

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ имени П. Н. ЛЕБЕДЕВА

РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

КРАТКИЕ  
СООБЩЕНИЯ  
ПО ФИЗИКЕ

3

Москва — 2017

Информация

Страница журнала “Краткие сообщения по физике ФИАН” в интернете:

<http://ksf.lebedev.ru>

Издательство ALLERTON PRESS, INC., 18 WEST 27-th STR. NEW YORK,  
N.Y. 10011 USA издает на английском языке полный перевод журнала “КРАТКИЕ  
СООБЩЕНИЯ ПО ФИЗИКЕ” под названием Bulletin of the Lebedev Physics Institute  
(Russian Academy of Sciences), volume 44 (2017).

**РЕДКОЛЛЕГИЯ**

Н. Н. Колачевский – главный редактор  
О. Н. Крохин – зам. главного редактора  
В. П. Силин – зам. главного редактора  
Л. Л. Чайков – ответственный секретарь  
П. И. Арсеев – член редколлегии  
И. Г. Зубарев – член редколлегии  
В. К. Конюхов – член редколлегии  
Ю. А. Михайлов – член редколлегии  
А. И. Никишов – член редколлегии  
Н. Г. Полухина – член редколлегии  
А. А. Рухадзе – член редколлегии  
В. Н. Сорокин – член редколлегии

## ДЖОЗЕФСОНОВСКИЙ ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТР НА ВТСП: КОНСТРУКЦИЯ УСТРОЙСТВА И ПРОБЛЕМА ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА

М. А. Дресвянников, Л. Н. Жерихина, В. Н. Мурзин, А. М. Цховребов

*Рассматривается возможность создания широкополосного фурье-спектрометра на основе нестационарного эффекта Джозефсона в ВТСП с частотным диапазоном, включающим терагерцовую область. Разработана простая конструкция прецизионно настраиваемого точечного джозефсоновского контакта, которая позволяет производить “подгонку” его параметров непосредственно в криогенных условиях. Предлагается вариант использования подобного спектрометра для решения задачи факторизации многозначных чисел, что является в настоящее время одной из наиболее известных мотиваций работ по созданию квантового компьютера.*

**Ключевые слова:** высокотемпературные сверхпроводники, эффект Джозефсона, квантовый компьютер.

Ранее нами исследовался нестационарный эффект Джозефсона на механически настраиваемом точечном контакте, образованном двумя ВТСП электродами (рис. 1 [1]). Условия эксперимента соответствовали пассивному нестационарному эффекту, когда основную роль играет не собственная генерация джозефсоновского контакта, а воздействие на него внешнего электромагнитного излучения (обычно СВЧ-диапазона, в нашем случае  $f = 140$  ГГц). При облучении частотой  $\omega = 2\pi f$  напряжение на переходе зависит от времени как  $V(t) = V_0 + v \cos \omega t$ . Соответственно разность фаз на “сверхпроводящих берегах” потенциального барьера туннельного перехода после интегрирования  $V(t)$  выражается в виде  $\varphi(t) = \int_0^t \frac{2eV(t)}{\hbar} dt = \frac{2eV_0}{\hbar} t + \frac{2ev}{\hbar\omega} \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Джозефсоновский ток

[2] с характерной зависимостью от фазы  $I = I_{JC} \sin \varphi$ , можно представить в виде ряда Фурье:

$$I_J = I_{JC} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n \left( \frac{2ev}{\hbar\omega} \right) \sin \left( \left( \frac{2eV_0}{\hbar} + n\omega \right) t + \varphi_0 \right),$$

