

УДК 535.375.54

## КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В КРИСТАЛЛАХ НИТРИТА НАТРИЯ

В. С. Горелик, А. Ю. Пятышев, А. С. Крылов

*Исследованы спектры комбинационного рассеяния света сегнетоэлектрического кристалла нитрита натрия в области решёточных мод при понижении температуры от комнатной до 123 К. Впервые установлено присутствие комбинационного спутника, соответствующего мягкой решёточной моде – поперечного полярного колебания, ответственного за сегнетоэлектрический фазовый переход. Обнаружено, что интенсивность комбинационного рассеяния света на псевдоскалярной низкочастотной моде типа  $A_2$  на порядок превышает интенсивность других решёточных колебаний.*

**Ключевые слова:** нитрит натрия, комбинационное рассеяние, спектр, полярная мода, поляритон, сегнетоэлектрик, дисперсионные кривые.

Сегнетоэлектрические кристаллы ( $BaTiO_3$ ,  $KH_2PO_4$ ,  $(NH_4)_2BeF_4$  и др.) находят широкое применение в электрических и электрооптических приборах (конденсаторы, модуляторы, ячейки памяти [1, 2]). Большое значение имеет сегнетоэлектрическая керамика, используемая для создания электромеханических и механоэлектрических преобразователей в широком диапазоне частот.

Среди большого числа веществ этого класса нитрит натрия ( $NaNO_2$ ) является одним из простейших по структуре сегнетоэлектрических кристаллов. При температуре 160 °С в кристаллах  $NaNO_2$  происходит сегнетоэлектрический фазовый переход из нецентросимметричной структуры в центросимметричную [3]. При комнатной температуре нитрит натрия, находящийся в сегнетоэлектрической фазе, характеризуется пространственной группой симметрии  $C_{2v}^{20}$  ( $Im2m$ ). Было установлено, что выше точки Кюри структура кристалла нитрита натрия соответствует пространственной группе симметрии  $D_{2h}^{25}$  ( $Immm$ ). При температуре 26 °С параметры элементарной ячейки имеют

---

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gorelik@sci.lebedev.ru.

следующие значения:  $a = 0.539$  нм,  $b = 0.558$  нм и  $c = 0.357$  нм [4–6]. При температуре  $205$  °С имеет место:  $a = 0.533$  нм,  $b = 0.568$  нм и  $c = 0.369$  нм [4–6]. В [7, 8] сообщается о результатах экспериментальных исследований генерации второй оптической гармоники, локализованной в тонком приповерхностном слое фотонных кристаллов, легированных нитритом натрия. В [9] анализируется радиочастотное излучение, возникающее при фазовых переходах в нитрите натрия.

Теория [5, 6, 10] предсказывает, что возрастание статической диэлектрической проницаемости вблизи точки сегнетоэлектрического фазового перехода обусловлено присутствием в колебательном спектре так называемой мягкой моды – поперечного полярного колебания, полносимметричного в пироэлектрической фазе.

Исследования инфракрасных спектров кристалла  $\text{NaNO}_2$  были проведены в ряде работ [11–16]. В этих исследованиях были зарегистрированы спектры отражения в области частот  $40\text{--}600$   $\text{см}^{-1}$ , в диапазоне температур от  $293$  до  $503$  К. В [12, 13] был проведен анализ спектров отражения с использованием модели классических осцилляторов и получена температурная зависимость параметров поперечных оптических (ТО) колебаний.

Аналізу спектров комбинационного рассеяния (КР) в кристаллах нитрита натрия посвящен ряд исследований [17–23]. В этих работах было изучено влияние нагревания (в диапазоне  $300\text{--}500$  К) на спектр КР [17, 18]. В [19] изучены спектры комбинационного рассеяния монокристалла при температурах  $77$  и  $294$  К и проведено отнесение полученных спектральных полос к типу колебаний. Следует отметить, что до настоящего времени в спектрах КР нитрита натрия не было выявлено полярной мягкой моды, ответственной за сегнетоэлектрический фазовый переход.

В данной работе ставилась задача анализа полного спектра КР кристалла нитрита натрия при различных температурах и выявление в спектрах мягкой моды, предсказываемой теорией для сегнетоэлектрических кристаллов, а также исследования псевдоскалярной моды, проявляющейся в колебательном спектре нитрита натрия.

