

О СВОЙСТВАХ ОКОН ПРОЗРАЧНОСТИ ВБЛИЗИ КРАЯ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ ОДНОМЕРНОГО ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА

А. А. Крайский, А. В. Крайский

В общем случае ограниченного одномерного фотонного кристалла (ФК) с помощью теории возмущений исследованы свойства окон прозрачности вблизи запрещенной зоны, в которых происходит сильное увеличение амплитуды поля. Получены выражения для зависимостей коэффициента максимального усиления амплитуды поля, положения и ширины окон прозрачности от толщины кристалла H и номера окна n , при этом не требуется знания конкретных видов полей. Получены выражения для поля в кристалле и интенсивностей отраженного и проходящего света, которые определяются полями при квазимпульсе q_0 , соответствующем границе зоны.

Ключевые слова: фотонные кристаллы, поле вблизи запрещенной зоны, окно прозрачности фотонного кристалла, усиление поля.

1. Исследованиям распространения света в среде с периодическими оптическими характеристиками посвящено много работ. Здесь рассмотрены “одномерные” среды в виде плоскопараллельного слоя, ограниченного только в одном измерении, по которому оптические параметры изменяются периодически. Плоская волна падает на слой нормально. Известно, что при малых значениях переменной части показателя преломления и не слишком толстом слое имеется резонансная длина волны, для которой коэффициент отражения максимален (хотя и может быть заметно меньше 1). При достаточно толстом кристалле в окрестности этой длины волны возникает запрещенная зона (ЗЗ), внутри которой при отсутствии потерь излучение полностью отражается [1]. Для иллюстрации полученный нами спектр пропускания такой среды приведен на рис. 1 (см., напр., [2]). Вблизи ЗЗ видны известные окна прозрачности с пропусканием 100% в максимумах.

В этих окнах внутри кристалла амплитуда поля может значительно увеличиваться [2–11]. Впервые это явление было теоретически показано в [3] для слоистой периодической среды с прямоугольной модуляцией профиля показателя преломления (получены выражения для поля в среде). Позже в [5] методом связанных волн было исследовано поле в среде. Затем в [4] матричным методом исследовалось прохождение света через повторяющийся N раз слой вещества и найдена зависимость коэффициента пропускания такой среды и плотности состояний от числа слоев и от коэффициента пропускания одного слоя. Однако при таком подходе необходим расчет пропускания одного слоя при каждом значении частоты падающего света. Затем в работах [6–8] методом связанных волн был рассмотрен эффект усиления поля вблизи ЗЗ при исследовании генерации 2-ой гармоники. В [6] для среды с малым возмущением $\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon(\omega) + 2\Delta\varepsilon(\omega) \cos(2\pi x/d)$, гармоническим по z , было найдено выражение для поля, коэффициента прохождения и отражения от среды; максимальное поле пропорционально числу слоев и вариации диэлектрической проницаемости (ДП) среды. В [7] найдена ширина первого резонанса в среде с резкими границами слоев. Заметим, что подход [6–8], как и отмечено в [6], верен лишь при малых вариациях ДП ($\Delta\varepsilon$) среды. При $\Delta\varepsilon/\varepsilon > 0.1$, как показывает сравнение с непосредственным расчетом, ошибки слишком велики. Также возможен подход к поставленной задаче при помощи функций Грина [9]. Однако во всех приведенных работах исследовались лишь ближайшие к ЗЗ резонансы – лишь в [10] упомянуто, что добротность резонанса убывает с ростом его номера (считая от ЗЗ). В [11] приведены выражения для поля в ФК, показана пропорциональность максимума поля числу слоев, обратная пропорциональность ширины первого резонанса кубу числа слоев, зависимость положения резонанса от его номера и толщины ФК; однако часть этих зависимостей (напр., связь ширины первого резонанса и числа слоев) дается без вывода или ссылки на него. Есть много работ, где численно обчисляется этот эффект (напр., [12–14]). В них применяется метод связанных волн, матричный метод, также применялся метод конечных элементов. В подавляющем большинстве опубликованных работ эффект усиления поля вблизи ЗЗ рассматривается в связи с другими (обычно нелинейными) эффектами.