где в качестве амплитуды  $n$ -гармоники  $I_{JC} J_n \left( \frac{2ev}{\hbar\omega} \right)$  выступает произведение функции Бесселя  $n$ -го порядка на критический ток контакта  $I_{JC}$ . Если  $n\omega + \frac{2e}{\hbar} V_0 = 0$ , то соответствующее слагаемое в фурье-разложении оказывается независимым от времени и, таким образом, при напряжении  $V_0 = -n \frac{\hbar\omega}{2e}$  возникает ненулевая постоянная составляющая тока  $I_{\text{DirCur}} = I_{JC} J_n \left( \frac{2ev}{\hbar\omega} \right) \sin \varphi_0$ . Из приведенных формул следует, что при облучении джозефсоновского перехода на его вольт-амперной характеристике, символически изображенной на экране (рис. 1), будут наблюдаться ступеньки тока (ступеньки Шапиро [3]), высота которых есть  $\Delta I = 2|I_{\text{DirCur}}|_{\text{MAX}} = 2I_{JC} J_n \left( \frac{2ev}{\hbar\omega} \right)$ .

В эксперименте [1] использовался джозефсоновский контакт, образованный двумя призмами из ВТСП  $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ , которые скрещивались заостренными ребрами, тем самым образуя точечный микроконтакт (правая вкладка к рис. 1). Призмы крепились к металлическим платформам, соединенным между собой шпильками специальной конструкции, имеющими с разных концов различный шаг резьбы, что позволяет регулировать относительное расхождение платформ на разность «верхнего» и «нижнего» шага  $|S_U - S_D| = 50$  мкм при закручивании шпильки на один оборот. Точка контакта была специально смещена в сторону от середины платформы, чтобы благодаря эффекту рычага правая шпилька могла контролировать прецизионное, а левая – грубое сведение сверхпроводящих призм.

Такая конструкция прецизионного сведения контакта позволяла в частности с хорошей устойчивостью устанавливать и удерживать сопротивление на уровне 25.8 кОм, что примерно соответствует значению квантового эталона сопротивления  $R_Q = 2\pi\hbar/e^2$ . При охлаждении до азотных температур предварительно установленное значение сопротивления испытывало незначительный уход и устойчиво контролировалось регулировочными шпильками, воздействующими непосредственно на холодный контакт.

Очевидно (см. [4]), что на базе описанной выше конструкции можно было бы создать высокочувствительный быстродействующий анализатор спектр СВЧ диапазона, включающего ТГц-ую область. Использование в такой системе высокотемпературных сверхпроводников (в отличие от [4]) позволит работать в области терагерц, т.к. высокой