Принципиальная схема экспериментальной установки для возбуждения и регистрации спектров КР представлена на рис. 1. В качестве источника возбуждающего излучения используется аргоновый лазер (1) (Spectra Physics Stabilite 2017) с длиной волны излучения  $514.5$  нм и мощностью  $15$  мВт. После прохождения поворотного зеркала (2) лазерное излучение при помощи микрообъектива (3) фокусировалось на образце (5). Использовался 50-кратный микрообъектив ( $f = 0.8$  мм) с численной апертурой  $0.75$ .

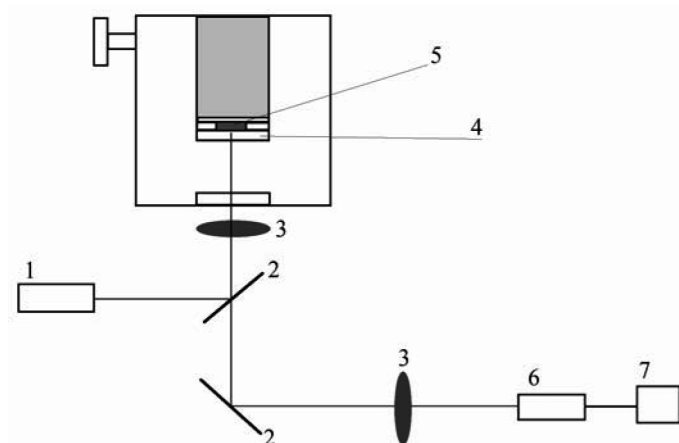


Рис. 1: *Схема экспериментальной установки: 1 – лазер, 2 – зеркала, 3 – объектив, 4 – стеклянная подложка, 5 – исследуемое вещество, 6 – тройной монохроматор T64000, 7 – компьютер.*

Исследуемый образец нитрита натрия в виде порошка был зажат между прозрачным стеклом (4) и сосудом с жидким азотом.

Рассеянное излучение регистрировалось с использованием зеркала (2) и объектива (3). Спектры КР были зарегистрированы с использованием тройного монохроматора Horiba Jobin Yvon T64000 (6). В качестве приемника излучения применялась CCD-матрица, сигнал с которой передавался в компьютер (7). Спектральное разрешение составляло  $1 \text{ см}^{-1}$ , использовались дифракционные решетки 1800 штрихов/мм, при этом ширина входной щели составляла 0.1 мм.

На рис. 2 представлен полный спектр (в области решёточных и внутримолекулярных мод) КР поликристаллов нитрита натрия, зарегистрированный при комнатной температуре в диапазоне частот от 0 до  $1500 \text{ см}^{-1}$ . Как видно, этот спектр состоит из участка, соответствующего решёточным колебаниям и участка, соответствующего внутримолекулярным колебаниям. На рис. 3 представлен участок спектра, соответствующий решёточным колебаниям. Стрелками показано положение соответствующих максимумов интенсивности; приведены также значения частот колебаний, соответствующие типы симметрии и отнесение по характеру колебания – трансляционного (trans) или либрационного (lib).

На рис. 4 представлен участок спектра КР решёточных колебаний нитрита натрия, зарегистрированного при температуре 123 К, в диапазоне частот от 0 до  $300 \text{ см}^{-1}$ . При понижении температуры кристалла комбинационные спутники в области решёточных