Тем не менее, рассматриваемая проблема не может считаться полностью охваченной. Из результатов [4] можно извлечь некоторые особенности резонансов. Но такой подход требует для каждой частоты вычисления коэффициента пропускания одного периода, что не дает полного представления о поведении поля в ФК и неудобно для практического использования. Кроме того, метод неприменим для двух- и трехмерных

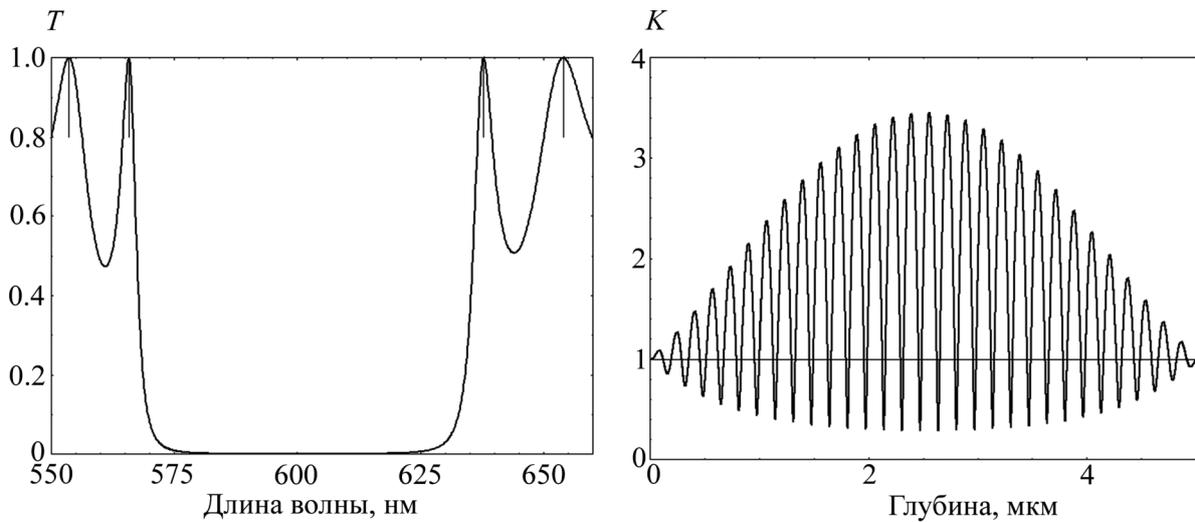


Рис. 1: Спектр пропускания ФК (слева) и зависимость амплитуды поля от глубины слоя (справа) (численный расчет). Толщина слоя 5.028 мкм, гармонический показатель преломления со средним значением 1.79 и относительной амплитудой переменной части показателя преломления – 0.1, резонансная длина волны 600 нм (период 167.6 нм). Положение максимумов окон прозрачности – вертикальные линии. Горизонтальная линия на графике справа – амплитуда падающего поля ($\lambda = 533.57$ нм).

структур; и авторы [4], исходя из своего подхода, утверждают, что эффект имеет принципиально одномерный характер. Метод связанных волн [5–8] также имеет одномерный характер, и неприменим при значительных вариациях ДП – при $\Delta\epsilon/\epsilon > 0.1$, как показывает сравнение с непосредственным расчетом, ошибки становятся слишком велики. В [10] исследовались не одномерные ФК (т.е. не слоисто-периодические структуры), а планарные волноводы с модулированным показателем преломления. Т.о. это явление носит для периодических структур общий характер. Свойство усиления применяется в нелинейной оптике, при наблюдении процессов фотолюминесценции, спонтанного и вынужденного комбинационного рассеяния [8, 16-22].

Уже после подачи настоящей работы в редакцию появилась работа [23], освещающая ряд свойств окон прозрачности. В ней авторы также применяют матричный метод, но рассматривают только прямоугольный профиль периода.

