УДК 524.3.78:533.9.01

ЗАМЕЧАНИЯ О ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛНАХ В СРЕДЕ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ε И μ. II

Ю. К. Хохлов

Продолжается рассмотрение вопроса о возможности существования однородных изотропных сред с одновременно отрицательными электрической и магнитной проницаемостями. Показано, что полученный ранее отрицательный ответ сохраняется и при более строгом учете частотной дисперсии. В порядке обсуждения предлагается некоторое изменение системы уравнений Максвелла в диспергирующей среде.

Ключевые слова: электромагнитные волны, отрицательные проницаемости, плотность энергии.

В электродинамике сплошных сред существует актуальное направление, основанное на предположении о возможности т.н. паранормальных сред. При некоторых значениях частоты колебаний электромагнитного поля ω, электрическая и магнитная проницаемости такой среды $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ имеют отрицательные значения. О современном состоянии данного направления можно судить по работам [1–7].

Для теоретического исследования указанной проблемы особенно удобна однородная изотропная среда, которая и фигурирует во многих работах, в том числе и в нашей предыдущей работе [8].

В настоящей работе мы пытаемся усилить аргументацию работы [8] и при этом обнаруживаем возможность избежать внутреннего противоречия, послужившего в [8] поводом для критики всего направления.

Введем ортогональную систему координат x, y, z с ортами $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$. Будем рассматривать поля $\mathbf{E} = \mathbf{e}_1 E(z,t)$, $\mathbf{H} = \mathbf{e}_2 H(z,t)$, подчиняющиеся уравнениям Максвелла

$$\dot{D} + c\partial_z H = 0, \quad \dot{B} + c\partial_z E = 0. \tag{1}$$

Умножая уравнения (1) на E и H и складывая результаты, получим уравнение

ИЯИ РАН, 117312 Россия, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а.

непрерывности

$$E\dot{D} + H\dot{B} + c\partial_z(EH) = 0. \tag{2}$$

Уравнения (1) дополняются т.н. материальными уравнениями для D и B. Следуя [9], стр. 369, напишем

$$D(t) = \int_0^\infty dT f(T) E(t - T). \tag{3}$$

Функция $f(T)$ определяется средой.

Для подстановки в (3) изберем $E(t-T) = \cos(\varphi+\omega T) = \cos\omega T \cdot \cos\varphi - \sin\omega T \cdot \sin\varphi$, $\varphi = kz - \omega t$. Тогда (3) примет вид

$$D(t) = \left(\varepsilon(\omega) + \varepsilon_0(\omega)\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\cos\varphi, \tag{4}$$

где

$$\varepsilon(\omega) = \int_0^\infty dT f(T)\cos\omega T, \quad \varepsilon_0(\omega) = \int_0^\infty dT f(T)\sin\omega T.$$

К такому же результату приводит подстановка $E(t-T) = \sin(\varphi + \omega T)$.

Формулы для магнитного поля отличаются от таковых для электрического поля заменами ε и $f(T)$ на μ и $g(T)$. В частности

$$B(t) = \left(\mu(\omega) + \mu_0(\omega)\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\cos\varphi. \tag{5}$$

Подстановка

$$col(E, H) = col(E_0, H_0)\exp(ikz - i\omega t)$$

с учетом (4) и (5) приводит систему (1) к виду

$$(\varepsilon + i\varepsilon_0)\omega E_0 - ckH_0 = 0,$$

$$(\mu + i\mu_0)\omega H_0 - ckE_0 = 0. \tag{6}$$

Условие совместности системы (6) гласит:

$$c^2k^2 = (\varepsilon + i\varepsilon_0)(\mu + i\mu_0)\omega^2.$$

В прозрачной среде величины ε_0 и μ_0 пренебрежимо малы, следовательно, можно написать $c^2k^2 = \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\omega^2$ и

$$ck = \omega n(\omega), \quad n(\omega) = \pm\sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}. \tag{7}$$

В паранормальной среде n, а следовательно и k, отрицательны.

Формула (7) возвращает нас к тому, с чего мы начали в [8]:

$$D(t) = \varepsilon(\omega)E(t), \quad B(t) = \mu(\omega)H(t).$$

Понятие "групповая скорость" может быть введено на примере суммы двух плоских монохроматических волн с близкими частотами $\omega_1 = \omega + \delta\omega$ и $\omega_2 = \omega - \delta\omega$ (см. также [10], стр. 40).