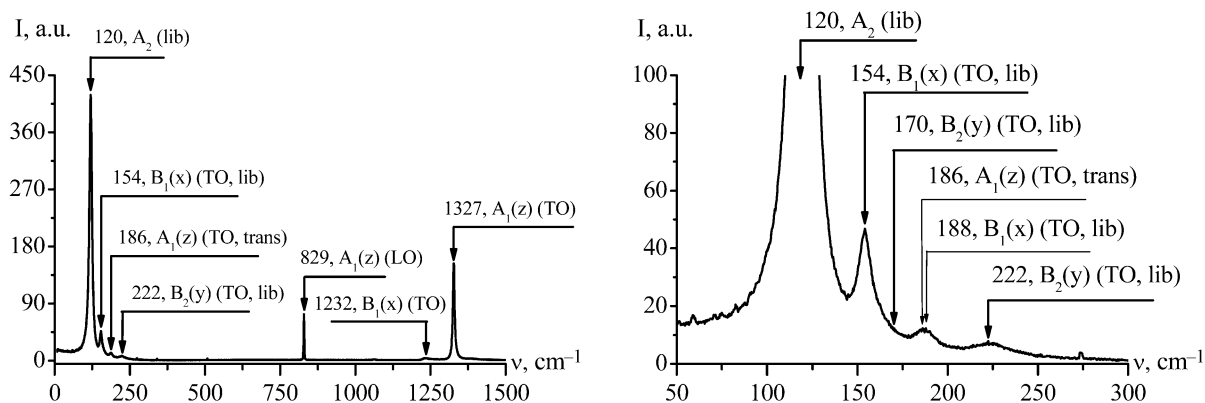


Рис. 2: Спектр КР нитрита натрия, зарегистрированный при комнатной температуре, в диапазоне частот от 0 до 1500  $\text{см}^{-1}$ .

Рис. 3: Низкочастотный участок спектра КР нитрита натрия.

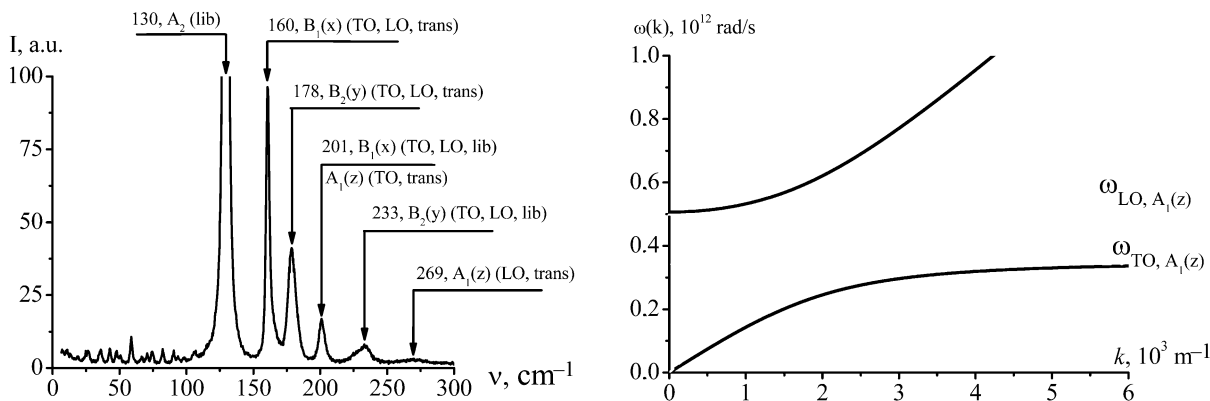


Рис. 4: Участок спектра комбинационного рассеяния нитрита натрия, зарегистрированный при температуре 123 K, в диапазоне от 0 до 300  $\text{см}^{-1}$ .

Рис. 5: Поляритонные кривые для моды  $A_1(z)$  при комнатной температуре.

мод становятся более узкими; кроме того, при этом обнаруживаются дополнительные полосы (см. рис. 2 и 3).

Как видно из рис. 4, при температуре 123 K в спектре КР присутствует низкочастотная мода с частотой 130  $\text{см}^{-1}$ , интенсивность которой существенно превышает интенсивности других решёточных мод. Наблюдается также полоса с частотой максимума интенсивности 269  $\text{см}^{-1}$ , отсутствующая при комнатной температуре.

Из теоретико-группового анализа кристалла нитрита натрия следует, что в спектре оптических колебаний присутствуют следующие типы колебаний [24]:

$$T_{\text{opt}} = [A_1(z) + B_1(x) + B_2(y)] + [A_2 + B_1(x) + B_2(y)] + [A_1(z) + A_1(z) + B_1(x)]. \quad (1)$$

Первая квадратная скобка соответствует трансляционным (trans) решёточным модам (поступательные осцилляции группы  $\text{NO}_2$  относительно ионов натрия); вторая квадратная скобка – либрациям (lib) группы  $\text{NO}_2$  относительно трёх осей; третья скобка соответствует внутримолекулярным (внутренним) колебаниям группы  $\text{NO}_2$ . При этом следует отметить, что полярные моды  $A_1(z)$ ,  $B_1(x)$  и  $B_2(y)$  должны проявляться в спектрах КР в виде дублетов: как поперечные (ТО), так и продольные (ЛО) компоненты.

