УДК 621.373.8

ВОЗБУЖДЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН ДЕФОРМАЦИИ В ОБЛУЧАЕМЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Ф. Мирзоев, Л. А. Шелепин

Развита модель распространения нелинейных продольных волн в облучаемом лазерными импульсами твердом теле с квадратичной нелинейностью упругого континуума с учетом взаимодействия полей деформации и концентрации точечных дефектов. Показана возможность возникновения упругой нелинейной ударной волны деформации в системе и изучена ее структура. Получена оценка ширины и скорости движения фронта ударной волны.

Исследование процессов возникновения и распространение нелинейных волн деформации при импульсных лазерно-лучевых воздействиях на твердые тела представляет заметный интерес и этому явлению посвящены многочисленные теоретические и экспериментальные работы [1 – 5]. При рассмотрении эволюции упругих нелинейных волн в кристалле, обычно в качестве нелинейности рассматривается отклонение упругих свойств решетки от закона Гука [1]. В облучаемых твердых телах значительную роль могут играть термически индуцированные точечные дефекты (вакансии, межузлии), генерирующиеся в решетке в процессе внешних воздействий и создающие заметную деформацию среды. Нелинейности, связанные с дефектно-деформационным взаимодействием, могут оказывать существенное влияние на динамику распространения упругих нелинейных возмущений в твердых телах и приводить к возникновению качественно новых физических эффектов. Так обусловленные дефектами нелинейности могут приводить к перенормировке как линейных, так и нелинейных модулей упругости решетки. Наличие в среде точечных дефектов с конечным временем рекомбинации может вызывать появление диссипативных слагаемых, отсутствующих в обычных уравнениях для упругих нелинейных волн. На динамику волн заметное влияние может оказывать дисперсия, обусловленная конечностью периода кристаллической решетки [6] или толщиной образца [7], а также дисперсия, связанная с неравновесными дефектами. Распространение волны деформации в таких системах может происходить в виде ударных волн. О наблюдении возникновения ударного фронта акустической волны в диэлектриках при воздействии на них лазерных импульсов длительностью 0.15 *мкс* и энергией до 5 *Дж* сообщается в [8]. Распространение упругих волн в конденсированной среде, искажения их формы и скорости, потери энергии несут информацию о дефектной структуре и т.д., что необходимо для диагностики различных параметров и структуры твердых тел.

В настоящей работе исследована возможность существования ударных волн при распространении волны продольной деформации, в среде с квадратичной нелинейностью упругого континуума с учетом генерации точечных дефектов под влиянием импульсных лазерных воздействий. Показано, что учет генерационно-рекомбинационных процессов в подсистеме дефектов может приводить к диссипативным эффектам, и как следствие, к появлению упругих ударных волн.

Рассмотрим изотропное твердое тело, в котором под воздействием лазерного облучения образуются точечные дефекты. Пусть $n_j(x,t)$ – объемная концентрация дефектов ($j = V$ – для вакансий, $j = I$ – для межузлий). При прохождении продольных волновых возмущений деформации, в областях растяжения и сжатия изменяется энергия активации образования дефектов, что приводит к их пространственному перераспределению [9]. Дефекты могут мигрировать по кристаллу, рекомбинировать на различных центрах (дислокациях, примесях внедрения и т.д.). В рамках перечисленных допущений, нелинейное динамическое уравнение, описывающее распространение продольной волны деформации в кристалле с учетом генерации дефектов (в одномерном случае) можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\beta_N}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial x} - g \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\frac{K \Omega_j}{\rho} \frac{\partial n_j}{\partial x}. \tag{1}$$

Здесь $u(x,t)$ – продольное смещение среды, $c_s = ((3K + 4\mu)/3\rho)^{1/2}$ – скорость продольных волн в кристалле; K и μ – модули всестороннего сжатия и сдвига (линейные модули упругости); ρ – плотность среды. Параметр g характеризует пространственную дисперсию модулей упругости [10]; Ω_j – дилатационный параметр, характеризующий изменение объема кристалла при образовании в нем одного точечного дефекта (для $j = V - \Omega_j < 0$, для $j = I - \Omega_j > 0$); β_N – коэффициент нелинейности. Для большинства твердых тел (металлов, многих полимеров) $\beta_N < 0$. Ограничиваясь в дальнейшем плавными возмущениями деформации, в уравнении (1) мы учли вклады в пространственную дисперсию модулей упругости в первом неисчезающем приближении.

