

УДК 537. 591

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РЕКОНСТРУКЦИИ СОБЫТИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ЛОРД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХ СПУТНИКОВ

Г. А. Гусев, Чжо Маунг

С использованием метода случайного поиска рассмотрено решение обратной задачи реконструкции события при регистрации космических лучей ультравысоких энергий (КЛУВЭ) в более сложных вариантах эксперимента ЛОРД с использованием двух спутников Луны, обращающихся практически на одной орбите, но разнесённых на достаточное расстояние. При регистрации двумя спутниками измеряется также временная задержка между сигналами на каждом из спутников, что позволяет добиться более высокой точности в решении обратной задачи реконструкции события и даёт возможность определить направление на источник частиц, что невозможно сделать в эксперименте с одним спутником.

Ключевые слова: обратная задача, каскад, космические лучи, радиометод, широкополосный приём, два спутника, временная задержка, направление на источник.

В настоящее время радиометод регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ) получил новое успешное развитие (см., напр., обзор [1]). Одна из обещающих возможностей с точки зрения существенного наращивания апертуры регистрации состоит в том, чтобы применить новые экспериментальные технологии с использованием космической бортовой аппаратуры на значительно удалённых от Земли орбитах. В частности, более десяти лет тому назад было предложено использовать Луну как гигантскую мишень для регистрации космических частиц, каскады от которых в лунном реголите генерируют радиоизлучение. Оно может регистрироваться с помощью орбитальных [2, 3] радиоволновых телескопов в условиях значительного уменьшения с расстоянием индустриальных и природных наземных шумов, что позволяет заметно увеличить чувствительность метода по сравнению со

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gusevgag@mail.ru.

случае использования околоземных спутников (см. [4, 5]). Одним из наиболее значительных продвижений в развитии радиометода можно считать серию из трёх уже выполненных экспериментов “АНИТА” с помощью высотных аэростатов в Антарктиде, предпоследний из которых был реализован в декабре 2014 года [6]. В самое последнее время, 2 декабря 2016 года, состоялся запуск аэростата с прибором АНИТА-IV.

В этой статье мы рассмотрим более сложный эксперимент и решим соответствующую обратную задачу реконструкции события, включающий два искусственных спутника Луны с идентичными приборами ЛОРД, орбиты которых расположены в одной плоскости и на одной высоте, но так разнесены, что радиоизлучение от каскада регистрируется на разных полярных углах θ_s , θ_s – угол между нормалью к поверхности Луны в точке выхода излучения и спутниковой вертикалью для каждого из спутников. Обратная задача для эксперимента с одним спутником была впервые рассмотрена в работе [7].

В таком эксперименте при достаточном раздвижении спутников могут реализоваться две возможности регистрации событий: 1) событие почти одновременно регистрируют оба спутника и 2) событие регистрирует один из спутников. В первом случае событие будет регистрироваться так, что два прибора с некоторой задержкой по времени зарегистрируют сигналы, для каждого из которых будет своё расстояние от источника и своя амплитуда сигнала. Во втором случае регистрации события только одним спутником задача сводится к рассмотренной ранее в работе [7] с некоторой важной особенностью. Она связана с фактом отсутствия регистрации события вторым спутником, и эта информация может быть использована для приближённого определения полярного угла θ_s , так что точность решения обратной задачи повышается по сравнению с экспериментом при использовании одного спутника.

Таким образом, одно и то же событие будет “видно” под разными надирными углами для каждого из спутников (надирный угол – угол между спутниковой вертикалью и направлением на источник излучения) и на разных расстояниях R_{s1} и R_{s2} между источником излучения и двумя приёмниками. Это означает, что при “одновременной” (с учётом запаздывания по времени момента регистрации в дальнем спутнике) регистрации сигналов двумя спутниками мы будем иметь два совершенно независимых измерения. При падении луча в плоскости орбиты разность углов $\Delta\theta_s = \theta_{s2} - \theta_{s1}$ максимальна и должна быть достаточно велика. Для определённости мы будем рассматривать $\Delta\theta_s = 10^\circ$. Расстояния R_{s1} и R_{s2} определяются согласно формулам:

$$R_{s1} = \sqrt{r_{\text{moon}}^2 + (r_{\text{moon}} + h)^2 - 2 \cdot (r_{\text{moon}} + h) \cdot r_{\text{moon}} \cdot \cos(\theta_{s1})}, \quad (1)$$

$$R_{s2} = \sqrt{r_{\text{moon}}^2 + (r_{\text{moon}} + h)^2 - 2 \cdot (r_{\text{moon}} + h) \cdot r_{\text{moon}} \cdot \cos(\theta_{s2})}, \quad (2)$$