Целью настоящей работы является следующее. В рамках теории возмущений для среды без потерь получить аналитические выражения, описывающие распространение светового поля с частотами, лежащими вблизи запрещенной зоны ограниченного одномерного ФК большой толщины общего вида без конкретизации поведения ДП на

периоде. Получить аналитические выражения, описывающие свойства окон прозрачности, имеющихсЯ возле ЗЗ, зависимости коэффициента усиления поля внутри фотонного кристалла, положение окон прозрачности, их ширины от числа периодических слоев ФК, номера окна.

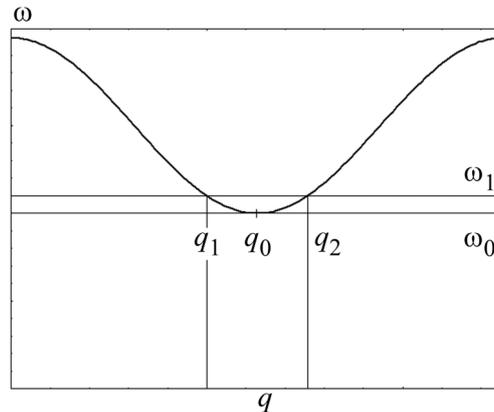


Рис. 2: Зависимость частоты ВБ от квазиимпульса.

2. Исходя из вышеизложенного, мы предлагаем другой подход к задаче нахождения поля в ФК вблизи ЗЗ. При нормальном падении на кристалл толщиной H световой волны с частотой ω_1 поле в нем будет даваться суммой двух волн Блоха (ВБ) (мы будем рассматривать изотропные среды, решение будет двукратно вырождено по поляризации, и сказанное будет иметь отношение к каждой поляризации в отдельности) с квазиимпульсами q_1 и q_2 ($\omega(q_1) = \omega(q_2) = \omega_1$). При достаточно толстом кристалле отстройка $\Delta q = q_0 - q_{1,2}$, соответствующая окнам прозрачности вблизи ЗЗ, будет мала ($\sim 1/H$) (см. напр., [10]), и соответствующие члены уравнения распространения света (1) можно считать малыми поправками. Тогда при помощи теории возмущений (аналогично [24]) можно выразить поле в близкой окрестности края ЗЗ ($\omega_0; q_0$) через решения в точке $q_0 - u_{q_0}^{(j)}(\vec{x})$. Так будет получено решение задачи через неизвестный (при необходимости находимый в каждом конкретном случае) набор собственных функций $u_{q_0}^{(j)}(\vec{x})$, соответствующий границе зоны. Конечно, значения ω_0 и q_0 (рис. 2) и соответствующий им один набор собственных функций ВБ $u_{q_0}^{(j)}(\vec{x})$ зависят от параметров структуры (период, толщина слоя и конкретный вид $\varepsilon(x)$), но можно определить вид зависимостей основных параметров окон прозрачности и коэффициента увеличения амплитуды поля для слоя от толщины слоя и номера окна, не конкретизируя профиль ДП на периоде и не находя собственные функции. При этом в отличие от [6–8] решение будет достаточно точным и при больших вариациях ДП (поскольку ошибка связана лишь с конечным

размером ФК, и с увеличением размера может быть пренебрежимо малой). Отличие от [4] заключается в том, что не надо искать коэффициенты пропускания $t(\omega)$ для многих ω – достаточно одного набора функций $u_{q_0}^{(j)}(\vec{x})$. Также, видимо, такой подход может быть расширен на двух- и трехмерные структуры.

