

УДК 539.1.076

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КРИВОЙ БРЭГГА ДЛЯ РАБОТЫ С ДЕТЕКТОРОМ ТЕЛЕВИЗИОННОГО ТИПА НА РАДИОТЕРАПЕВТИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

А. В. Гринкевич¹, В. В. Сиксин²

Предложена математическая модель для работы вычислителя детектора телевизионного типа с аналитической аппроксимацией кривой Брэгга в простом виде для быстрых вычислений. Получена аналитическая формула, справедливая для энергий протонов от 60 до 180 МэВ, в основе которой лежит комбинация функций параболического цилиндра, дающая хорошее согласие с численными методами и экспериментальными данными.

Ключевые слова: область энерговыведения, водный фантом, адаптивная телевизионная камера, пик Брэгга, глубинное дозное распределение, аналитическая аппроксимация, функция параболического цилиндра.

Введение. Основной проблемой в планировании лучевой терапии является определение кривых зависимости доза-глубина (кривых Брэгга). Для улучшения качества протонной дозиметрии был предложен новый вид детектора “reacfinder” – детектор телевизионного типа, описанный ранее в работах [1, 2]. Детектор телевизионного типа реализует новую методику диагностики дозных полей, регистрируя и вычисляя точные распределения и значения основных характеристик пучка при планировании протонной терапии.

Типичный вид телевизионного кадра детектора показан на рис. 1.

На рис. 1 при энергии пучка протонов 80 МэВ показан результат попиксельного измерения длины “области свечения”, который определяет величину $z = 51$ мм (z – точка останова протона в водном фантоме, которую фиксирует детектор телевизионного типа по вспышке в конце пути протона). В результате экспериментов с детектором телевизионного типа получены результаты измерений пиков Брэгга в водном фантоме для различных энергий на терапевтическом протонном ускорителе г. Протвино [1].

¹ ООО “ЭВС”, 195253 Россия, Санкт-Петербург, Салтыковская дорога, 18.

² ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: antktech@yandex.ru.

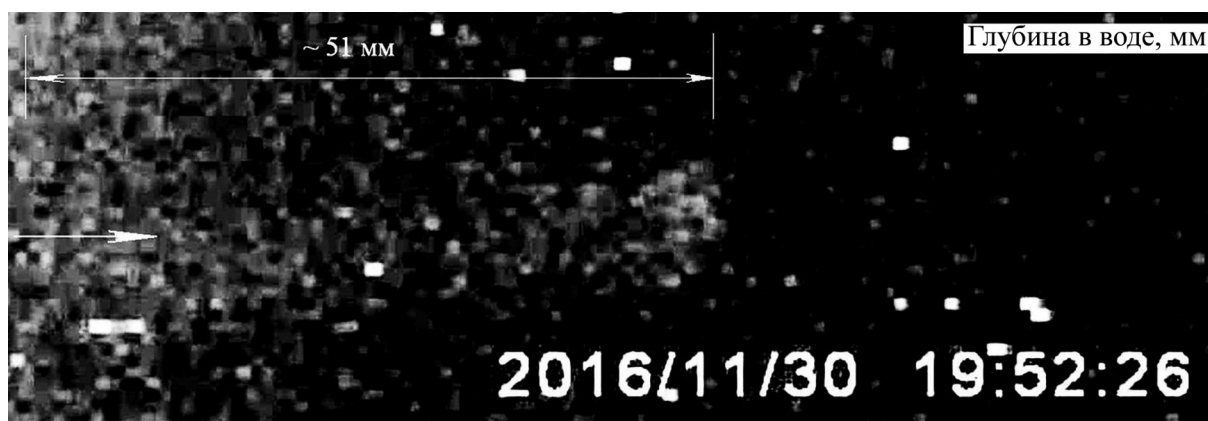


Рис. 1: “Область свечения”, регистрируемая детектором телевизионного типа.