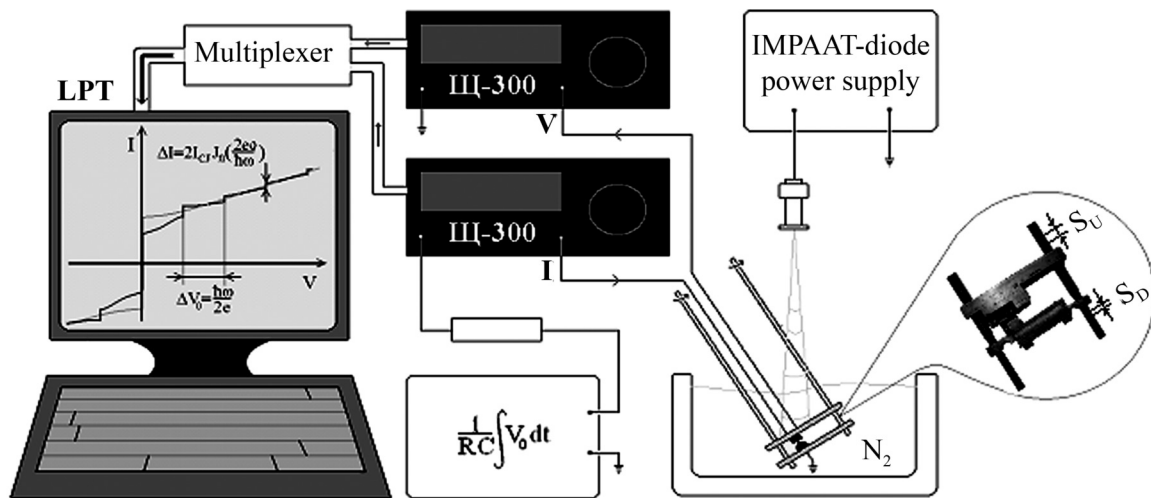


Рис. 1: Схема эксперимента, в котором ВАХ настраиваемого ВТСП микроконтакта записывалась в условиях пассивного нестационарного эффекта Джозефсона при азотных температурах. Слева на “экранный” вкладке приведен теоретический вид ступенек Шапиро, возникающих на ВАХ джозефсоновского перехода при СВЧ облучении (пассивный нестационарный эффект Джозефсона). Ц-300 – цифровой микровольт-амперметр, в данном случае играют роль АЦП; IMPAAT-diode – лавинно-пролетный диод (ЛПД), в данном случае генерирует облучающий сигнал  $f = 140$  ГГц.

критической температуре отвечает широкая сверхпроводящая щель, так что энергии ТГц-го кванта оказывается недостаточно для разрушения куперовских пар, соответственно чему расширяется частотный диапазон области чувствительности спектроанализатора. Действие такого прибора сводится к записи вольт-амперной характеристики, однако кроме непосредственного управления записью ВАХ, соответствующая компьютерная программа должна произвести распознавание ступенек Шапиро и решить задачу восстановления спектра сигнала. В принципе подобная задача, относящаяся к классу обратных задач, допускает в своем решении некоторую неоднозначность, которая может быть устранена с использованием простейших предположений о характере спектра исследуемого сигнала.

Одной из наиболее интересных задач, где требуется быстро, как бы “сразу за один проход”, производить фурье-преобразование, является задача обеспечения возможности функционирования квантового компьютера. В настоящее время многие исследовательские центры занимаются поисками путей физической реализации квантового компьютера [5, 6]. Однако следует иметь в виду, что при всех трудностях технической разработки

подобного устройства пока найдены всего лишь несколько задач, определенно требующих для своего решения привлечения квантовых алгоритмов. Это в частности проблема разложения многоразрядного числа на простые множители, к которой сводится известная задача математической криптографии по дешифрации особо “трудновзламываемых” кодов [7]. Классическое решение основывается здесь на неполиномиальных ( $NP$ ) алгоритмах, когда количество операций в алгоритме возрастает экспоненциально по мере увеличения разрядности разлагаемого числа. Поиск эффективной “квантовой замены”  $NP$  алгоритма такой факторизации с использованием фурье-разложения некоторой функции, периоды которой, согласно “китайской теореме” [8], составляют множество искомых простых сомножителей, является одной из немногих математически доказанных мотиваций разработки квантового компьютера.

Решение задачи разложения числа на простые множители основывается на классическом алгоритме Евклида. Для факторизации  $N$  на простые множители фиксируются периоды функции  $f(x) = a^x \bmod N$ , где  $A \bmod B$  – остаток от деления нацело  $A$  на  $B$ . Затем выбирается наименьший период  $r$ , и определяется собственный делитель  $N$  – значение функции  $\gcd(a^{r/2} \pm 1, N)$ , где  $\gcd(A, B)$  – наибольший общий делитель чисел  $A$  и  $B$ .

Приведем простейший числовой пример, иллюстрирующий действие классического алгоритма факторизации  $N$ . Пусть  $N = 21, a = 13$ , тогда значения периодической функции  $f_N(x) = a^x \bmod N = 13^x \bmod 21$  задаются таблицей:

Т а б л и ц а 1

x	0	1	2	3	4	5
$13^x$	1	13	169	2197	28561	371293
$f_{21}(x) = 13^x \bmod 21$	1	13	1	13	1	13

Наименьший период  $f(x)$ , как видно из табличных значений, составляет  $r = 2$ , откуда  $\gcd(a^{r/2} \pm 1, N) = \gcd(13^{2/2} \pm 1, 21) n_1 = \gcd(14, 21) = 7, n_2 = \gcd(12, 21) = 3$ . Окончательный результат факторизации  $N = n_1 \times n_2 = 3 \times 7 = 21$ .