3. В случае периодической ДП поле в неограниченном одномерном ФК имеет вид: $u(x) = \exp(iqx)\psi_q(x)$, где $\psi_q(x+a) = \psi_q(x)$. Уравнение же для него можно записать как:

$$H_0\psi_{q_0-\Delta q}(x) + V(x)\psi_{q_0-\Delta q}(x) = \tilde{E}\psi_{q_0-\Delta q}(x), \quad (1)$$

где $\tilde{E} = \omega^2/c^2$, ω – частота, $\varepsilon(x)$ – ДП,

$$H_0 = \frac{1}{\varepsilon(x)} \left[q_0 - i \frac{\partial}{\partial x} \right]^2; \quad V(x) = -\Delta q V_1(x) + (\Delta q)^2 V_2(x);$$

$$V_1(x) = \frac{2}{\varepsilon(x)} \left[q_0 - i \frac{\partial}{\partial x} \right]; \quad V_2(x) = \frac{1}{\varepsilon(x)}.$$

Величина V_1 будет порядка q_0 , соответственно V будет порядка $\Delta q q_0$; и условие $|V_{mn}| \ll |\tilde{E}_n^{(0)}(q_0) - \tilde{E}_m^{(0)}(q_0)|$ означает $\Delta q \ll \Delta\omega_{33}/c$, $\Delta\omega_{33}$ – ширина запрещенной зоны (т.к. $q_0 \cdot c$ является величиной порядка ω_0). Величины Δq , соответствующие резонансам, будут порядка H^{-1} (см., напр., [10]), следовательно, при $H \gg c/\Delta\omega_{33}$ можем использовать это приближение. Пусть на кристалл конечной толщины падает волна $e_0 = E \exp(-i\omega_1 t + ik_1 x)$. Тогда поле будет складываться из двух ВБ $u_{q_0-\Delta q}$ и $u_{q_0+\Delta q}(\omega(q_0 \pm \Delta q) = \omega_1)$; $E(x) = Au_{q_0-\Delta q}(x) + Bu_{q_0+\Delta q}(x)$. Слева от слоя поле представлено волнами e_0 и $e_{\text{ref}} = E_1 \exp(-i\omega_1 t - ik_1 x)$ (падающей и отраженной). Справа от кристалла имеется прошедшая волна $e_{\text{tr}} = E_2 \exp(-i\omega_1 t + ik_1 x)$. Поле выписываем с точностью до членов первого порядка малости по Δq :

$$\psi_{q_0 \pm \Delta q}^{(i)}(x) = \psi_{q_0}^{(i)} \pm \Delta q \sum_{j \neq 1} \frac{\langle \psi_{q_0}^{(j)} | V_1(x) | \psi_{q_0}^{(i)} \rangle}{\tilde{E}_i(q_0) - \tilde{E}_j(q_0)} \psi_{q_0}^{(j)} + O((\Delta q)^2), \quad (2)$$

где i, j – номера зон ФК.

Сшиваем поля на границах: $E + E_1 = E(0)$, $ik_1[E - E_1] = E'(0)$; $E_2 = E(H)$, $ik_1 E_2 = E'(H)$. Считая число периодов целым и выполняя преобразования, находим:

$$E_1 = (1/Z)i \sin(\Delta q H) [(u_0 + (i/k_1)u'_0)^2 + O((\Delta q)^2)] (\text{амплитуда отраженного поля}), \quad (3)$$

где $u_0(x) \equiv u_{q_0}(x) = \exp(iq_0 x)\psi_{q_0}^{(i)}$ – решения на краю ЗЗ, $u_0 \equiv u_0(0)$, $u'_0 \equiv u'_0(0)$,

$$Z = i \sin(\Delta q H) [u_0^2 + (u'_0/k_1)^2 + O((\Delta q)^2)] - 2(\Delta q/k_1) \times \quad (4)$$

$$\times \cos(\Delta q H) [u_0^2 + (i/k_1)(u_0' M_0 - u_0 M_0') + O((\Delta q)^2)],$$

$$M_0(x) = \sum_{j \neq i} k_1 \frac{\langle \psi_{q_0}^{(j)} | V_1 | \psi_{q_0}^{(i)} \rangle}{\tilde{E}_i(q_0) - \tilde{E}_j(q_0)} u_{q_0}^{(j)}(x), \quad M_0 = M_0(0) \quad (5)$$