В вычислитель детектора заложена математическая модель, при отработке которой удалось получить аналитическую аппроксимацию кривой Брэгга в простом и удобном виде, позволяющем проводить быстрые вычисления в on-line режиме работы. Полученная аналитическая формула справедлива для энергий протонов от 60 до 180 МэВ. В предлагаемой модели в качестве основного базиса используется комбинация функций параболического цилиндра, описывающая кривые Брэгга. Полученная аналитическая модель согласуется с численными методами [3], а также с экспериментальными данными, описанными в литературе [4–6].

Получение аналитической зависимости дозы от глубины энергосвечения в водном фантоме. Для получения кривой аналитического вида зависимости поглощенной дозы в водном фантоме было отработано 21 значение энергии с шагом 5 МэВ в интервале энергий от 60 до 150 МэВ. В расчет поглощенной дозы закладывалась нормировка на падающий поток протонов на фантом, равный $1 \cdot 10^9$ протонов за импульс ускорителя. Выведенная аналитическая формула позволяет по величине z , измеренной детектором телевизионного типа, вычислить поглощенную дозу (в зависимости от z в светящемся пике Брэгга):

$$DOZA(z) = K_1 e^{-39.0625(R_0 - z)^2} [K_2 D_{-1.565}(-12.5(R_0 - z)) + 140.75 D_{-0.565}(-12.5(R_0 - z))], \quad (1)$$

где K_1 и K_2 – константы; R_0 – параметр, зависящий от начальной энергии E_0 налетающего протона [6]; z – точка (текущая глубина) в водном фантоме, измеренная детектором; $D_{-1.565}$ и $D_{-0.565}$ – функции параболического цилиндра.

В выведенной аналитической формуле (1) основным базисом являются функции параболического цилиндра $D_{-0.565}$ и $D_{-1.565}$ [8], два члена этой формулы (с разными

амплитудами) позволяют правильно описать кривые Брэгга как $DOZA(z)$. Подбирая коэффициенты в формуле (1) и параметр R_0 (фитируя), удалось получить удовлетворительное описание пиков Брэгга формулой (1) в интервале энергий 60–150 МэВ.

В таблице 1 приведены результаты работ по определению коэффициентов K_1 , K_2 и параметра R_0 для 10 энергий с шагом 10 МэВ.

Т а б л и ц а 1

Константы и параметры аналитического выражения (1)

| Энергия, МэВ | Параметр | | |
|--------------|----------|--------|------------|
| | K_1 | K_2 | R_0 , см |
| 60 | 0.2221 | 0.9495 | 3.1259 |
| 70 | 0.1893 | 0.7511 | 4.17 |
| 80 | 0.1717 | 0.6352 | 5.18 |
| 90 | 0.1516 | 0.5471 | 6.35 |
| 100 | 0.1407 | 0.4808 | 7.65 |
| 110 | 0.1277 | 0.4304 | 9.06 |
| 120 | 0.1172 | 0.3922 | 10.53 |
| 130 | 0.1048 | 0.3614 | 12.12 |
| 140 | 0.0997 | 0.3385 | 13.65 |
| 150 | 0.0882 | 0.3186 | 15.33 |

Погрешность, с которой формула (1) описывает пик Брэгга по отношению к известным результатам, полученным по численным методам, например, в сравнении с МНСР [3], составляет $\sim 2.5\%$. В работе [7], где также использовалась функция параболического цилиндра, наблюдалось аналогичное совпадение зависимости поглощенной дозы от глубины z с экспериментальными данными и численным методом.

Графическое представление пиков Брэгга показано на рис. 2.

Далее, используя результаты расчета по формуле (1), для каждой из 21 энергий, взятых с шагом 5 МэВ в интервале от 60 до 180 МэВ, в окрестности максимума пика Брэгга вычислялась средняя доза – было получено 21 значение поглощенной дозы для интенсивности пучка налетающих протонов $1 \cdot 10^9$ за импульс.

