электронов $\Theta_e(\tau)$ и в виде пунктирной кривой приведена аппроксимирующая решение уравнения аналитическая зависимость $0.35\sqrt{\Theta_e(\tau)}$. Здесь, как и в основном тексте статьи, температура электронов в единицах E^2/N_e .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. А. Супруненко, *Сб. воспоминаний об акад. Е.К. Завойском* (М., Наука, 1993), с. 103.
- [2] Б. А. Демидов, Е. К. Завойский, Ю. Г. Калинин и др., *Прогресс в исследовании турбулентного нагрева плазмы*, в книге Е.К. Завойский, *Избранные труды. Электронный парамагнитный резонанс и физика плазмы* (М., Наука, 1990), с. 298-314.
- [3] В. П. Силин, С. А. Урюпин, *ЖЭТФ* **102**, Вып. 1(7), 78 (1992).
- [4] В. П. Силин, С. А. Урюпин, *Физика плазмы* **19**(7), 894 (1993).
- [5] В. П. Силин, *Физика плазмы* **37**(5), 461 (2011).
- [6] V. P. Silin, *Ukr. Journ. Phys.* **57**(3), 322 (2012).
- [7] В. П. Силин, *Физика плазмы* **38**(9), 826 (2012).
- [8] В. Ю. Попов, В. П. Силин, *Физика плазмы* **40**(4), 368 (2014).

- [9] А. А. Власов, *Теория вибрационных свойств электронного газа и её приложения*, Ученые записки МГУ. Физика, Книга вторая, часть 1, выпуск 75 (М., МГУ, 1945), с. 3.
- [10] А. А. Власов, *Теория многих частиц* (М., ГИТТЛ, 1950).
- [11] В. П. Силин, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(4), 25 (2014).
- [12] В. Ю. Попов, В. П. Силин, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(3), 28 (2014).
- [13] N. G. Van Kampen, *Physica* **21**, 949 (1955).
- [14] В. П. Силин, *Физика плазмы* **37**(3), 300 (2011).
- [15] Б. А. Демидов, Н. И. Елагин, С. Д. Фанченко, *ДАН СССР* **174**(2), 327 (1967).
- [16] В. П. Силин, *Физика плазмы* **37**(8), 739 (2011).
- [17] Ж. А. Биттенкорт, *Основы физики плазмы* (М., Физматлит, 2009).

Поступила в редакцию 6 апреля 2015 г.