(мы рассматриваем границу i -ой зоны (ω_0, q_0)),

$E_2 = -2(E/Z) \exp(iq_0 H) (\Delta q/k_1) \cos(\Delta q H) [u_0^2 + (i/k_1)(u_0' M_0 - u_0 M_0') + O((\Delta q)^2)]$ (ампл. прошедшего поля),

$$E(x) = (E/Z) \{ 2i \sin(\Delta q(H-x)) [(u_0 + (i/k_1)u_0')u_0(x) + O((\Delta q)^2)] - 2(\Delta q/k_1) \times \quad (6)$$

$$\times \cos(\Delta q(H-x)) [u_0 u_0(x) + (i/k_1)(u_0' M_0(x) - u_0(x) M_0'(0)) + u_0 M_0(x) - u_0(x) M_0(0) + O((\Delta q)^2)] \}.$$

Из (6) видим, что при $\Delta q H \approx \pi n$ (n – номер окна прозрачности) $\sin(\Delta q H) \approx 0$ и $Z \sim \Delta q$, т.е. становится очень малой величиной, и первое слагаемое в (6) дает большую величину поля вблизи центра кристалла, где $\Delta q \cdot x_{\max} \approx \pi(n + 1/2)$, т.е. происходит сильное усиление в толще кристалла, как и в [6, 10, 23]. При этом падает отражение ($E_1 = 0$), и пропускание стремится к 1 ($E_2 = 1$). Т.о. возникают “окна прозрачности” вблизи края ЗЗ, в которых поле внутри кристалла сильно возрастает:

$$E_{\max} = (|E|/|Z|) 2 |u_0(0) + (i/k_1)u_0'(0)| |u_0(x)|_{\max}. \quad (7)$$

Для поля в максимуме окна прозрачности с номером n

$$E_{\max}^n \approx |E| \frac{H k_1}{\pi n} \frac{|u_0(0) + (i/k_1)u_0'(0)| |u_0(x)|_{\max}}{|u_0^2(0) + (i/k_1)(u_0' M_0(0) - u_0 M_0'(0))|}. \quad (8)$$

Т.о. максимальное значение поля возрастает пропорционально толщине кристалла (аналогично [6]) и падает обратно пропорционально номеру окна. Обсуждаемые пропорциональности не зависят от конкретного вида периода ФК (т.е. вида зависимости $\varepsilon(x)$).

4. Рассмотрим дисперсионную кривую вблизи края зоны. Из (2) найдем поправки для $\tilde{E} = \omega^2/c^2$ до 2-го порядка малости по Δq . Член первого порядка малости по $\Delta q - \Delta q \langle \psi_{q_0}^{(i)} | V_1(x) | \psi_{q_0}^{(i)} \rangle$ обращается в 0, что есть условие на край зоны. Для частот вблизи края зоны в рассматриваемом приближении дисперсионная кривая представима в виде:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + a_i (\Delta q)^2, \quad a_i = \sum_{j \neq i} \frac{|\langle \psi_{q_0}^{(j)} | V_1(x) | \psi_{q_0}^{(i)} \rangle|^2}{\tilde{E}_i(q_0) - \tilde{E}_j(q_0)} + \left\langle \psi_{q_0}^{(i)} \left| \frac{1}{\varepsilon(x)} \right| \psi_{q_0}^{(i)} \right\rangle. \quad (9)$$

Положение окна прозрачности определяется выражением

$$\omega = \omega_0 + \frac{1}{2} \frac{c^2}{\omega_0} a_i \left(\frac{\pi n}{H} \right)^2. \quad (10)$$

