

## ДВИЖУЩИЕСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ В ПИНЧЕВЫХ РАЗРЯДАХ

В. Я. Никулин<sup>1</sup>, С. А. Старцев<sup>2</sup>, С. П. Цыбенко<sup>1</sup>

*Дается описание движущихся цилиндрических токовых структур в плазме в простой модели в формализме Давыдова–Захарова. Численные расчеты подтверждают наличие решений с тангенциальными разрывами и разрывами, в которых магнитное поле меняет свое направление на противоположное. Получены как дозвуковые решения, так и сверхзвуковые.*

**Ключевые слова:** пинчевые разряды, лондоновский ток, тангенциальный разрыв, токовые филаменты.

*Введение.* Ввиду важности приложений плазменного фокуса в технологиях [1, 2], как мощного источника жестких излучений и потоков горячей плазмы, существует необходимость в развитии теории токовых филаментов, возникающих в камере плазменного фокуса. Филаменты оказывают значительное влияние на параметры плазмы на финальной стадии сжатия плазмы, а также на интенсивность электромагнитных излучений и плазменных потоков [3]. В пинчевых разрядах наблюдаемые токовые филаменты движутся к оси разряда, а затем останавливаются, располагаясь вокруг оси [4]. Недавно нами было найдено решение для стационарных филаментов [5] (там же смотри другие модели для стационарных филаментов или, например, в работе [6]), включающее в себя тангенциальный разрыв, по поверхности которого течет ток, вызывающий индукционные обратные токи вокруг тангенциального разрыва, в том числе текущие по поверхности разрыва, на котором магнитное поле меняет свое направление на противоположное. В данной работе найденная структура стационарных филаментов переносится на случай движущихся филаментов – дозвуковых и сверхзвуковых.

*Основные уравнения.* Простая модель плазмы в формализме Давыдова–Захарова [5] – это одножидкостная бездиссипативная модель квазинейтральной полностью ионизованной плазмы, состоящая из уравнений непрерывности и движения для плазмы с

<sup>1</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: kink@sci.lebedev.ru.

<sup>2</sup> Финансовый университет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, 125993 Россия, Москва, Ленинградский пр-т, 49; e-mail: sastartsev@bk.ru.

плотностью  $\rho$  и скоростью  $\vec{v}$  и уравнений для векторного потенциала  $\vec{A}$ , следующих из уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \vec{\nabla}) \vec{v} &= -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho} - \frac{Ze^2}{2m_e m_i c^2} \vec{\nabla} A^2, \\ \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} &= -\frac{4\pi Ze^2}{m_e m_i c^2} \rho \vec{A},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $Ze$  и  $m_i$  – заряд и масса иона,  $c$  – скорость света в вакууме,  $m_e$  – масса электрона. В системе (1) давление плазмы  $P(\rho)$  – некая заданная функция плотности  $\rho$ . Здесь будем считать плазму адиабатической, т.е.  $P = P_0(\rho/\rho_0)^{5/3}$ , где  $P_0$  и  $\rho_0$  – невозмущенные давление и плотность. В дальнейшем рассматриваем только потенциальные движения плазмы, а для векторного потенциала используем кулоновскую калибровку.

В цилиндрической системе координат рассмотрим структуры, однородные по координате  $z$ , в которых  $\vec{A} = (0, 0, A_z)$  и  $\vec{v} = (v_r, v_\varphi, 0)$ . Пусть цилиндрическая структура движется с постоянной скоростью  $D$  в однородной плазме перпендикулярно оси структуры. Найдем частное решение первого уравнения из (1) в системе координат, движущейся вместе со структурой. Ищем решение в виде  $\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v_r) = C_1 \cos \varphi$ , где  $C_1$  – const. Тогда из первого уравнения в (1) следует  $\frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi) = -C_1 \cos \varphi$ . Учитывая граничное условие, когда при  $\rho \rightarrow \rho_0$   $v^2 \rightarrow D^2$ , выражения для скоростей примут вид  $v_r = -D \frac{\rho_0}{\rho} \cos \varphi$ ,  $v_\varphi = D \frac{\rho_0}{\rho} \sin \varphi$ . Найденные значения скоростей по границе цилиндрической структуры согласованы с невозмущенной плазмой независимо от направления движения этой структуры. При выполнении этих условий ищем решение, когда плотность  $\rho$  зависит только от одной координаты  $r$ . Тогда и функция  $A_z$  зависит только от одной координаты  $r$ . В результате систему (1) можно свести к следующим соотношениям

$$\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\tau} \left( \tau \frac{da}{d\tau} \right) - \rho a = 0, \quad a^2 = \frac{D^2}{2}(1 - \rho^{-2}) + \frac{3}{2}(1 - \rho^{2/3}). \quad (2)$$

Здесь использованы безразмерные переменные  $\frac{\rho}{\rho_0} \rightarrow \rho$ ,  $\frac{D}{v_{s0}} \rightarrow D$ ,  $\frac{Ze^2}{2m_e m_i c^2 v_{s0}^2} A_z^2 \rightarrow a$ ,  $\omega_{pe}^0 r/c \rightarrow \tau$ , а  $\omega_{pe}^0$  и  $v_{s0}$  – электронная плазменная частота и скорость звука в невозмущенной плазме.