Т а б л и ц а 1

*Литературные данные по спектрам ИК отражения и КР света в нитрите натрия*

	ИК				КР						Характер
	[11]		[12]		[17]		[18]		[22, 23]		
	ТО	ЛО	ТО	ЛО	ТО	ЛО	ТО	ЛО	ТО	ЛО	
$A_1(z)$	194	269	187	–	–	–	–	–	–	–	Трансляционные
$B_1(x)$	157	163	151	–	153	–	154	165	158	–	
$B_2(y)$	149	193	146	–	–	–	150	201	–	–	
$A_2$	–		–		119		120		117		Либрационные
$B_1(x)$	188	250	181	–	177	–	184.5	236	191	–	
$B_2(y)$	223	261	232	–	220	–	228	254	223	–	
$A_1(z)$	826	829	825	–	825	–	828	829	830	–	Внутренние
$A_1(z)$	1323	1336	1321	–	1327	–	1326	1328	1323	–	
$B_1(x)$	1235	1368	1227	–	1280	–	1225	1356	1230	–	

В таблице 1 приведены литературные данные по типам симметрии и типам колебаний, полученным ранее на основе анализа спектров инфракрасного отражения (ИК) и комбинационного рассеяния света в кристаллах нитрита натрия.

В таблице 2 приведены значения частот максимумов в спектрах КР, наблюдаемых в нашей работе в поликристаллах  $\text{NaNO}_2$  при комнатной температуре. В отличие от литературных данных (см. табл. 1) в спектрах КР нами обнаруживается (см. рис. 2 и

3) решёточная мода типа  $A_1(z)$ , с частотой  $186 \text{ см}^{-1}$ , соответствующая трансляционному полярному поперечному колебанию, ответственному за сегнетоэлектрический фазовый переход. Кроме того, при комнатной температуре обнаруживаются комбинационные спутники, значения частот которых хорошо согласуются с литературными данными.

Т а б л и ц а 2

Частоты колебаний и их отнесение по типам симметрии в спектре КР нитрита натрия, зарегистрированного при комнатной температуре

Частота, $\text{см}^{-1}$	Тип симметрии колебания	Тип фонона	Тип колебания	Характер
186	$A_1(z)$	ТО	Трансляционное	Решёточные
154	$B_1(x)$	ТО		
170	$B_2(y)$	ТО		
120	$A_2$		Либрационное	
188	$B_1(x)$	ТО		
222	$B_2(y)$	ТО		
829	$A_1(z)$	ЛО	Симметричное деформационное колебание	Внутренние
1327	$A_1(z)$	ТО	Симметричное валентное колебание	
1232	$B_1(x)$	ТО	Несимметричное валентное колебание	

Т а б л и ц а 3

Частоты колебаний и их отнесение по типам симметрии в спектре КР нитрита натрия, зарегистрированного при температуре  $T = 123 \text{ К}$

Частота, $\text{см}^{-1}$	Тип симметрии колебания	Тип фонона	Тип колебания
130	$A_2$		Либрационное
160	$B_1(x)$	ТО, ЛО	Трансляционное
178	$B_2(y)$	ТО, ЛО	
201	$B_1(x)$	ТО, ЛО	Либрационное
233	$B_2(y)$	ТО, ЛО	
269	$A_1(z)$	ЛО	Трансляционное

В таблице 3 приведены измеренные значения частот максимумов в низкочастотном спектре КР нитрита натрия при  $T = 123$  К.

Как видно из сравнения рис. 2–4, а также табл. 2 и 3, при понижении температуры от комнатной до 123 К наблюдаются сдвиги частот линий КР в область более высоких значений. На рис. 4 присутствует полоса, соответствующая продольной моде  $A_1(z)(LO)$ , соответствующая осцилляциям натрия относительно группы  $\text{NO}_2$ , приводящая к изменению дипольного момента примитивной ячейки. Частота поперечного колебания этого типа оказывается близкой к частоте  $201 \text{ см}^{-1}$   $B_1(x)(TO)$ -моды (см. рис. 4). Это согласуется с результатами исследований [11, 12] спектров инфракрасного отражения, согласно которым получены значения:  $\nu(A_1, TO) = 194 \text{ см}^{-1}$ ;  $\nu(A_1, LO) = 269 \text{ см}^{-1}$ . Отметим, что в данном случае мягкая мода, соответствующая  $A_1(z)(TO)$ -типу, оказывается передемпфированной далеко от точки сегнетоэлектрического фазового перехода. Это обусловлено процессами переориентации группы  $\text{NO}_2$  вокруг оси  $x$ , соответствующими сбиванию фазы моды типа  $A_1(z)(TO)$ . В результате при повышении температуры эта мода превращается в релаксатор и приобретает вид широкополосного центрального пика, характерного для релаксационных процессов. В табл. 4 приведены полученные значения характеристик мягкой моды нитрита натрия вдали от точки сегнетоэлектрического перехода и соответствующие значения высокочастотной и статической диэлектрических проницаемостей.