Уравнение (1) необходимо замкнуть уравнением для плотности дефектов. Если принять, что основными процессами, контролирующими поведение во времени плотности дефектов являются процессы генерации, диффузии и рекомбинации, то для n_j можно записать уравнение:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} = q_0 + q_\epsilon \frac{\partial u}{\partial x} + D_j \frac{\partial^2 n_j}{\partial x^2} - \beta_j n_j, \tag{2}$$

где q_0 – темп генерации дефектов в отсутствие деформации, второе слагаемое в правой части (2) учитывает деформационную добавку в генерацию ($\epsilon = \partial u/\partial x$ – деформация среды); третье слагаемое – диффузию дефектов, четвертое – потери дефектов за счет рекомбинации ($\beta_j = 1/\tau_j = \rho_j D_j$ – скорость рекомбинации на стоках; ρ_j – плотность стоков, D_j – коэффициент диффузии дефекта типа j, τ_j – время релаксации). При тепловом механизме генерации дефектов $q_\epsilon = q_0(K\Omega_j/kT)$.

Уравнения (1) и (2) образуют замкнутую систему. Она полностью описывает распространение одномерных возмущений деформации твердого тела, возникающих от нестационарных и неоднородных распределений подсистемы точечных дефектов, а также обратный эффект – изменение концентрационного поля дефектов в твердом теле, обусловленное возмущениями упругих деформаций.

Для автомодельных решений вида $u = u(\xi)$, $n_j = n_j(\xi)$, где $\xi = x - vt$, описывающих стационарные нелинейные продольные волны деформации и концентрации дефектов, распространяющиеся со скоростью v вдоль оси x, система уравнений (1) и (2) переходит в следующую систему уравнений

$$(v^2 - c_s^2)\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{\beta_N}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\frac{\partial u}{\partial \xi} - g\frac{\partial^4 u}{\partial \xi^4} = -\frac{K\Omega_j}{\rho}\frac{\partial n_j}{\partial \xi}, \tag{3}$$

$$-v\frac{dn_j}{d\xi} - D\frac{d^2 n_j}{d\xi^2} + \frac{n_j}{\tau_j} = q_0 + q_\epsilon \frac{du}{d\xi}. \tag{4}$$

Граничные условия к уравнениям (3) и (4) примем в виде:

$$u(-\infty) = \epsilon_0,\ u(+\infty) = 0,\ n_j(\pm\infty) = 0. \tag{5}$$

Граничные условия (5), означают, что распространяющиеся в среде волновые возмущения переводят рассматриваемую систему из состояния с нулевой деформацией в состояние с постоянным значением деформации (ϵ_0). В дальнейшем ограничимся системой с одним типом дефектов и положим в (3) – (5) $n_j(\xi) \equiv n(\xi), \tau_j \equiv \tau, \Omega_j \equiv \Omega$.

Решение уравнения (4) с учетом граничного условия (5) имеет вид

$$n(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\xi' q(\xi') S(\xi - \xi'), \tag{6}$$

$$S(\xi - \xi') = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{\exp[ik(\xi - \xi')]}{-ikv + Dk^2 + \tau^{-1}}, \; q(\xi) = q_0 + q_\epsilon \partial u / \partial \xi.$$

Исключив из (3) концентрацию дефектов с помощью (6), получаем уравнение, описывающее распространение нелинейной волны деформации в виде

$$(v^2 - c_s^2)\frac{d^2u}{d\xi^2} - \frac{\beta_N}{\rho}\frac{d^2u}{d\xi^2}\frac{du}{d\xi} - g\frac{d^4u}{d\xi^4} + \frac{K\Omega}{\rho}\frac{d}{d\xi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} S(\xi - \xi')q(\xi')d\xi' = 0. \tag{7}$$

Точный анализ уравнения (7), при произвольных значениях входящих в него параметров, не представляется возможным. Ниже рассматривается анализ этого уравнения при малых по сравнению с периодом волновых возмущений t_0 временах релаксации дефектов ($\tau \ll t_0$). В этом случае интегральный член в (7) можно заменить дифференциальным. Для этого функцию $q(\xi - z)$ разложим в ряд Тейлора в окрестности ξ. Ограничиваясь в этом разложении первыми тремя слагаемыми, имеем

$$(v^2 - \tilde{c}_s^2)\frac{d^2u}{d\xi^2} - \frac{\beta_N}{\rho}\frac{d^2u}{d\xi^2}\frac{du}{d\xi} + \frac{K\Omega q_\epsilon \tau^2 v}{\rho}\frac{d^3u}{d\xi^3} - \left(g - q_\epsilon \frac{K\Omega\tau^2}{\rho}(\tau v^2 + D)\right)\frac{d^4u}{d\xi^4} = 0, \tag{8}$$

где $\tilde{c}_s = c_s(1 - K\Omega_j q_\epsilon \tau / \rho c_s^2)^{1/2}$ – скорость звука, перенормированная за счет дефектно-деформационного взаимодействия.