Найдем ширину этих окон прозрачности. Она практически совпадает с шириной резонанса в зависимости E_{\max} от частоты ω падающей волны (7). Пусть dq – небольшая отстройка по $q(\omega)$ (при соответствующей отстройке по ω) от значения q , где поле максимально. Как будет видно далее эта отстройка много меньше $\Delta q = \pi n/H$, т.е. $dq \cdot H \ll \pi n$. Раскладывая \sin по $dq \cdot H$ и используя условие $E = E_{\max}/\sqrt{2}$, находим

$$dq = \frac{4\pi n}{k_1 H^2} |\operatorname{Im} C|, \quad C = \frac{1}{i} \frac{u_0^2 + (i/k_1)(u_0' M_0(0) - u_0 M_0'(0))}{u_0^2 + (u_0'/k_1)^2}, \quad d\omega = 4c \cdot |a_i| \frac{\pi^2 n^2}{k_1^2 H^3} |\operatorname{Im} C|, \quad (11)$$

где c – скорость света, $d\omega$ – ширина окон прозрачности, которая обратно пропорциональна кубу толщины кристалла (H^3) и пропорциональна квадрату номеру окна (n^2).

Подобный подход к расчету поля, видимо, возможен с минимальными доработками и в двух- и трехмерном ФК (мы не учитывали потери, хотя очевидно, что это не скажется на свойствах катастрофически). Этот вопрос требует самостоятельного исследования.

5. Чтобы подтвердить зависимости максимального поля E_{\max} , положений максимумов поля и ширин окон прозрачности от толщины кристалла H и номера окна n мы провели точный компьютерный расчет поля распространяющейся в ФК волны с зависимостью показателя преломления от глубины вида $n = n_0(1 + \alpha \sin(\pi(x/\Lambda)))$, где α – относительная амплитуда модуляции. Решалось дифференциальное уравнение (1) внутри ФК и сшивалось с падающей, прошедшей и отраженной волнами на его границах. Полученные результаты для свойств окон прозрачности с коротковолновой стороны ЗЗ представлены на рис. 3. Среднее значение показателя преломления среды – $n_0 = 1.79$ с амплитудой модуляции $\alpha = 0.33$, с резонансной длиной волны 600 нм, соответствующей периоду 167.6 нм. В этих координатах все точки хорошо аппроксимируются прямыми, по которым при необходимости можно найти соответствующие константы. При единичной амплитуде падающего поля E_{\max} является коэффициентом увеличения амплитуды поля. Зависимости рассчитанных коэффициентов увеличения для первых четырех окон при различных толщинах слоев показаны на рис. 3(а). Они хорошо аппроксимируются линейной зависимостью в полном соответствии с (8), которое принимает вид $E_{\max} = \operatorname{const} \cdot H/n$. На рис. 3(б) показаны значения коэффициента увеличения максимальной амплитуды поля от толщины ФК, деленной на номер окна для разных окон. Они по той же причине также хорошо легли на общую прямую.