где r_{moon} есть радиус Луны, а угол θ_{s2} связан с углом θ_{s1} и зависит также от азимута прихода сигнала φ относительно плоскости орбиты в системе координат, определяемой средней точкой между двумя спутниками, так что при $\varphi = 0$ угол $\theta_{s2} = \theta_{s1} + \Delta\theta_s$ для второго спутника максимально превышает угол θ_{s1} для первого спутника, а при $\varphi = 90^\circ$ оба угла равны, $\theta_{s2} = \theta_{s1}$. При углах $\varphi > 90^\circ$ сигнал приходит из задней полусферы в этой системе координат, то есть сначала на второй спутник, а потом на первый, спутники как бы меняются ролями. При произвольных углах φ , исключая угол 90° , меньших 90° , зависимость θ_{s2} от θ_{s1} и от азимута φ даётся формулой:

$$\theta_{s2} = \sqrt{2}\Delta\theta_s \cos\varphi \sqrt{b + \sqrt{b^2 - a/\Delta\theta_s^2 \cos^2\varphi}}, \quad (3)$$

где $b = (\theta_{s1}^2 + \Delta\theta_s^2 \cos^2\varphi)/2\Delta\theta_s^2 \cos^2\varphi$, $a = \Delta\theta_s^2/4 - \theta_{s1}^2/2 + \theta_{s1}^4/4\Delta\theta_s^2 \cos^2\varphi$, так что в общем случае измерение задержки по времени между сигналами на двух спутниках позволяет определить разницу в расстояниях от источника излучения до каждого спутника

$$R_{s2} - R_{s1} = c\Delta t, \quad (4)$$

здесь c – скорость света. Подстановка в это уравнение выражений (1), (2) и (3) даёт алгебраическое уравнение для определения углов θ_{s1} и φ , из которого определить их однозначно невозможно. Однако в одном частном случае $\varphi = 0$, $\theta_{s2} = \theta_{s1} + \Delta\theta_s$ уравнение (4) однозначно определяет θ_{s1} и θ_{s2} с любой желаемой точностью, найдя которые мы решим часть обратной задачи, определив R_{s1} и R_{s2} .

Рассмотрим полную обратную задачу для этого простого частного случая, когда точность решения максимальна, при регистрации сигнала только в широкой полосе с нижней частотой $f_1 = 200$ МГц и верхней $f_2 = 400$ МГц, при этом антенны аналогичны антеннам, описанным в работе [8]. Проинтегрируем по частоте f уравнение (1) работы [7] и умножим выражение для напряжённости электрического поля сигнала на эффективную длину антенны $l_{\text{eff}} = 0.44$ м и угловые множители $\cos^{3.4}\theta_{\text{nad1}}$ и $\cos^{3.4}\theta_{\text{nad2}}$ соответственно для первого и второго спутников, учитывающие диаграмму направленности антенны, которая предлагается для использования в эксперименте ЛОРД [8]. В результате получим для амплитуд сигналов E_1 и E_2 , зарегистрированных антеннами соответственно каждого из спутников, следующие формулы, в которых θ_{s1} , φ и θ_{s2} предполагаются известными из решения уравнения (4):

$$E_1 = \frac{W(\text{TeV})}{R_{s1}(\text{KM})} l_{\text{eff}}(\text{M}) C\Phi_1(\theta_{s1}, \theta_n, \varphi_n) \cos^{3.4}\theta_{\text{nad1}}(\theta_{s1}) \text{мкВ}, \quad (5)$$