В уравнени (8) появление слагаемого с третьей производной от смещения (ответственного за диссипацию энергии волны), очевидно, связано с генерационно-рекомбинационными процессами. Кроме того, конечность скорости рекомбинации дефектов (τ^{-1}), дает дополнительный вклад в дисперсионный параметр g, что может сказаться на характеристиках нелинейных волн.

После однократного интегрирования по ξ и использования граничных условий $du/d\xi|_{\xi\to\pm\infty} = 0$), получаем уравнение, совпадающее с первым интегралом стационарного уравнения Кортевега-де Вриза–Бюргерса [11]

$$\tilde{g}\frac{d^2\epsilon}{dx^2} - \delta\frac{d\epsilon}{dx} + (\beta_N/\rho)\epsilon^2 - \alpha\epsilon = 0, \tag{9}$$

$$\alpha = v^2 - \tilde{c}_s^2, \; \tilde{g} = g - K\Omega_j q_\epsilon \rho^{-1}\tau^2(\tau v^2 + D),$$

$$\delta = K\Omega_j q_\epsilon \tau^2 v \rho^{-1}.$$

Уравнение (9) с граничными условиями

$$\epsilon(-\infty) = \epsilon_0, \ \epsilon(+\infty) = 0 \tag{10}$$

допускает аналитическое решение в виде ударных волн. Зависимость скорости волны v от ее амплитуды ϵ_0 определяется формулой

$$v^2 = \tilde{c}_s^2 + \epsilon_0 \beta_N. \tag{11}$$

Из анализа асимптотического поведения волны следует, что решение, удовлетворяющее граничным условиям (10), существует, если скорость волны $v > \tilde{c}_s$. Тогда, при $\beta_N > 0$, согласно (11), возбуждаемая волна будет волной растяжения ($\epsilon_0 > 0$), а при $\beta_N < 0$ – волной сжатия ($\epsilon_0 < 0$).

Структура ударной волны характеризуется величиной параметра диссипации (δ) в уравнении (9). Если $\delta > \delta_*$ волна имеет монотонный профиль, если же $\delta < \delta_*$ – осцилляционный [11]. Критическое значение параметра диссипации (δ_*) определяется формулой $\delta_* = \sqrt{4\alpha|\tilde{g}|}$. С учетом (11), это равенство можно записать в виде $\epsilon_0 = \epsilon_c$, где критическое значение амплитуды

$$\epsilon_c = \frac{(K\Omega q_\epsilon v \tau^2)^2}{|\beta_N||g\rho - K\Omega q_\epsilon \tau^2(\tau v^2 + D)|}.$$

При значениях параметров (характерных для вакансий) $K = 5 \cdot 10^{11}$ *дин/см*, $q_0\tau = 10^{19}$ *см*$^{-3}$, $\beta_N = 10^{12}$ *дин/см*, $\rho = 8$ *г/см*^{3}, $|\Omega| = 10^{-23}$ *см*^{3} получаем $\epsilon_c = 4 \cdot 10^{-2}$. Таким образом, при $|\epsilon_0| > \epsilon_c$ ударная волна будет иметь осцилляционную структуру, а при $|\epsilon_0| < \epsilon_c$ – монотонную.

Пространственный масштаб изменения решения уравнения (9), определяет ширину ударной волны L [11]. Оценка дает

$$L = \frac{(4|\tilde{g}|/\delta)\sqrt{\epsilon_c + \epsilon_0}}{\sqrt{\epsilon_c + \epsilon_0} - \sqrt{\epsilon_c}}. \tag{12}$$

Период осцилляции d находится из решения уравнения (9), линеаризованного в окрестности однородного решения $\epsilon = 2\alpha\rho/\beta_N$. В результате получаем

$$d = d_0 \sqrt{\frac{\epsilon_c}{|\epsilon_0| - \epsilon_c}}, \ d_0 = 4\pi\tilde{g}/\delta. \tag{13}$$

Согласно (13), период осцилляции с ростом амплитуды волны ϵ_0 уменьшается и в пределе $\epsilon_0 \gg \epsilon_*$ принимает значение, равное $d \approx 4\pi|\tilde{g}|^{3/2}\sqrt{2\beta_N/\rho|\epsilon_0|}$.

