УДК 538.975

ПОЛЯРИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

Н. А. Пенин

Проанализировано влияние столкновений электронов с атомами решетки в металле на поляризацию металлической частицы в переменном электрическом поле. Показано, что в отличие от бесстолкновительного (свободного) электронного газа, в релаксационных металлических частицах увеличение отрицательной электронной диэлектрической проницаемости с уменьшением частоты электрического поля ограничивается временем релаксации проводимости. Показано, что в релаксационном металле плазменная частота возникает только если время диэлектрической релаксации меньше времени свободного пробега в металле.

При помещении металлической частицы в переменное электрическое поле наряду с эффектами проводимости возникает эффект поляризации металлической частицы, что проявляется в возникновении эффективной диэлектрической проницаемости [1, 2, 4]. Рассматривается эффект поляризации прямоугольной металлической частицы в переменном электрическом поле. Предполагается, что размер частицы d превышает длину свободного пробега электрона.

Известно, что если поместить металлический образец в постоянное электрическое поле, то в образце произойдет перемещение электронов в сторону положительного полюса источника поля. На концах металлического образца возникнут заряды, электрическое поле которых в образце будет направлено против внешнего поля, т. е. произойдет поляризация образца. Электрическое поле зарядов, возникших на противоположных поверхностях образца, скомпенсирует внешнее поле, и в образце электрическое поле будет отсутствовать. Поляризованный образец в целом останется нейтральным, так как поверхностные заряды равны по величине и противоположны по знакам.

Возникшую поляризацию образца можно уничтожить, если соединить проводом поверхностные заряды. При этом поверхностные заряды нейтрализуются, и образец перестает быть поляризованным, что эквивалентно разрядке одиночного заряженного конденсатора через внешнюю цепь.

При наличии внешней цепи, содержащей источник ЭДС, соединяющей противоположные концы образца, поляризация будет непрерывно возникать и поляризационные заряды, также непрерывно, будут нейтрализоваться (стекать).

Таким образом, наличие внешней сторонней силы вызывает непрерывную нейтрализацию поляризационных зарядов образца, которые замыкаются (нейтрализуются) через внешнюю цепь, и во внешней цепи возникает постоянный ток, который по своей природе, является поляризационным.

Действительно, вектор поляризации электрона $p = -ex$. В переменном электрическом поле производная вектора поляризации $\frac{dp}{dt} = -e\frac{dx}{dt} = -ev$, т. е. является элементарным током, создаваемым одним электроном. При концентрации электронов n производная вектора поляризации P единицы объема $\frac{dP}{dt} = -evn = j$, т. е. равна плотности электрического тока.

Так как производная вектора поляризации в переменном поле эквивалентна плотности тока, то для рассмотрения возникновения поляризации проводника в переменном электрическом поле воспользуемся уравнением движения электронов под действием переменного электрического поля $E = E_0e^{i\omega t}$ в виде:

$$m\frac{dv}{dt} + m\frac{v}{\tau} = -eE_0e^{i\omega t}, \qquad (1)$$

где v – мгновенная скорость электрона, m – масса электрона, τ – время свободного пробега электрона. Второй член в уравнении означает импульс, отдаваемый электроном решетке при столкновении за время свободного пробега τ. Будем искать решение этого уравнения в виде

$$v = v_0e^{i\omega t}.$$

Подставляя v в уравнение (1), получим для мгновенной скорости соотношение

$$v = \frac{e}{m}\tau\frac{1}{1+i\omega\tau}E.$$

Согласно определению, плотность электронного тока $j = -evn$. Поэтому

$$j = \frac{e^2n}{m}\frac{\tau}{1+i\omega\tau}E. \qquad (2)$$

Освободившись от комплексности в знаменателе, получим, что плотность тока может быть представлена в виде

$$j = \sigma_0 \left(\frac{1}{1+\omega^2\tau^2} - i\frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \right) E, \tag{3}$$

где $\sigma_0 = \dfrac{e^2\tau}{m}n$ – проводимость на постоянном токе.

Таким образом, проводимость Y оказывается комплексной величиной и может быть представлена в виде действительной компоненты

$$\mathrm{Re}Y = \sigma_0 \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}$$

и мнимой компоненты

$$\mathrm{Im}Y = -\sigma_0 \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}.$$

В то же время известно, что в случае, когда в проводнике действует переменное электрическое поле, полная плотность тока является суммой, состоящей из тока проводимости и максвелловского тока смещения, плотность которого, согласно уравнениям Максвелла

$$j_m = \frac{\epsilon_0}{4\pi}\frac{\partial E}{\partial t},$$

где ϵ_0 – микроскопическая диэлектрическая проницаемость металла. В переменном поле $E = E_0 e^{i\omega t}$ плотность максвелловского тока смещения $j_d = i\dfrac{\epsilon_0\omega}{4\pi}E$. Поэтому полная плотность тока

$$j = \frac{e^2\tau}{m}n\frac{1}{1+i\omega\tau}E + i\omega\frac{\epsilon_0}{4\pi}E.$$

Поскольку $e^2 n\tau/m = \sigma_0$ – электропроводность на постоянном токе, то выражение для полной плотности тока можно представить в виде:

$$j = \left[\frac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2} + i\frac{\omega}{4\pi}\left(\epsilon_0 - \frac{4\pi\sigma_0\tau}{1+\omega^2\tau^2} \right) \right] E.$$