Этот простой алгоритм был модифицирован и адаптирован для решения задачи факторизации чисел на базе квантового компьютера [6, 9]. Так как период функции  $f_N(x)$  соответствует максимуму ее фурье-спектра, то для его определения достаточно найти координату точки экстремума. Квантовый компьютер предоставляет возможность проделывать такую операцию за несколько измерений состояний регистра  $\{X_q\}$ . Квантовые регистры  $\{X_q\}$  и  $\{Y_q\}$  оказываются в перепутанном состоянии [10], когда в

каждый момент времени, в силу квантово-механических флуктуаций, в регистре  $\{X_q\}$  присутствуют все возможные комбинации  $q$ -битов, отвечающие его области определения, а в регистре  $\{Y_q\}$  – все жестко привязанные к ним “значения”  $y$  из области значений функции.

Мы предлагаем альтернативный подход к поиску эффективной замены неополномиального алгоритма, основанный на использовании фурье-спектрального анализатора с джозефсоновским ВТСП переходом. В предлагаемом варианте решения задачи факторизации чисел роль квантового параллелизма в некотором смысле заменяется временным моделированием функции  $f_N(x) = a^x \bmod N \Rightarrow a^{(t/\tau)} \bmod N = f_N(t)$ . Действительно, поскольку функция  $f_N(t)$  периодическая, каждый ее период содержит всю суперпозицию (не квантовую) формирующих ее фурье-гармоник, при этом имеется в виду, что время фиксируется, когда  $t$  оказывается кратно тактовому периоду  $\tau$ . В какой-то мере это аналог квантового параллелизма, когда регистр квантового компьютера  $\{X_q\}$  благодаря неопределенному состоянию каждого  $q$ -бита, одновременно содержит все возможные значения  $x$ .

На рис. 2 представлена блок-схема электронного устройства, предназначенного для разложения числа на простые сомножители, в состав которого входит джозефсоновский фурье-спектрометр с ВТСП переходом. Часть схемы, включающая элементы, расположенные левее емкости  $C$  (т.е.  $M1 - M9, D, R$ ) формирует функцию  $f_N(x) = a^x \bmod N$  (где  $x = t/\tau$  – целое), а элементы правее конденсатора образуют джозефсоновский спектроанализатор (соответственно  $M10, M11$ ). Верхняя левая часть ( $M1, M2, D, R$ ) отвечает за формирование экспоненты  $a^x = a^{t/\tau}$ . Для этого на вход интегратора  $M1$  подается постоянное напряжение  $u$ , задающее скорость сканирования его выходного напряжения  $U = \frac{1}{\tau} \int_0^t u dt' = \frac{u}{\tau} t$ , которое в свою очередь питает полупроводниковый диод, составляющий одну из двух входных ветвей сумматора токов  $M2$  [11]. Как известно, вольт-амперная характеристика диода исключительно точно подчиняется формуле Ричардсона (выводимой при решении уравнения Лапласа для зарядов, локализованных в запирающем слое  $p/n$  перехода [12]  $I = I_0(e^{U/kT} - 1)$ ), что в частности позволяло использовать обычные полупроводниковые диоды в первых, еще полуаналоговых ЭВМ, для вычисления экспонент и логарифмов. Вторая входная ветвь используется для компенсации “нулевого” тока  $I_0$ , присутствующего в формуле Ричардсона, и получения таким образом “чистой» экспоненты  $I_0 e^{U/kT}$ . Применяя 1-й закон Кирхгофа к входному узлу  $M2$ , запишем уравнение баланса токов  $I_0(e^{U/kT} - 1) + I_0 - V/R = 0$ , решение которого

обеспечивает требуемую экспоненту  $V = RI_0 e^{eU/kT} = RI_0 e^{(eu/kT)t/\tau} = a^x$  при условиях  $RI_0 = 1$  (т.е.  $R = \text{Вольт}/I_0$ ), а также  $u = (kT/e) \ln a$ , где  $a$  – целое число.