В твердых телах с отрицательной дисперсией ($\tilde{g} > 0$) осцилляции будут возникать перед фронтом волны, а с положительной дисперсией ($\tilde{g} < 0$) – за ним.

Так как параметры L и d осцилляционных ударных волн определяются величиной параметра $\tilde{g}$, то для появления этих волн необходимо наличие дисперсии в системе. Монотонные же ударные волны могут существовать и в системах без дисперсии.

Обсудим теперь вклад дефектов в дисперсионное слагаемое в уравнении (9). Поправка за счет неравновесных дефектов к дисперсионному параметру g важна, если $K\Omega q_\epsilon \tau^2(v^2\tau + D)\rho^{-1} > g$. Отсюда находим ограничение на концентрацию дефектов: $q_0\tau > kT(\rho a/K\Omega\tau)^2$ (a – постоянная решетки). Это условие может выполняться для достаточно больших концентраций дефектов $q_0\tau \geq 10^{19}$ *см*$^{-3}$, характерных для мощных импульсных лазерных воздействий на твердые тела. Однако если упругие линейные модули решетки и дилатационный объем дефектов и время их релаксации велики, то поправки за счет дефектов могут быть существенными и при меньших значениях их концентраций.

В другом предельном случае $\tau \gg t_0$, путем интегрирования по частям, интегральное слагаемое в (7) представляем в виде разложения по степеням τ^{-1}. Ограничиваясь главными членами в этом разложении, приходим к уравнению

$$(v^2 - \tilde{c}_s^2)\frac{d^2u}{d\xi^2} - \frac{\beta_N}{\rho}\frac{d^2u}{d\xi^2}\frac{du}{d\xi} - g\frac{d^4u}{d\xi^4} = \frac{K\Omega q_\epsilon}{\rho v}\frac{du}{d\xi} + \frac{K\Omega q_\epsilon}{\rho v^2 \tau}u. \qquad (14)$$

Здесь $\tilde{c}_s^2 = c_s^2 - q_\epsilon \frac{K\Omega D}{\rho v^2}$.

В правой части этого уравнения первое слагаемое отвечает за затухание нелинейной волны, а второе – за ее усиление. В этом случае ударные волны в среде не образуются, а возмущения деформации распространяются в виде уединенных волн (солитонов) или последовательности солитонов (движущихся периодических структур). Наличие генерационно-релаксационных процессов в подсистеме дефектов при этом приводит к перенормировке скорости распространяющейся волны деформации, а дисперсионные свойства среды не меняются. Подробный анализ решения этого уравнения был проведен в работе [7].

Таким образом, в твердом теле, находящемся под воздействием лазерных импульсов, приводящих к генерации точечных дефектов, распространение волны деформации может происходить в виде ударных волн. Ударные волны могут иметь как осцилляционный профиль, так и монотонный. Существование таких волн определяется диссипативными процессами генерации и рекомбинации дефектов, дисперсией среды, а также упругими свойствами решетки и подсистемы дефектов. Получены модельные уравнения, описывающие распространение нелинейных продольных волн в упругой среде с учетом взаимодействия полей деформации и концентрации дефектов. Приведены оценки вкладов в линейные модули упругости и пространственную дисперсию, обусловленных конечным временем рекомбинации дефектов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К. Нелинейные волны деформаций. М., Наука, 1981, с. 245.

[2] Самсонов А. М., Дрейден Г. В., Порубов А. В., Семенова И. В. Письма в ЖТФ, **22**, N 21, 61 (1996).

[3] Дрейден Г. В., Островский Ю. И., Самсонов А. М. ЖТФ, **58**, N 10, 2040 (1988).

[4] Тода М. Springer Series in Solid State Sciences. **20**. Theory of nonlinear lattices, Springer, Berlin, 1981.

[5] Лямшев Л. М. УФН, **135**, N 3, 637 (1981).

[6] Косевич А. М. Основы механики кристаллической решетки. М., Наука, 1972, с. 280.

[7] Мирзоев Ф., Шелепин Л. А. ЖТФ, **71**, N 8, 23 (2001).

[8] Карабутов А. А., Платоненко В. Т., Руденко О. В., Чупрына В. А. Вестник МГУ. Сер. физ., **25**, N 3, 88 (1984).

[9] Мирзоев Ф., Панченко В. Я., Шелепин Л. А. УФН, **166**, N 1, 3 (1996).

[10] Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М., Наука, 1980, с. 350.

[11] Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., Наука, 1973, с. 176.

Поступила в редакцию 24 сентября 2001 г.