Т а б л и ц а 4

Параметры поляритонов для моды  $A_1$  при комнатной температуре

Мода	$\nu(TO, A_1(z)), \text{ см}^{-1}$	$\nu(LO, A_1(z)), \text{ см}^{-1}$	$\epsilon_{\infty z}$ [11]	$\epsilon_{0z}$ [12]
$A_1(z)$	186	269	1.9	3.51

В соответствии с известным соотношением Лиддана–Сакса–Теллера [25] для мягкой моды  $A_1(z)$ , ответственной за сегнетоэлектрический фазовый переход, должно иметь место (без учёта вклада внутренних колебаний):

$$\frac{\epsilon_{0z}}{\epsilon_{\infty z}} = \frac{\omega_{(LO, A_1(z))}^2}{\omega_{(TO, A_1(z))}^2}. \quad (2)$$

Подставляя в (2) значения из табл. 4, приходим к выводу о том, что соотношение Лиддана–Сакса–Теллера удовлетворительно согласуется с выполненными экспериментами по спектрам КР и литературными данными по ИК-спектроскопии.

На основе полученных характеристик мягкой моды можно построить закон дисперсии для соответствующих поляритонных кривых, задаваемых известным соотношением:

$$\omega^2 = \frac{c_0^2 k^2}{\varepsilon_z(\omega)}. \quad (3)$$

Здесь  $c_0$  – скорость света в вакууме, а  $\varepsilon_z(\omega)$  – соответствующая диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon_z(\omega) = \varepsilon_{\infty z} \cdot \frac{\omega_{LO,A_1(z)}^2 - \omega^2}{\omega_{TO,A_1(z)}^2 - \omega^2}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем уравнение для дисперсионных кривых поляритонов:

$$\omega^4 - \omega^2 \cdot \frac{\omega_{LO,A_1(z)}^2 \varepsilon_{\infty z} + c_0^2 k^2}{\varepsilon_{\infty z}} + \frac{\omega_{TO,A_1(z)}^2 c_0^2 k^2}{\varepsilon_{\infty z}} = 0. \quad (5)$$

В результате получаем решение для двух поляритонных ветвей:

$$\omega_{\pm}^2(k) = \frac{\omega_{LO,A_1(z)}^2 + c_0^2 k^2}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\omega_{TO,A_1(z)}^2 c_0^2 k^2}{(\omega_{LO,A_1(z)}^2 + c_0^2 k^2)^2}} \right). \quad (6)$$

Здесь  $c^2 = \frac{c_0^2}{\varepsilon_{\infty z}}$ ,  $\omega_{LO,A_1(z)} = 2\pi c_0 v(LO, A_1(z))$ ,  $\omega_{TO,A_1(z)} = 2\pi c_0 v(TO, A_1(z))$ . Параметры  $v(TO, A_1(z))$ ,  $v(LO, A_1(z))$  и  $\varepsilon_{\infty z}$  приведены в табл. 4. На рис. 5 представлены результаты расчёта вида поляритонных кривых для полярной моды  $A_1(z)$  в нитрите натрия. На этом рисунке приведены значения  $\omega_{TO,A_1(z)}$ ,  $\omega_{LO,A_1(z)}$  и закон дисперсии  $\omega = \frac{c_0 k}{\sqrt{\varepsilon_{\infty z}}}$  (пунктиром).