Нижняя часть блок-схемы (рис. 2:  $M3-M7$ ), расположенная левее конденсатора  $C$ , демонстрирует, как в предлагаемом варианте факторизации вычисляются значения остатка от деления нацело на  $N$ . Для получения остатка  $V$  на выходе операционного дифференциального усилителя  $M3$  значение аргумента  $a^x = a^{t/\tau}$  направляется на его неинвертирующий вход, а делитель  $N$  в цифровом коде устанавливается на входе цифроаналогового преобразователя  $M7$ . Компаратор  $M4$  сравнивает выходное напряжение операционного усилителя с напряжением, соответствующим значению делителя  $N$ , которое поступает на компаратор с цифроаналогового преобразователя. Если выходное напряжение “достигает”  $N$ , то компаратор направляет импульс на вход “ступенчатого интегратора”  $M6$ , при этом интегратор увеличивает свое выходное напряжение на фиксированное значение, соответствующее величине  $N$ , которое масштабируется цифроаналоговым умножителем  $M5$ , благодаря чему высота всех ступенек получается одинаковой. Таким образом, целое число ступенек с высотой, пропорциональной  $N$ , после подачи на инвертирующий вход  $M3$  вычитается из значения  $a^x = a^{t/\tau}$ , “присутствующего” на неинвертирующем входе  $M3$ , и в результате на выходе операционного усилителя остается разность, не кратная  $N$ , которая и является остатком от деления  $a^{t/\tau}$  нацело на  $N$ . Следует отметить, что полностью сформированная на выходе  $M3$  функция  $f(t) = a^{t/\tau} \bmod N$  на самом деле не является периодической по  $t$ . Свойством периодичности, используемым в алгоритме Евклида, обладает функция  $f(x) = a^x \bmod N$ , взятая при целочисленных значениях аргумента  $x = t/\tau$ . В предлагаемой схеме (рис. 2) целочисленность отношения  $t/\tau$  обеспечивается стробированием значений  $f(t)$  в моменты времени  $t$ , кратные тактовому периоду  $\tau$ . Для обеспечения этого с генератора  $M8$  сигнал тактовой частоты  $F = 1/\tau$  передается на управляющий вход блока стробируемого запоминания входного уровня  $M9$ . Окончательно сформированная периодическая последовательность значений  $f(m\tau) = a^m \bmod N$  с выхода  $M9$  через конденсатор  $C$  передается на вход спектроанализатора на джозефсоновском ВТСП переходе (рис. 2,  $t = m\tau$ ,  $m$  – целое).

Определение фурье-спектра с помощью нестационарного эффекта Джозефсона обеспечивает повышение быстродействия не только по сравнению с “самыми экономичными” цифровыми алгоритмами (быстрого фурье-преобразования [13]), но и с “обычными” аналоговыми методами (синхронное детектирование, частотная фильтрация, рефлексометрия дифракции лазерного излучения на поверхностных ультразвуковых волнах).