Аппроксимация дозы полиномом 5-й степени. По 21-му значениям средней дозы, вычисленным по формуле (1), была проведена статистическая обработка нелинейным

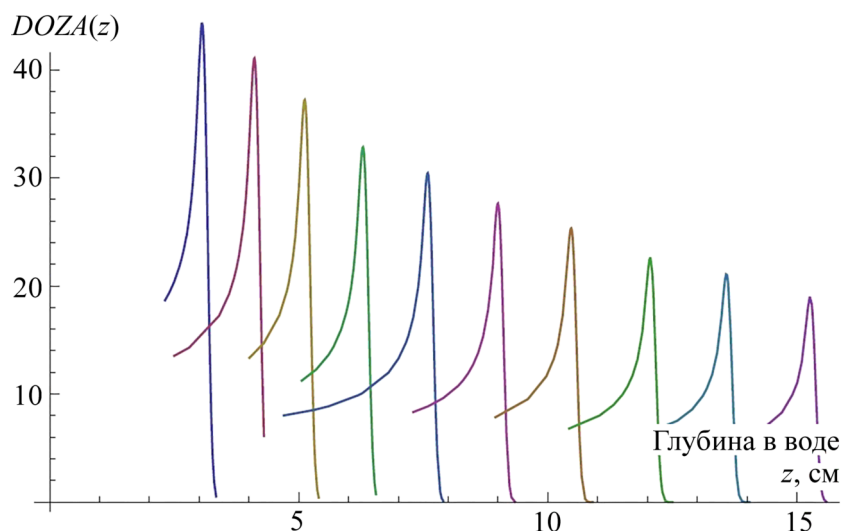


Рис. 2: Кривые пиков Брэгга, определенные по формуле (1). E_0 от 60 до 150 МэВ слева направо с шагом 10 МэВ.

методом наименьших квадратов и определены параметры полинома 5-й степени. Получено следующее уравнение:

$$DOZA(z) = 82.8367 - 16.7705z + 2.20356z^2 - 0.158881z^3 + 0.005726z^4 - 0.00008065z^5. \quad (2)$$

На рис. 3 приведены точки, определенные из формулы (1) и аппроксимирующая кривая, определяемая формулой (2).

Формула (2) является основой программного обеспечения детектора телевизионного типа и в представленном виде справедлива для интенсивности пучка налетающих протонов $1 \cdot 10^9$ за импульс. Совокупность формул (2), выведенных для практических значений применяемых интенсивностей, позволяет осуществлять конечные расчеты непосредственно вычислителем детектора.

Анализ точности измерения поглощенной дозы для клинического протонного пучка. Из нормативных актов в настоящее время действуют рекомендации МАГАТЭ 2004 года [9]. В главе 10 (Практические рекомендации для пучков протонов) определено, что для протонов с энергией в интервале от 50 до 250 МэВ при измерении поглощенной дозы вдоль центральной оси (ось z) допускается стандартная неопределенность измеренной дозы 2–2.3%.

Используя формулу (2) аппроксимации DOZA от z , была произведена оценка аналитической ошибки измерения дозы при пяти значениях энергий, для которых осуществлялись практические измерения величины z детектором телевизионного типа [1].