В соответствии с таблицей характеров неприводимой группы  $C_{2V}$  [26] либрационные решёточные колебания типа  $A_2$  являются псевдоскалярными. В соответствии с теоретическими представлениями, развитыми в работах [27–34], наряду с электромагнитными волнами в вакууме существуют псевдоскалярные волны, соответствующие частицам, называемые аксионами. Резонансное взаимодействие аксионов с псевдоскалярными фонами в диэлектрической среде приводит к формированию гибридных квазичастиц – аксионов [35], аналогичных поляритонам. В [35] был получен закон дисперсии для аксионов в виде:

$$\omega_{\pm}^2(k) = \frac{(\omega_{f ps}^2 + \omega_a^2 + c_0^2 k^2)}{2} \cdot \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot (\omega_{0 ps}^2 \cdot \omega_a^2 + \omega_{0 ps}^2 c_0^2 k^2)}{(\omega_{f ps}^2 + \omega_a^2 + c_0^2 k^2)^2}} \right). \quad (7)$$

Здесь  $\omega_a = 2\pi c_0 v_a$ ,  $\omega_{0 ps} = 2\pi c_0 v_{0 ps}$  и  $\omega_{f ps} = 2\pi c_0 v_{f ps}$  – частоты аксионов в вакууме, фононов и гибридной моды. Примем следующие значения:  $v_{f ps} = 125 \text{ см}^{-1}$ ,  $v_{0 ps} =$



$120 \text{ см}^{-1}$  (см. табл. 2),  $v_a = 1 \text{ см}^{-1}$  [36, 37]. На рис. 6 изобразим вычисленные по (7) дисперсионные кривые аксионов в нитрите натрия. На этом рисунке пунктирными линиями отобразим значения  $\omega_{f,ps}$ ,  $\omega_{0,ps}$  и закон дисперсии фотонов в вакууме.

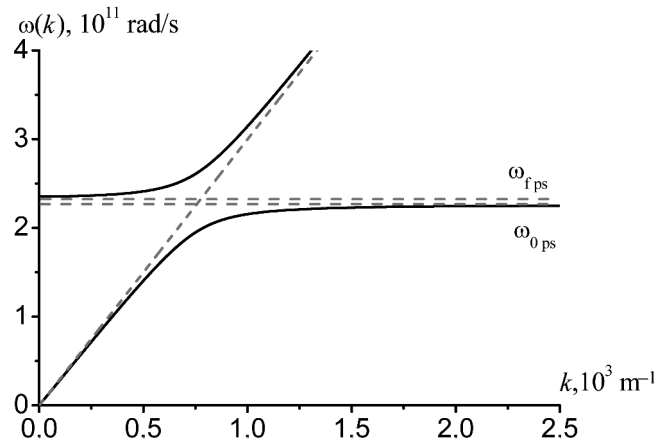


Рис. 6: Дисперсионные кривые аксионных ветвей в нитрите натрия.

Из рис. 6 видно, что в области кроссовера аксионной ветви с дисперсионной ветвью псевдоскалярной моды нитрита натрия реализуется “антипересечение” ветвей, свидетельствующее о гибридизации аксионов с фононами в этой области частот.