Пишем:

$$\varphi_1 = \varphi + \delta\varphi, \quad \varphi_2 = \varphi - \delta\varphi, \quad \cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 =$$
$$= 2\cos\delta\varphi \cdot \cos\varphi = 2\cos(z\delta k - t\delta\omega)\cos(kz - \omega t). \tag{8}$$

Амплитуда суммарной волны распространяется со скоростью $\delta\omega/\delta k$, весьма близкой к групповой скорости $V_G = d\omega/dk$. В пределе $\delta\omega \to 0$ обе волны сливаются в одну монохроматическую волну с частотой ω и фазовой скоростью $V_P = \omega/k$. Что касается групповой скорости, то она не обращается в нуль и не теряет смысл, несмотря на то, что никакой группы уже нет. Возникшую ситуацию можно понять следующим образом: при наличии частотной дисперсии в строго монохроматической волне скорость движения энергии равна групповой. Это позволяет работать с отдельными монохроматическими волнами, не теряя возможность принимать во внимание реальное существование групповой скорости.

Обратимся к вопросу о плотности энергии. Функция (8) является произведением двух волновых функций, из которых вторая представляет собой монохроматическую волну с фазовой скоростью $V_P = \omega/k = c/n$, где $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. О подобной ситуации в [9] на стр. 403 сказано, что данная скорость "не соответствует скорости реального физического распространения какой бы то ни было величины". Это означает, что за распространение энергии целиком ответственна первая из написанных функций, распространяющаяся с групповой скоростью $V_G = d\omega/dk = c/n'$, где $n' = n + \omega dn/d\omega$[1]. В таком случае для плотности энергии W мы можем написать

$$W = S/V_G, \tag{9}$$

где $S = cEH/4\pi$ – вектор Пойнтинга.

Величина (9) существенно положительна. Это устраняет критическое замечание, сделанное в [8] по отношению ко всей концепции паранормальной среды. Вместе с тем,

[1]Результат дифференцирования по ω формулы (7).

результат (9) заметно отличается от общепринятого результата Бриллюэна

$$W = \frac{1}{8\pi}\left(\varepsilon'\bar{E}^2 + \mu'\bar{H}^2\right), \tag{10}$$

в котором величины ε' и μ' определены аналогично n'.

В (9) величины ε' и μ' отсутствуют, что свидетельствует о принципиальном различии между (9) и (10). Присутствие в (10) операции усреднения лишь увеличивает это различие.

Для облегчения восприятия напомним знаки используемых величин в случае паранормальной среды: $k < 0$, $n < 0$, $n' > 0$, $S > 0$, $W > 0$.

Какой вид имеет система дифференциальных уравнений, для которой формула (9) является точным следствием? Мы можем предложить для обсуждения по крайней мере один ответ, который получается из системы

$$\varepsilon\dot{E} + c\partial_z H = 0, \quad \mu\dot{H} + c\partial_z E = 0 \tag{11}$$

(см. также (1)), путем замен

$$\varepsilon \to \varepsilon' = (n'/n))\varepsilon = n'\sqrt{\varepsilon/\mu}, \quad \mu \to \mu' = (n'/n)\mu = n'\sqrt{\mu/\varepsilon}.$$

Новая система свободна от внутренних противоречий. При $dn/d\omega \to 0$ она возвращается к виду (11). При отрицательных "затравочных" параметрах ε и μ эффективные параметры ε' и μ', как не трудно заметить, остаются положительными.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Л. И. Мандельштам, *Полное собрание трудов*, Т. 5 (М., Изд-во АН СССР, 1950).
[2] В. Е. Пафомов, ЖЭТФ **30**, 761 (1956).
[3] В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
[4] В. П. Макаров, А. А. Рухадзе, УФН **181**, № 12, 1357 (2011).
[5] В. М. Агранович, Ю. Н. Гартштейн, УФН **176**, № 10, 1051 (2006).
[6] С. Г. Раутиан, УФН **178**, № 10, 1017 (2008).
[7] В. П. Макаров, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ **130**, вып. 3(9), 409 (2006).
[8] Ю. К. Хохлов, Краткие сообщения по физике ФИАН **40**(7), 6 (2013).
[9] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1982).
[10] В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М., ЛИБРОКОМ, 2012).

Поступила в редакцию 1 апреля 2015 г.