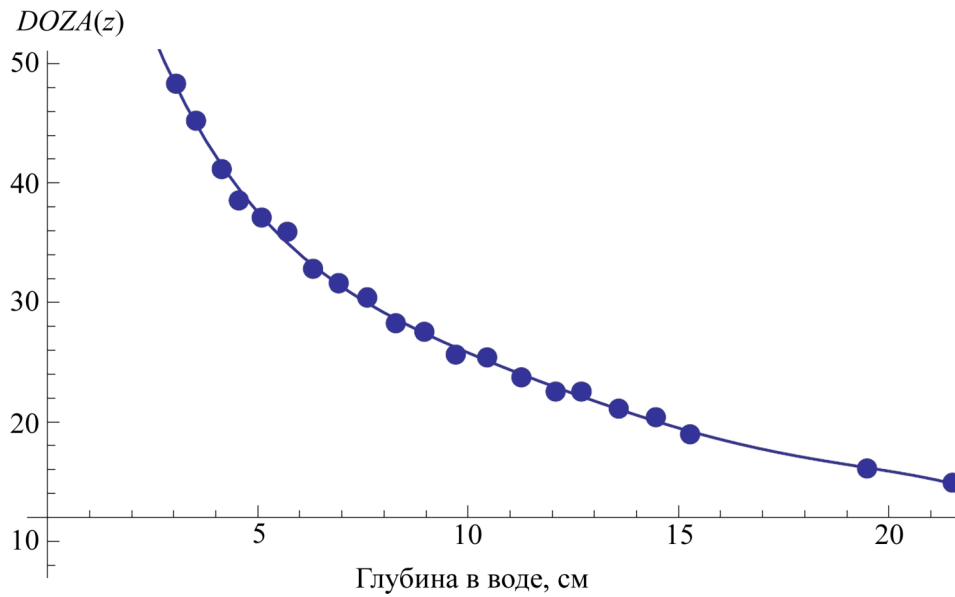


Рис. 3: Аппроксимирующая кривая по формуле (2) и точки, определенные по формуле (1).

Закладывая в формулу (2) требование по ошибке измерения дозы, равной 2%, определены допустимые аналитические ошибки в измерении длины по z , результаты вычислений которых представлены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Допустимые аналитические ошибки в измерении величины z

| Энергия, МэВ | Максимально допустимая ошибка Δz , мм |
|--------------|---|
| 60 | 1.40 |
| 80 | 2.00 |
| 100 | 2.80 |
| 150 | 4.00 |
| 170 | 4.60 |

Инструментальная ошибка в измерении длины по z определяется возможностями конструкции детектора телевизионного типа и вычисляется по формуле:

$$\Delta z_{\text{дт}} = \frac{n_{\text{п}} \cdot d_{\text{п}}}{v_{\text{ос}}}, \quad (3)$$

где $\Delta z_{\text{дт}}$ – инструментальная точность измерения длины пробега частиц детектором; $d_{\text{п}}$ – размер пикселя телевизионного ПЗС фотоприемника (6.4 мкм); $n_{\text{п}}$ – число пикселей

телевизионного ПЗС фотоприемника, объединяемых в один (4); v_{oc} – параксиальное увеличение оптики сопряжения (-0.02).

Подставляя значения, получаем значение инструментальной ошибки детектора, равное $\Delta z_{дт} = 1.28$ мм. Таким образом, телевизионный детектор позволяет измерять дозу с точностью, не хуже заданной рекомендациями МАГАТЭ для энергий протонов от 60 до 180 МэВ. Отработана математическая модель с аналитической аппроксимацией кривой Брэгга в простом и удобном виде, позволяющем проводить быстрые вычисления в on-line режиме работы.

Авторы выражают благодарность В. Е. Балакину за практические консультации и предоставление возможности работы на протонном ускорителе, А. И. Львову за консультации и поддержку работы, А. Е. Чернуха за творческие обсуждения численных методов при проведении расчетов дозных полей.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] А. В. Гринкевич, В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН **44**(2), 3 (2017).
- [2] А. В. Гринкевич, В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН **44**(5), 8 (2017).
- [3] J. F. Briesmelster, Report LA-13709-M (Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, 2000).
- [4] K.-U. Gardey, "A Pencil Beam Model for Proton Therapy–Treatment Planning and Experimental Results", Ph.D. thesis, Universitat Heidelberg, 1996.
- [5] U. Oelfke, K.-U. Gardey, E.W. Blackmore, and G. K. Y. Lam, "Proton dosimetry at TRIUMF: Experimental profiles and PTRAN MC calculations", in PTCOG XXII, San Francisco, 1995. <http://www.ptcog.ch/index.php/ptcog-publications> .
- [6] J. F. Janni, At. Data Nucl. Data Tables **27**, 147 (1982).
- [7] T. Bortfeld, Med. Phys. **24**(12), 2024 (1997).
- [8] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds., Handbook of Mathematical Functions (Dover, New York, 1972).
- [9] Серия Технических Докладов № 398. Международные практические рекомендации по дозиметрии, основанные на эталонах единицы поглощенной дозы в воде. При поддержке IAEA, WHO, PAHO и ESTRO (Международное агентство по Атомной энергии, Вена, 2004).

Поступила в редакцию 25 января 2018 г.