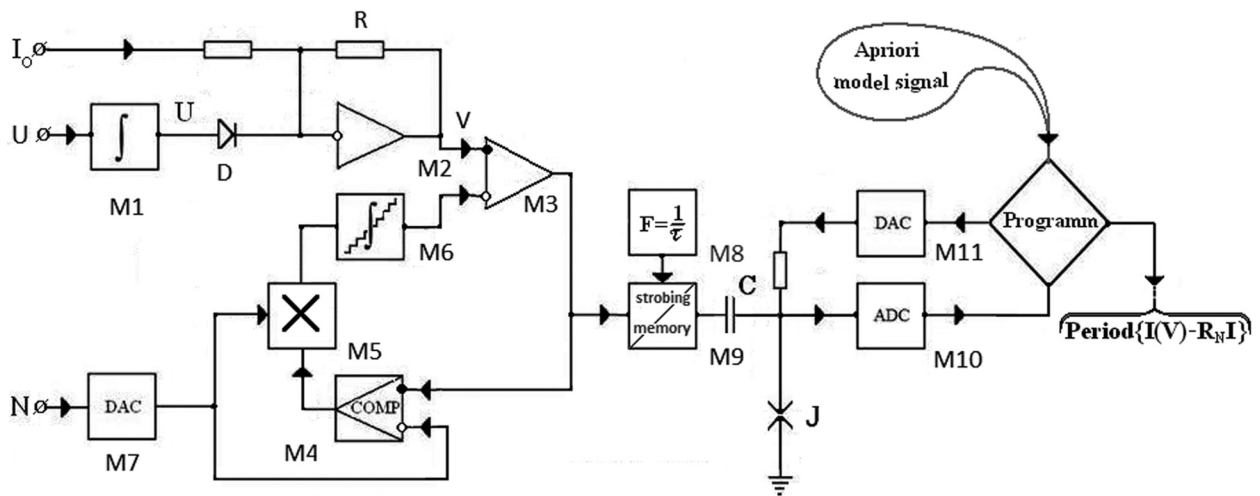


Рис. 2: Блок-схема, демонстрирующая реализуемость процедуры факторизации на простые сомножители с использованием анализатора фурье-спектров на джозефсоновском ВТСП переходе. Слева от емкости  $C$  – блок формирования  $f(t) = a^{t/\tau} \bmod N$ . Справа от  $C$  – джозефсоновский спектроанализатор. Джозефсоновский ВТСП переход или цепочка из последовательно включенных туннельных переходов помечены на схеме буквой  $J$ , назначение остальных элементов (микросхемы  $M1-M11$ , диод  $D$ , резистор  $R$ ) подробно разобрано в тексте.

Разумеется, и в предлагаемом методе спектр определяется не мгновенно – на формирование ступеньки Шапиро требуется время, однако настолько малое, что в обычных экспериментах о нем не задумываются (это время асимптотически сопоставимо с временами релаксации сверхпроводящей фазы). Применительно к квантовому компьютеру быстродействие джозефсоновского спектрометра должно быть высоким также еще и в силу того, что в противном случае на низких рабочих частотах  $f$  характерный масштаб ступенек напряжения ВАХ туннельного перехода  $\Delta V_0$  оказывается слишком мелким  $\Delta V_0 = \pi f \hbar / e$ . Однако, чтобы избежать необходимости работы в слабоосвоенной многотерагерцовой области, этот масштаб (т.е. по существу период расположения ступенек Шапиро, 1 мВ  $\langle \sim \rangle$  484 ГГц) желательно как-то увеличить. Сделать это очевидно возможно, заменяя единичный туннельный переход в джозефсоновском спектрометре на многозвенную цепочку [14]. Такие цепочки, включающие от 1000 до 10000 последовательно соединенных синхронизированных джозефсоновских переходов, используются в настоящее время при создании эталонов Вольта. Очевидно, что применение подобной цепочки из 1000 идентичных элементов позволит таким образом перейти из тера-

герцовой в гигагерцовую область рабочих частот, что значительно упростит создание необходимой сопутствующей электроники.

В заключение, завершив описание аналогово-цифровой схемы, реализующей алгоритм квантовой факторизации чисел, рассмотрим более простые и насущные примеры применения ВТСП систем, когда их использование напрямую связано с физической спецификой высокотемпературной сверхпроводимости. Оказывается, что широкая сверхпроводящая щель  $\Delta_{S/C} \sim T_C$  не только обеспечивает огромный диапазон рабочих частот (см. начало статьи), но и в принципе позволяет получать высокие значения Ампер-на-Ваттной характеристики в режиме детектирования на джозефсоновских ВТСП контактах [15]. Излучение с частотой  $\omega = 2\pi f$  и амплитудой  $v$  подавляет джозефсоновский ток на нулевой ступеньке Шапиро  $I_J = I_{JC} J_0 \left( \frac{2ev}{\hbar\omega} \right) \approx I_{JC} \left( 1 - \left( \frac{2e}{\hbar\omega} \right)^2 v^2 \right) = I_{JC} \left( 1 - \left( \frac{2\pi}{\omega\Phi_0} \right)^2 R_n P \right)$ , так, что его снижение  $\delta I_J$  оказывается пропорционально детектируемой мощности  $P$ :