Будем искать решение системы (2), содержащее тангенциальный разрыв, как и в работе [5]. Напомним, что суммарное давление плазмы и магнитного поля сохраняется

через тангенциальный разрыв, т.е.  $P + \frac{\vec{B}^2}{8\pi} = \text{const}$ , где  $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$  – магнитная индукция. Введем безразмерную координату  $\tau_{**}$  для обозначения расположения тангенциального разрыва. При  $\tau < \tau_{**}$  в решении есть только давление плазмы, поскольку магнитное поле обращается в нуль. Предполагаем, что плазма сжимается магнитным полем адиабатически. Тогда, введя безразмерное магнитное поле  $b = -da/d\tau$ , условие на тангенциальном разрыве можно свести к соотношению при  $\tau < \tau_{**}$  для безразмерной плотности  $\rho_{**} = \left[1 + \frac{5}{3}b_{\tau_{**}}^2\right]^{3/5}$ . Заметим, что для движущейся цилиндрической структуры через тангенциальный разрыв существует поток плазмы. Поэтому в этом случае можно пользоваться приближенным соотношением  $P + \frac{\vec{B}^2}{8\pi} \approx \text{const}$ , при условии, что поток плазмы мал через разрыв. Для безразмерных параметров условие малости потока плазмы через разрыв примет вид  $D\rho_{**}^{-1} \ll 1$ .

Введем также безразмерную координату  $\tau_*$  ( $\tau_{**} < \tau_*$ ) для обозначения второго разрыва, где магнитное поле меняет свое направление на противоположное.

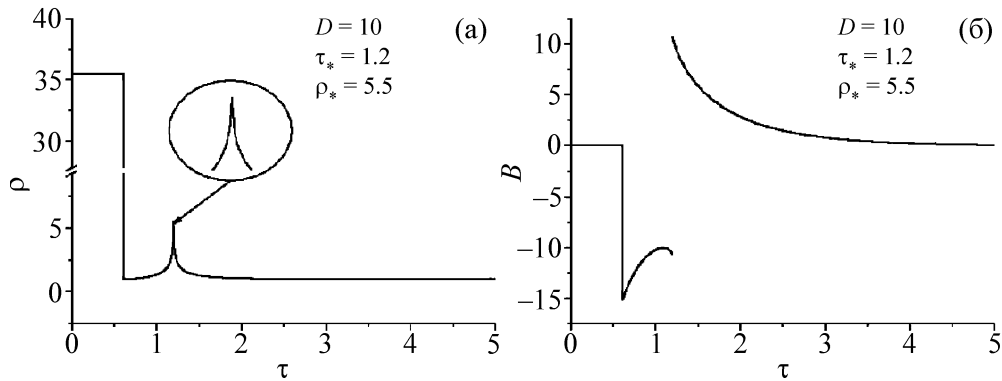


Рис. 1: Распределение плотности плазмы (а) и магнитного поля (б) при  $D = 10$ ,  $\tau_* = 1.2$ ,  $\rho_* = 5.5$ .

*Результаты и обсуждение.* Уравнения (2) решались численно вместе с условием на тангенциальном разрыве для  $\rho_{**}$  и соблюдением малости потока плазмы через тангенциальный разрыв. Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. Решения определяются тремя свободными параметрами: скоростью движения цилиндрической структуры  $D$ , безразмерным радиусом  $\tau_*$ , который задает расположение разрыва, где магнитное поле меняет направление на противоположное, и значением плотности  $\rho_*$  на этом разрыве. При меньшем значении безразмерного радиуса  $\tau_{**} < \tau_*$  располагается тангенциальный разрыв, на внешней стороне которого магнитное поле достигает максимального

значения в движущихся цилиндрических структурах, а на внутренней стороне тангенциального разрыва плотность плазмы оказывается максимальной и равной  $\rho_{**}$  в этих структурах, причем магнитное поле обращается в нуль на внутренней стороне разрыва. После вычисления циркуляции магнитного поля по контуру, охватывающему поверхность тангенциального разрыва, можно прийти к заключению, как и в работе [5], что по поверхности тангенциального разрыва течет ток, который индуцирует обратные токи в окружающей плазме, включая обратные токи по поверхности разрыва, где магнитное поле меняет свое направление. Кроме того, во внешней области движущихся цилиндрических структур при значении безразмерного радиуса  $\tau > \tau_*$  наблюдается режим нелинейного скинирования магнитного поля, при котором магнитное поле стремится к нулю при стремлении плотности плазмы к невозмущенному значению.