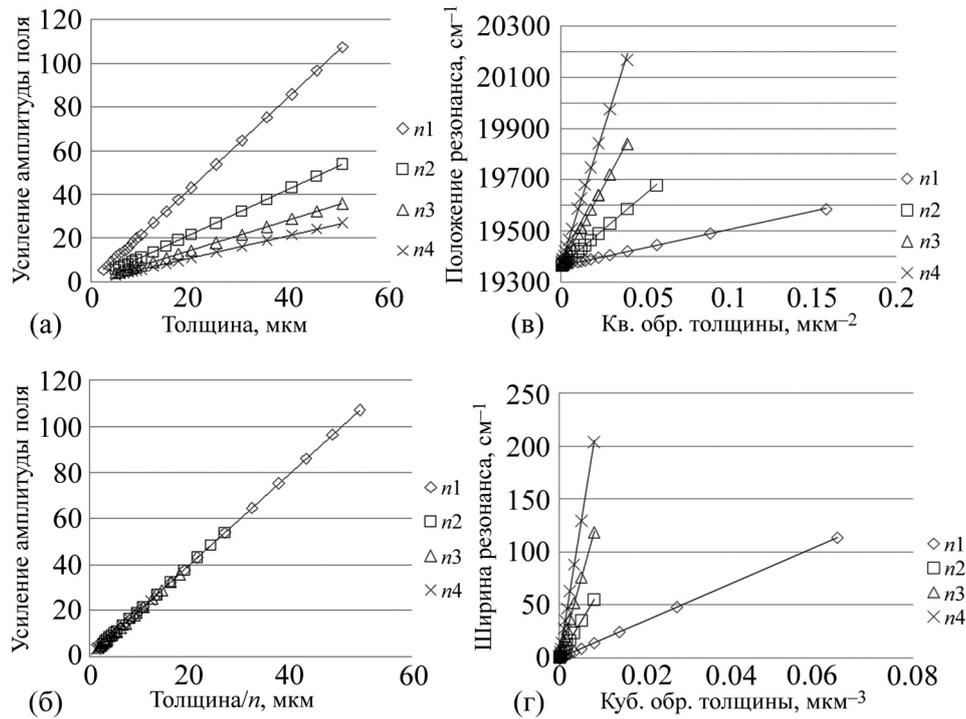


Рис. 3: Зависимости для нижней границы второй разрешенной зоны (для коротковолнового края 1-ой ЗЗ): коэффициента увеличения максимальной амплитуды поля от толщины ФК (а); коэффициента увеличения максимальной амплитуды поля от толщины ФК, деленной на номер окна (б); положения резонанса от квадрата обратной толщины (в); ширины резонансов от куба обратной толщины (г). Значок n_i относится к окну с номером i . Прямые – линейные аппроксимации соответствующих точек. Параметры ФК в тексте.

Полученные зависимости положения резонанса от квадрата обратной толщины ФК для первых 4-х окон показаны на рис. 3(в). Они также хорошо аппроксимируются прямыми линиями, т.к. выражение (10), имеет вид $\omega = \omega_0 + \text{const} \cdot n^2/H^2$. Из (10) видно также, что частота края зоны для бесконечного кристалла равна свободному члену в этом выражении. Все 4 прямые пересекают ось частот практически в одной точке: ее среднее значение для этих прямых составляет 19366.3 см^{-1} (стандартное отклонение 4 см^{-1}), что является высокочастотным краем зоны. Так же можно рассчитать низкочастотный край зоны. В силу симметрии ЗЗ ширину ее нетрудно получить только из параметров высокочастотного края. Выше расчет проведен для резонансной частоты 600 нм (16666.7 см^{-1}). Расстояние от центра зоны до высокочастотного края составляет

2699.6 см⁻¹ и ее ширина составляет 5399.2 см⁻¹. Расчетные значения положения резонанса линейны также и в зависимости от квадрата номера окна при постоянной толщине ФК. Из линейной аппроксимации этой зависимости для одного значения толщины кристалла можно также определить значение края ЗЗ и провести подобные построения, которые были приведены выше. Для расчетных значений положения первых 4-х окон прозрачности в кристалле толщиной 10.066 мкм аппроксимирующая прямая пересекает ось частот при значении 19364 см⁻¹, что совпадает с полученным выше значением. Зависимости ширины окна от обратного куба толщины (в соответствии с (11) имеющей вид $\delta\omega = \text{const} \cdot n^2/H^3$) приведены на рис. 3(г) и также хорошо аппроксимируются прямыми линиями.

Выводы. 1. Для описания распространения в среде без потерь через ограниченный одномерный ФК большой толщины общего вида (без конкретизации поведения диэлектрической постоянной $\varepsilon(x)$ на периоде) поля с частотами, лежащими вблизи запрещенной зоны, построена теория возмущений с помощью набора собственных функций $u_{q_0}^{(i)}$, соответствующих границам зон для слоя бесконечной толщины. Получены выражения для распределения светового поля по глубине ФК, амплитуды прошедшего через ФК и отраженного поля. Показано, что эти выражения описывают существование известных окон прозрачности с полным пропусканием и нулевым отражением.

2. Для общего вида профиля ДП на периоде ФК конечной толщины получены выражения для зависимостей параметров окон прозрачности. Показано, что в разработанном подходе также коэффициент увеличения амплитуды поля в кристалле пропорционален толщине кристалла, отклонение положения окна прозрачности от края зоны пропорционально квадрату обратной толщины кристалла, ширина окна пропорциональна кубу обратной толщины кристалла. Впервые показано, что коэффициент увеличения амплитуды поля в кристалле пропорционален обратному номеру окна прозрачности, а ширина окна прозрачности пропорциональна квадрату номера этого окна.