$$\delta I_J(P) \approx - \left( \frac{2\pi}{\omega\Phi_0} \right)^2 (J_{JC} R_N) P = - \frac{1}{(f\Phi_0)^2} \left( \frac{\Delta_{S/C}}{2e} \right) P = - \frac{1}{(f\Phi_0)^2} \left( \kappa \frac{kT_C}{2e} \right) P.$$

Это дает возможность количественно определить Ампер-на-Ваттную характеристику джозефсоновского детектора, которая, как видно, будет тем выше, чем больше у используемого сверхпроводника критическая температура  $|\delta I_J/P| \approx \kappa \frac{kT_C}{2e(f\Phi_0)^2} \sim T_C$ , где  $\kappa$  – коэффициент, связывающий величину энергетической щели сверхпроводника с критической температурой:  $\kappa = \Delta_{S/C}/(kT_C)$ ,  $\Phi_0 = \pi\hbar/e \approx 2.07 \times 10^{-15}$  Вб – квант магнитного потока. Исходя из экспериментально установленного факта  $\kappa_{HTC} > \kappa_{BCS} \approx 3.52$ , численно Ампер-на-Ваттная характеристика оценивается на уровне  $|\delta I_J/P|(f = 100 \text{ ГГц}, T_C = 90 \text{ К}) > 3.2 \times 10^5 \text{ А/Вт}$ . Для сравнения у полупроводниковых диодов на частотах порядка 10 ГГц аналогичное значение, определяющее чувствительность детектора, составляет всего лишь примерно 5 А/Вт.

Другой менее заметной специфической особенностью высокотемпературных сверхпроводников является свойственная им низкая концентрация свободных носителей заряда ( $n = 10^{18} - 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ), физической предпосылкой чего является близость этих систем к мотовскому переходу металл/диэлектрик. Данная особенность обеспечивает высокие значения лондоновской глубины проникновения полей и токов в ВТСП  $\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n e^2}} = 1 - 100 \text{ мкм}$  и вместе с тем позволяет получать сравнительно большие величины кинетической индуктивности, которая, в отличие от обычной электродина-

мической, определяется не геометрией контура с током, а непосредственно инерционными свойствами носителей заряда  $L_{\text{kin}} = \frac{m\ell}{ne^2S}$ , где  $m$  – масса носителя,  $\ell$  и  $S$  – длина и поперечное сечение сверхпроводника. Имея в виду, что токи в сверхпроводнике текут на глубине, не превышающей  $\lambda_L$ , выражение для кинетической индуктивности пленки длиной  $\ell$ , шириной  $w$  и толщиной  $h > \lambda_L$ , что реализуется в “обычном” не ВТСП материале, можно в силу  $S = \lambda_L w$  представить в виде  $L_{\text{kin}} = \frac{\mu_0 \ell}{w} \lambda_L(T)$ . Вследствие высоких значений лондоновской глубины проникновения, для пленок здесь скорее реализуется случай  $\lambda_L > h$ , что приводит к иному выражению для кинетической индуктивности:  $L_{\text{kin}} = \frac{\mu_0 \ell}{wh} \lambda_L^2(T)$ . Температурная зависимость  $\lambda_L = \lambda_L(T)$  в простейшем случае описывается в рамках двухжидкостной модели, в целом справедливой в силу ее феноменологичности как для “старых”, так и для “новых” сверхпроводников  $\lambda_L(T) = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n e^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - T^4/T_C^4}} = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - T^4/T_C^4}}$ . На основании этих формул может быть вычислена температурная вариация кинетической индуктивности ВТСП пленки:

$$\delta L_{\text{kin}} = \frac{\mu_0 \ell}{wh} \frac{\partial \lambda_L^2}{\partial T} \delta T = \frac{\mu_0 \ell}{w} \lambda_L^2(0) \frac{4T^3/T_C^4}{(1 - T^4/T_C^4)^2} \delta T \approx \frac{\mu_0 \ell}{w} \lambda_L^2(0) \frac{T_C \delta T}{4\Delta T^2},$$