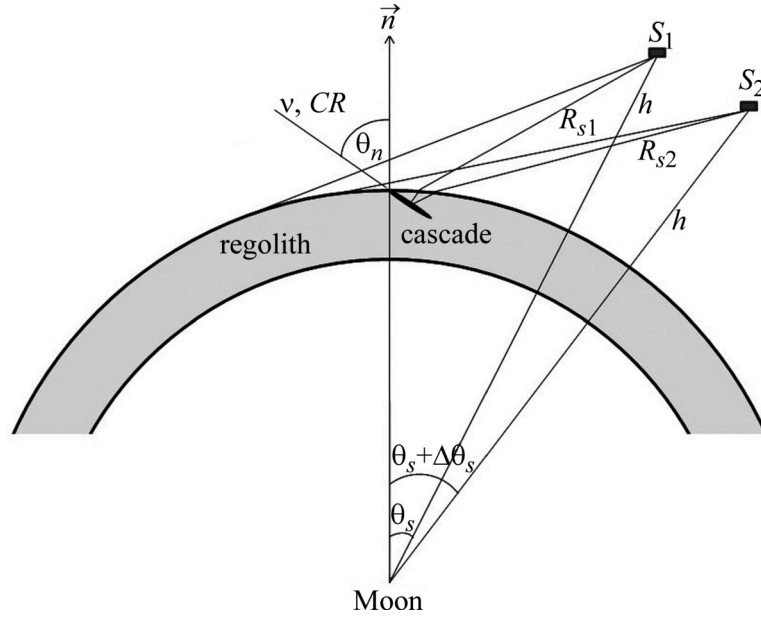


Рис. 1: Схема эксперимента с двумя спутниками Луны, орбиты которых находятся в одной плоскости и на одной высоте. Радиоизлучение приходит в плоскости орбиты.

$$E_2 = \frac{W(\text{TeV})}{R_{s2}(\text{км})} l_{\text{eff}}(\text{м}) C \Phi_2(\theta_{s2}, \theta_n, \varphi_n) \cos^{3.4} \theta_{\text{nad}2}(\theta_{s2}) \text{мкВ}, \quad (6)$$

$$\Phi_1(\theta_{s1}, \theta_n, \varphi_n) = (B_1/\beta_1) (\exp(-\beta_1 f_1 (MHz)^2) - \exp(-\beta_1/f_2 (\text{МГц})^2)), \quad (7)$$

$$\Phi_2(\theta_{s2}, \theta_n, \varphi_n) = (B_2/\beta_2) (\exp(-\beta_2 f_1 (MHz)^2) - \exp(-\beta_2/f_2 (\text{МГц})^2)), \quad (8)$$

где $C = 1/(1 + ((f_1 + f_2)/2f_0)^{1.44})$, $B_{1,2} = 0.25 \text{Norm} T_{s1,2} \frac{\sin \theta_{1,2}}{\sin \theta_C} \frac{1}{f_0(\text{МГц})}$, $f_0 \approx 3300 \text{ МГц}$, $\text{Norm} \approx 0.232 \text{ (мкВ/TeV/МГц)}$, $\beta_{1,2} = (\cos \theta_C - \cos \theta_{1,2})^2 (70 + 3.3 \ln(W(\text{TeV})))$.

Здесь W – энергия частицы, $\theta_{1,2}$ – углы между волновыми векторами радиоизлучения и направлением каскада, соответствующие каждому из спутников, $T_{s1,2}(\theta_{s1,2}) = \frac{2 \cos \theta_{t1,2}}{n \cos \theta_{t1,2} + \cos \theta_{i1,2}}$ – коэффициенты прохождения для первого и второго спутников соответственно, $\sin \theta_{t1,2} = n \sin \theta_{i1,2}$, $\cos \theta_{1,2} = -\cos \theta_n \cos \theta_{i1,2} + \sin \theta_n \sin \theta_{i1,2} \cos \varphi_n$, θ_C – черенковский угол, θ_n – полярный угол падения первичной частицы, φ_n – азимутальный угол падения первичной частицы, отсчитываемый от направления падающего излучения каскада, угол $\theta_{i1,2}$ – углы падения излучения для первого и второго спутников соответственно, $\theta_{t1,2}$ – углы преломления излучения для первого и второго спутников, $\theta_{\text{nad}1,2} = \theta_{t1,2} - \theta_{s1,2}$, $l_{\text{eff}} = 0.44 \text{ м}$ в отличие от работы [7], где использовалась большая l_{eff} . Полярные углы θ_{s1} и θ_{s2} отсчитываются в системах координат (связанных с каждым из спутников), в каждой из которых амплитуда сигнала даётся уравнением (1) работы [7].