Таким образом, нами впервые установлено присутствие в спектре КР поперечной полярной моды  $A_1(z)$ -типа (мягкой моды), ответственной за сегнетоэлектрический фазовый переход в кристалле нитрита натрия. Её удалось обнаружить лишь вдали от точки сегнетоэлектрического фазового перехода. Построены поляритонные кривые для мягкой моды  $A_1(z)$  при комнатной температуре. При повышении температуры такая мода становится передемпфированной и может проявляться лишь в виде центрального пика. Зарегистрирован и исследован полный спектр комбинационного рассеяния в поликристаллах нитрита натрия. Проведено отнесение комбинационных спутников и колебаний, предсказанных теоретико-групповым анализом. Обнаружено что интенсивность низкочастотной псевдоскалярной моды  $A_2$  почти в десять раз превышает интенсивность других решёточных колебаний. Обсуждается возможность гибридизации псевдоскалярных фононов с аксионами. Построены дисперсионные кривые, соответствующие гибридизации аксионов и псевдоскалярных фононов. Установленные закономерности для полярных мод и псевдоскалярной моды в нецентросимметричном нитрите натрия могут быть использованы для реализации параметрических процессов с генерацией излучения в терагерцовой области спектра.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 12-02-00491, 13-02-00449, 13-02-90420, 14-02-00190).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] P. Ravindran, A. Delin, B. Johansson, et al., *Phys. Rev. B* **59**, 1776 (1999).
- [2] J. Köhler, D. Schmid, *Journal of Physics: Condensed Matter* **8**, 115 (1996).
- [3] B. Strijk, C. H. Mac Gillavry, *Recueil des Travaux Chimiques des Pays-Bas* **62**, 705 (1943).
- [4] R. W. G. Wyckoff, *Crystal Structures – Volume 2: Inorganic Compounds  $RX_n$ ,  $R_nMX_2$ ,  $R_nMX_3$*  (Interscience Publishers, New York, 1964).
- [5] F. Jona and G. Shirane, *Ferroelectric Crystals* (Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1962).
- [6] Г. А. Смоленский, В. А. Боков, В. А. Исупов и др., *Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики* (Наука, Ленинград, 1971).
- [7] Ю. П. Войнов, В. С. Горелик, К. И. Зайцев и др., *Физика твердого тела* **57**, 443 (2015).
- [8] K. I. Zaytsev and S. O. Yurchenko, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 051902 (2014).
- [9] П. Ф. Зильберман, П. А. Савинцев, *Письма в ЖТФ* **14**, 145 (1988).
- [10] В. Л. Гинзбург, *УФН* **38**, 490 (1949).
- [11] J. D. Axe, *Phys. Rev.* **167**, 573 (1968).
- [12] M. K. Barnoski and J. M. Ballantyne, *Phys. Rev.* **174**, 946 (1968).
- [13] K. Suzuki, S. Sawada, F. Sugawara, and T. Nakamura, *Journal of the Physical Society of Japan* **26**, 1199 (1969).
- [14] H. Vogt and H. Happ, *Physica Status Solidi* **16**, 711 (1966).
- [15] F. Brehat and B. Wyncke, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **18**, 1705 (1985).
- [16] B. Wyncke, F. Brehat, M. El Sherif and G. V. Kozlov, *Physica Status Solidi (b)* **125**, 493 (1984).
- [17] E. V. Chisler and M. S. Shur, *Physica Status Solidi (b)* **17**, 163 (1966).
- [18] C. M. Hartwig, E. Wiener-Avneer, and S. P. S. Porto, *Phys. Rev. B* **5**, 79 (1972).
- [19] C. K. Asawa and M. K. Barnoski, *Phys. Rev. B* **2**, 205 (1972).
- [20] C. W. von der Lieth and H. H. Eysel, *Journal of Raman Spectroscopy* **13**, 120 (1982).

- [21] H. H. Eysel, C. W. von der Lieth, G. Bertsch and M. H. Brooker, *Molecular Physics* **44**, 395 (1981).
- [22] M. Tsuboi, M. Terada, T. Kajiura, *Bulletin of the Chemical Society of Japan* **41**, 2545 (1968).
- [23] M. Tsuboi, M. Terada, T. Kajiura, *Bulletin of the Chemical Society of Japan* **42**, 1871 (1969).
- [24] Г. Я. Любарский, *Теория групп и её применение в физике* (Гос. изд. физ.-мат. литературы, Москва, 1958).
- [25] R. H. Lyddane, R. G. Sachs and E. Teller, *Phys. Rev.* **59**, 673 (1941).
- [26] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. В 10 томах. Том III Квантовая механика (нерелятивистская теория). 4-е издание, исправленное* (Наука, Москва, 1989).
- [27] Л. В. Окунь, *ЖЭТФ* **83**(3), 892 (1982).
- [28] K. van Bibber, N. R. Dagdeviren, S. E. Koonin, et al., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 759 (1987).
- [29] L. D. Duffy, P. Sikivie, D. B. Tanner, et al., *Phys. Rev. D* **74**, 012006 (2006).
- [30] P. Sikivie, D. B. Tanner and K. van Bibber, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 172002 (2007).
- [31] A. Afanasev, O. K. Baker, K. B. Beard, et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 120401 (2008).
- [32] S. Hoffmann, *Phys. Lett. B* **193**, 117 (1987).
- [33] R. Cameron, G. Cantatore, A.C. Melissinos, et al., *Phys. Rev. D* **47**, 3707 (1993).
- [34] G. Ruoso, R. Cameron, G. Cantatore, et al., *Zeitschrift für Physik C: Particles and Fields* **56**, 505 (1991).
- [35] В. С. Горелик, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **42**(2), 40 (2015).
- [36] C. Beck, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 231801 (2013).
- [37] C. Hoffmann, F. Lefloch and M. Sanquer, *Phys. Rev. B* **70**, 180503 (2004).

Поступила в редакцию 8 апреля 2015 г.