где  $\Delta T = T_C - T$  – “отстройка” рабочей температуры от критической. Из полученного выражения видно, что значение температурной вариации  $\delta L_{\text{kin}}$  будет особенно высоким именно в ВТСП системах, т.к., во-первых,  $\delta L_{\text{kin}} \sim \lambda_L^2(0) \sim 1/n$ , и, во-вторых,  $\delta L_{\text{kin}} \sim T_C$ . Это демонстрирует перспективность применения узких ( $w = 3 - 30$  мкм) ВТСП пленок в задачах, связанных с регистрацией термического отклика. В случае создания на их основе болометрического детектора излучения [16], низкие значения  $NEP$  могут быть достигнуты также и благодаря тому, что измерение кинетической индуктивности производится в сверхпроводящем состоянии, когда диссипация, а вместе с ней и найквистовский шум в первом приближении вообще отсутствуют ( $NEP$  – мощность излучения, создающего на детекторе сигнал, эквивалентный по амплитуде найквистовскому шуму детектора).

Работа выполнена при поддержке программы РАН “Электронные корреляции в системах с сильным взаимодействием”.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] А. И. Головашкин, М. А. Дресвянников, Л. Н. Жерихина и др., Нестационарный эффект Джозефсона в ВТСП. Научная сессия МИФИ-2008. Сборник научных трудов (М., МИФИ, Том 7, с. 26-27, 2008).

- [2] B. D. Josephson, *Adv. Phys.* **14**, 419 (1965).
- [3] S. Shapiro, A. R. Janus, and S. Holly, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 223 (1964).
- [4] С. Ю. Ларкин, *Измерение частоты монохроматического СВЧ поля на основе нестационарного эффекта Джозефсона* (Киев, Наукова думка, 1999).
- [5] R. P. Feinman, *Foundations of Physics*, № 16(6), 507 (1986).
- [6] К. А. Валиев, *УФН* **175**, 3 (2005).
- [7] О. Н. Василенко, *Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии* (М., МЦНМО, 2003).
- [8] Э. И. Берёзкина, *Математический трактат Сунь-Цзы* “Историко-математические исследования”. Вып. 3 (М., 1963).
- [9] С. Я. Килин, *УФН* **169**, 507 (1999).
- [10] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23**, 807 (1935).
- [11] У. Титце, К. Шенк, *Полупроводниковая схемотехника: Справочное руководство* (М., Мир, 1982).
- [12] С. Зи, *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984).
- [13] Cooley, W. James, and W. John Tukey, *Math. Comput.* **19**, 297 (1965).
- [14] A. Karuzskiy, G. Kuleshova, A. Tshovrebov, and L. Zherikhina, *Quantum interferometers on multichain of josephson junctions*. In Proc. of: The International Conference “Micro- and nanoelectronics – 2009” ICMNE-2009 Zvenigorod (2009) (Москва, МАКС ПРЕСС, 2009).
- [15] И. В. Борисенко, Ю. В. Кислинский, К. И. Константибян, Г. А. Овсянников, *Сборник расширенных тезисов I-ой международной конференции “Фундаментальные проблемы ВТСИР”*, с. 265-266 (М., РИИС ФИАН, 2004).
- [16] M. D. Audley, R. L. Kelley, and G. L. Rawley, *Journal of Low Temperature Physics* **93**(3/4), 245 (1993).

Поступила в редакцию 21 августа 2012 г.

После переработки 6 декабря 2016 г.