Учтём, что с большой точностью можно пренебречь в функциях $\beta_1(W)$ и $\beta_2(W)$ слабой логарифмической зависимостью от энергии первичной частицы. Тогда зависимость электрического поля сигнала от энергии частицы в этом приближении (с точностью до нескольких процентов) является линейной, и появляется возможность разделить задачу определения оставшихся неизвестными углов φ_n и θ_n , характеризующих событие, от задачи определения энергии частицы. Возьмём отношение равенства (5) к равенству (6), тогда получим уравнение

$$E_1/E_2 = R_{s2}\Phi_1(\theta_{s1}, \theta_n, \varphi_n)/\Phi_2(\theta_{s2}, \theta_n, \varphi_n)R_{s1}, \quad (9)$$

в которое не входит энергия частицы, а расстояния от приёмников до источника излучения R_{s1} и R_{s2} известны из решения уравнения (4).

Схема решения обратной задачи такова. Сначала с использованием расстояний R_{s1} и R_{s2} решается обычным методом случайного поиска [7] уравнение (9), то есть находятся углы θ_{nf} и φ_{nf} , характеризующие событие-кандидат, удовлетворяющее с достаточной точностью уравнению (9). Далее, из уравнения (5) для каждого события-кандидата находится энергия первичной частицы (точнее её часть, переданная в радиоизлучение каскада), которая удовлетворяет экспериментальным данным. Процедура осреднения [7] для нахождения энергии, принимаемой в качестве соответствующей решению обратной задачи, должна учитывать энергетический спектр КЛУВЭ (дифференциальный), пропорциональный $W^{-4.2}$ [9], который предполагается известным из экстраполяции экспериментальных данных на область больших энергий вплоть до 10^{21} эВ. Систематические ошибки определения энергии будем находить с помощью калибровочной процедуры, описанной в работе [7]. При этом статистические ошибки определения энергии частицы будем оценивать по средним квадратическим отклонениям энергии калибровочного события от среднего значения энергии по ансамблю событий-кандидатов.

Приведём результаты решения этой простейшей, но доставляющей максимальную точность обратной задачи. График зависимости систематических ошибок определения энергии от энергии первичной частицы согласно калибровке для калибровочных событий при заданных углах $\theta_{s1} = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$ для четырёх значений энергии $3 \cdot 10^{20}$, $5 \cdot 10^{20}$, $7 \cdot 10^{20}$, $9 \cdot 10^{20}$ эВ приведен на рис. 2. Сравнение этих результатов с результатами работы [7] показывает, что точность определения энергии первичной частицы увеличивается в случае регистрации двумя спутниками: при самых малых энергиях вдвое, в области энергий от 4.5 до $5.5 \cdot 10^{20}$ эВ – на 20%, а при высоких энергиях, начиная с $6 \cdot 10^{20}$ эВ, – вдвое и более.