На рис. 1 представлены распределения для сверхзвуковой цилиндрической структуры для параметров  $D = 10$ ,  $\tau_* = 1.2$ ,  $\rho_* = 5.5$ . Увеличение скорости цилиндрической структуры ведет к росту максимальных значений плотности плазмы и магнитного поля в ней, а увеличение параметра  $\tau_*$  уменьшает эти значения. Увеличение параметра  $\rho_*$ , когда параметры  $D$  и  $\tau_*$  фиксированы, приводит к увеличению максимальных значений плотности плазмы и магнитного поля. Характерной особенностью сверхзвуковых структур является сжатие плазмы в области разрыва с поворотом магнитного поля.

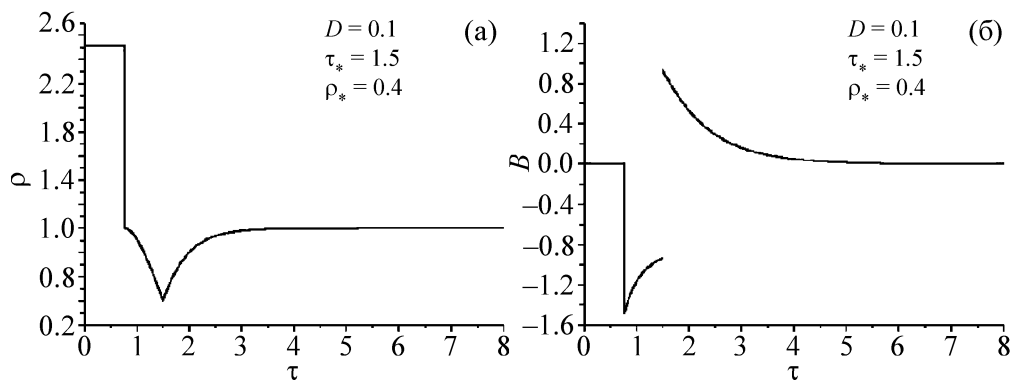


Рис. 2: Распределение плотности плазмы (а) и магнитного поля (б) при  $D = 0.1$ ,  $\tau_* = 1.5$ ,  $\rho_* = 0.4$ .

На рис. 2 показаны дозвуковые распределения при  $D = 0.1$ ,  $\tau_* = 1.5$ ,  $\rho_* = 0.4$ . Для дозвуковых решений уменьшение скорости структуры приводит к увеличению максимальных значений плотности плазмы и магнитного поля, а увеличение  $\tau_*$  уменьшает максимальные значения плотности плазмы и магнитного поля в найденных структурах. При уменьшении  $\rho_*$ , когда параметры  $D$  и  $\tau_*$  фиксированы, максимальные значе-

ния плотности плазмы и магнитного поля растут. Для дозвуковых решений характерно разрежение плазмы в области разрыва с поворотом магнитного поля.

*Заключение.* Получены дозвуковые и сверхзвуковые цилиндрические решения для распределений плазмы и магнитного поля. В структуру этих решений входит тангенциальный разрыв и ток, текущий по его поверхности, который, в свою очередь, индуцирует обратные токи вокруг тангенциального разрыва, включая обратные токи по поверхности разрыва с поворотом магнитного поля. Найденные решения демонстрируют структуру филаментов в пинчевых разрядах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-12-10351).

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. И. Иванов, А. И. Дедюрин, И. В. Боровицкая и др., Перспективные материалы, № 5, 79 (2006).
- [2] G. Mikhailova, L. Antonova, I. Borovitskaya, et al., Phys. Status Solidi C **10**, 689 (2013).
- [3] В. Я. Никулин, С. Н. Полухин, А. А. Тихомиров, Физика плазмы **31**, 642 (2005).
- [4] W. Sadowski, H. Herold, H. Schmidt, M. Shakhatre, Phys. Lett. **105A**, 117 (1984).
- [5] В. Я. Никулин, С. А. Старцев, С. П. Цыбенко, Краткие сообщения по физике ФИАН **42**(5), 21 (2015).
- [6] У. Юсупалиев, Краткие сообщения по физике ФИАН **35**(4), 44 (2008).

Поступила в редакцию 31 августа 2016 г.