3. Точный расчет этих параметров с помощью компьютерной модели прохождения через ФК с синусоидальным профилем переменной части ДП для ряда толщин и числа окон прозрачности показал удовлетворительное совпадение полученных зависимостей с зависимостями, полученными с помощью теории возмущений.

4. Показано, что по линейной аппроксимации зависимости положения резонанса от квадрата номера резонанса по данным, полученным для одного значения толщины кристалла, можно определить точное значение краев ЗЗ и ее ширину.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
- [2] А. А. Крайский, А. В. Крайский, *III Всеросс. Конф. по фотонике и инф. оптике* Сб. науч.тр. (М., МИФИ, 2014), с. 61.
- [3] В. В. Капаев, Квантовая электроника **16**(11), 2271 (1989).
- [4] J. M. Bendickson, J. P. Dowling, and M. Scalora, Phys. Rev. E **53**, 4107 (1996).
- [5] M. J. Steel and C. Martijn de Sterke, J. Opt. Soc. Am. B **12**(12), 2442 (1995).
- [6] J. W. Haus, R. Viswanathan, M. Scalora et al., Phys. Rev. A **57**(3), 2120 (1998).
- [7] D. Pezzetta, C. Sabilia, M. Bertolotti, et al., J. Opt. Soc. Am. B **18**(9), 1326 (2001).
- [8] C. De Angelis, F. Gringoli, M. Midrio, et al., JOSA B **18**(3), 348 (2001).
- [9] A. Settimi, S. Severini, N. Mattiucci, et al., Phys. Rev. E **68**, 026614 (2003).
- [10] W. C. L. Hopman, H. J. W. M. Hoekstra, R. Dekker, et al., Optics Express **15**, 1851 (2007).
- [11] A. Figotin and I. Vitebskiy, Waves in Random and Complex Media **16**(3), 293 (2006).
- [12] M. Merklein, I. V. Kabakova, T. F. S. Buettner, et al., Nat.Comms. **6**, 6396 (2015).
- [13] S. Wicharn, Pr. Buranasiri, Ch. Ruttanapunt, et al., App. Optics. **52**(25), 6090 (2013).
- [14] S. Joseph, M. S. Khan, and A. K. Hafiz, Phys. Lett. A **378**, 1296 (2014).
- [15] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic crystals: Molding the flow of light* (Princeton University Press, 1995).
- [16] V. I. Kopp, B. Fan, H. K. M. Vithana, and A. Z. Genack, Opt. Lett. **23**, 1707 (1998).
- [17] V. Boyko, G. Dovbeshko, O. Fesenko, et al., Mol. Cryst. Liq. Cryst. **535**, 30 (2011).
- [18] G. Dovbeshko, O. Fesenko, V. Boyko, et al., Ukr. J. Phys. **57**(2), 154 (2012).
- [19] D. A. Mamichev, K. A. Gonchar, V. Y. Timoshenko, et al., Raman. Spectrosc. **42**, 1392 (2011).
- [20] V. S. Gorelik, A. D. Kudryavtseva, and N. V. Tcherniega, JRLR **29**(6), 551 (2008).
- [21] V. S. Gorelik, A. D. Kudryavtzeva, N. V. T. Tcherniega, et al., JRLR **34**(1), 1 (2013)
- [22] В. С. Горелик, Квантовая электроника **37**(5), 409 (2007).
- [23] В. С. Горелик, В. В. Капаев, ЖЭТФ **150**, вып. 3 (9), 435 (2016).
- [24] Л. Д. Ландау, Е. М.Лифшиц, *Квантовая механика* Изд. 2е (М., Наука, 1963).

Поступила в редакцию 9 сентября 2016 г.

После переработки 24 января 2018 г.