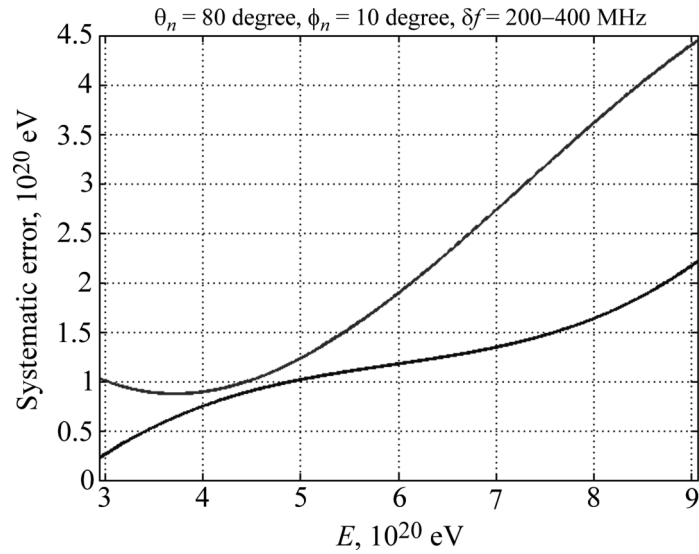


Рис. 2: Зависимости от энергии первичной частицы абсолютных систематических ошибок восстановления энергии событий согласно калибровке для событий при заданных углах $\theta_{s1} = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$ для случая $\varphi = 0^\circ$ для двух спутников (нижняя кривая) и одного спутника (верхняя кривая).

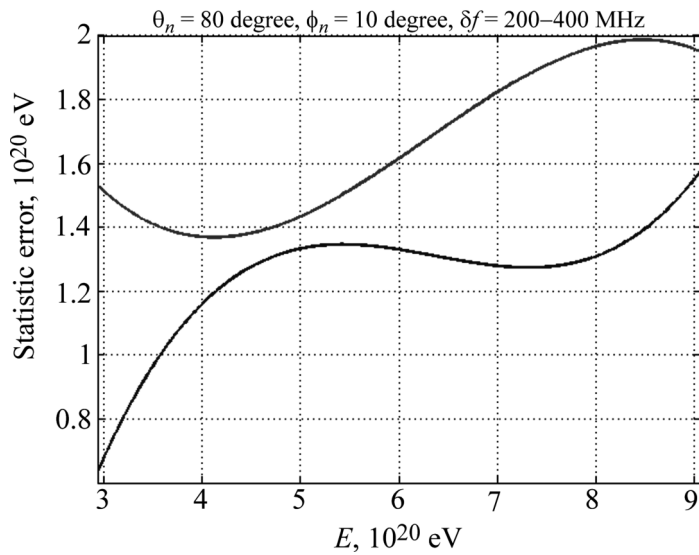


Рис. 3: Зависимости от энергии первичной частицы абсолютных статистических ошибок восстановления энергии событий согласно калибровке для событий при заданных углах $\theta_{s1} = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$ для случая $\varphi = 0^\circ$ для двух спутников (нижняя кривая) и одного спутника (верхняя кривая).

Статистические ошибки определения энергии события для задачи с двумя спутниками также сравниваются со статистическими ошибками определения энергии для задачи с использованием одного спутника. Соответствующие зависимости от энергии первичной частицы статистических ошибок представлены на рис. 3.

Согласно рис. 3 статистические ошибки определения энергии первичной частицы уменьшаются в случае регистрации двумя спутниками по сравнению с регистрацией одним спутником также значительно: при самых малых энергиях на 60%, при средних – на 10%, а при высоких – на 30%.

Рассмотрим теперь более сложную задачу для произвольных углов φ , точность решения которой уменьшается с ростом угла φ . В этом случае задача расщепляется на два блока: сначала решается некорректная задача определения по измеренной задержке согласно уравнению (4) двух углов θ_{s1} и φ , находимых по рецепту работы [7] как средних по ансамблю кандидатов с наименьшими невязками. При этом определяется и азимут события по отношению к плоскости орбиты (с точностью до среднего квадратического отклонения), чего не было в случае одного спутника. Правда, остаётся двузначность: первую полушарность $180^\circ > \varphi > 0^\circ$ нельзя отделить от второй полушарности $360^\circ > \varphi > 180^\circ$ в том смысле, что одной задержке соответствует либо событие в первой, либо симметричное событие во второй полушарности. Обратная задача решается как и для случая $\varphi = 0$, но с иной, более сложной зависимостью угла θ_{s2} от θ_{s1} с добавочной зависимостью от азимута φ . При этом максимально возможная задержка (920 мкс согласно расчёту) соответствует случаю $\varphi = 0^\circ$ и максимальной точности решения обратной задачи. Далее были рассмотрены задачи для средних задержек 600 мкс и малых – 75 мкс и результаты сравнены с результатами для максимальных задержек 920 мкс ($\varphi = 0^\circ$), представленными на рис. 2, рис. 3. Кроме того, усложняется процедура калибровки по сравнению с работой [7] из-за того, что задание калибровочного события для одного спутника не фиксирует однозначно угол θ_{s2} для второго спутника, который необходимо знать для нахождения амплитуды сигнала, регистрируемого вторым спутником. Это также приводит к дополнительным ошибкам.

Мы не будем приводить подробные результаты в виде рисунков типа рис. 2, рис. 3 за неимением места, а приведём лишь некоторые цифры. Так, для средних и малых задержек решение уравнения (4) даёт средние значения углов φ и θ_{s1} , θ_{s2} и соответственно статистические ошибки, которые приводят к уменьшению точности определения энергии первичной частицы. Так, решение обратной задачи для задержки 600 мкс показывает, что статистические ошибки реконструкции энергии увеличиваются по сравнению

с минимальными при $\varphi = 0^\circ$ приблизительно на 12% для энергии $3 \cdot 10^{20}$ эВ, 13% – для $5 \cdot 10^{20}$ эВ, 15.5% – для $7 \cdot 10^{20}$ эВ, 16.5% – для $9 \cdot 10^{20}$ эВ. Для задержки 75 мкс – соответственно на 11%, 13%, 14.5% и 16.5%. Приведенные цифры уменьшения точностей для статистических ошибок определения энергии частицы учитывают статистические ошибки для углов θ_{s1} и φ , получающиеся при решении уравнения (4). Таким образом, полученные результаты дают небольшое снижение точности реконструкции энергии первичной частицы.

Что касается событий, регистрируемых только одним из спутников, то как показывает анализ прямой задачи расчёта амплитуды сигнала, с удовлетворительной точностью (около 3°) угол θ_s можно считать известным. Тогда неизвестных параметров, характеризующих событие, становится три вместо четырёх, что несколько увеличивает точность реконструкции параметров таких событий по сравнению со случаем эксперимента с одним спутником.

Таким образом, использование двух спутников позволяет существенно увеличить точность реконструкции энергии первичной частицы. При больших и малых измеренных задержках (более 600 мкс и менее 150 мкс) эта точность приблизительно в 1.5 раза выше, чем в случае эксперимента с одним спутником, а при средних задержках (600 мкс – 150 мкс) увеличение точности на 10% меньше. Важно, что определение азимута прихода сигнала в случае регистрации двумя спутниками позволяет с некоторой точностью определять направление на источник частиц с точностью до полусферы по отношению к горизонтальной плоскости, проходящей через оба спутника. Поэтому возможность получения новой информации является серьёзным аргументом в пользу реализации эксперимента с двумя спутниками, хотя такое усложнение требует увеличения стоимости такого более сложного эксперимента. Правда, мы не рассматривали некоторое ухудшение точности, связанное с эволюцией орбит спутников, когда в течение 2 лет может потребоваться 1–2 коррекции орбиты одного из спутников.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] V. A. Tsarev, J. Rad. Phys. Chem. **75**, 805 (2006).
- [2] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, К. М. Пичхадзе и др., Космические исследования **44**(1), 22 (2006).
- [3] V. A. Chechin, E. L. Feinberg, G. A. Gusev, et al., *Proc. of the Intern. ARENA Workshop* ed. R. Nahnauer and S. Boser (*DESY, Zeuthen, Germany, 2005*), p. 232.

- [4] N. G. Lehtinen, P. W. Gorham, A. R. Jacobson, et al., Phys. Rev. D **69**, 013008 (2004).
- [5] Y. Takahashi et al., New J. Phys. **11**, 065009 (2009).
- [6] P. W. Gorham et al., Phys. Rev. D **82**, 022004 (2010).
- [7] Г. А. Гусев, Чжо Маунг, Краткие сообщения по физике ФИАН **42**(6), 37 (2015).
- [8] Г. А. Гусев, Чжо Маунг, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(4), 37 (2014).
- [9] A. Letessier-Selvon, Braz. J. Phys. **44**(5), 560 (2014).

Поступила в редакцию 14 января 2016 г.