Второй член в круглых скобках имеет размерность диэлектрической проницаемости, обусловленной подвижными электронами. Следовательно, эффективная диэлектрическая проницаемость металла в переменном электрическом поле с частотой ω определяется выражением

$$\epsilon = \epsilon_0 - 4\pi\sigma_0\frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}. \tag{4}$$

При этом действительная компонента проводимости в переменном поле

$$\sigma = \sigma_0\frac{1}{1+\omega^2\tau^2}.$$

На малых частотах, когда $\omega\tau \ll 1$, т. е. когда период колебаний T значительно превышает время свободного пробега τ, проводимость не зависит от частоты и совпадает с проводимостью на постоянном токе σ_0. Напротив, на высоких частотах, когда $\omega\tau > 1$, проводимость уменьшается с увеличением квадрата частоты и приобретает вид, описывающийся известной формулой Друде для высокочастотной (оптической) проводимости $\sigma(\omega) = \dfrac{ne^2}{m\omega^2\tau}$ [3].

Из выражения (4) следует, что с увеличением частоты переменного поля происходит уменьшение вклада электронов в диэлектрическую проницаемость ϵ_0, и на достаточно высоких частотах, при которых $\omega\tau \gg 1$, вклад свободных электронов в диэлектрическую проницаемость ϵ_0 перестает зависеть от времени свободного пробега электрона τ, и при частоте $\omega \to \infty$ стремится к нулю, так что $\epsilon \to \epsilon_0$.

В области низких частот, когда $\omega\tau \ll 1$, в частности при частоте $\omega \to 0$, эффективная диэлектрическая проницаемость $\epsilon \to \epsilon_0 - 4\pi\sigma_0\tau$ и становится отрицательной, если $4\pi\sigma_0\tau > \epsilon_0$.

Возникновение отрицательной эффективной диэлектрической проницаемости ϵ аналогично возникновению отрицательной эффективной емкости C_e [5], поскольку $C_e = \dfrac{\epsilon}{4\pi d}$. К тому же обе величины ϵ и C_e принимают нулевые значения при одной и той же частоте ω_p (см. ниже формулу (6)).

Оценим ϵ, например, для железа при $\omega \to t_0$ и комнатной температуре. Электронная диэлектрическая проницаемость ϵ_{el} определяется из формулы (4),

$$\epsilon_{el} = -\frac{4\pi\sigma_0\tau}{1+\omega^2\tau^2}.$$

Для железа имеются следующие данные:

$$n = 1.7\cdot 10^{23}\ \mathrm{cm}^{-3},$$

$$\tau = 2.4\cdot 10^{-15}\ \mathrm{s},$$

$$m = 9.11\cdot 10^{-28}\ \mathrm{g},$$

$$e = 4.803\cdot 10^{-10}\ \mathrm{CGS},$$

$$\epsilon_0 \approx 16.$$

Из этих данных следует, что при частоте $\omega \to 0$ эффективная диэлектрическая проницаемость железа $\epsilon \to -3100$, т. е. становится отрицательной и достаточно большой.

Из выражения (4) следует, что при некоторой частоте переменного поля эффективная диэлектрическая проницаемость обращается в нуль. Эту частоту принято называть плазменной. При этом сдвиг фаз между действительной и мнимой компонентами тока проводимости компенсируется. Поэтому полная проводимость определяется действительной компонентой проводимости. Явление компенсации диэлектрической проницаемости решетки проводника кинетической диэлектрической проницаемостью электронов иногда называют плазменным резонансом.

Частота ω_{pl}, при которой возникает плазменный резонанс, определяется из условия

$$\epsilon_0 = \frac{4\pi\sigma_0\tau}{1+\omega_{pl}^2\tau^2}$$

и выражается соотношением

$$\omega_p = \frac{1}{\tau}\left(\frac{4\pi\sigma_0}{\epsilon_0}\tau - 1\right)^{1/2}. \tag{5}$$

Величина $\dfrac{\epsilon}{4\pi\sigma_0} = \tau_d$ является временем диэлектрической релаксации. Поэтому соотношение (5) можно записать в виде

$$\omega_p = \frac{1}{\tau}\left(\frac{\tau}{\tau_d} - 1\right)^{1/2}. \tag{6}$$

Очевидно, что резонанс или плазменная частота имеет место при условии, если только $\tau_d < \tau$. При $\tau_d = \tau$ резонанс и, следовательно, плазменная частота не существуют, т. е. $\omega_{pl} = 0$. Если $\tau_d \ll \tau$, то ω_p приобретает известную для бесстолкновительной плазмы форму:

$$\omega_{pl} = \frac{1}{\sqrt{\tau_d\tau}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n}{\epsilon_0 m}}.$$

Как было показано выше, эффективная диэлектрическая проницаемость определяется уравнением (4). Из этого уравнения следует, что резкое увеличение электронной диэлектрической проницаемости ϵ_{el} с уменьшением частоты может быть вызвано движением подвижных электронов.

В отсутствие столкновений электронов, т. е. в свободном электронном газе, понижение частоты поля приводит к неограниченному увеличению отрицательной электронной диэлектрической проницаемости [1, 3].

Однако при наличии столкновений электронов с атомами решетки, увеличение отрицательной электронной диэлектрической проницаемости с уменьшением частоты ограничивается. Поэтому при частоте, равной нулю, полная диэлектрическая проницаемость будет определяться величиной $\epsilon = \epsilon_0 - 4\pi\sigma_0\tau$.

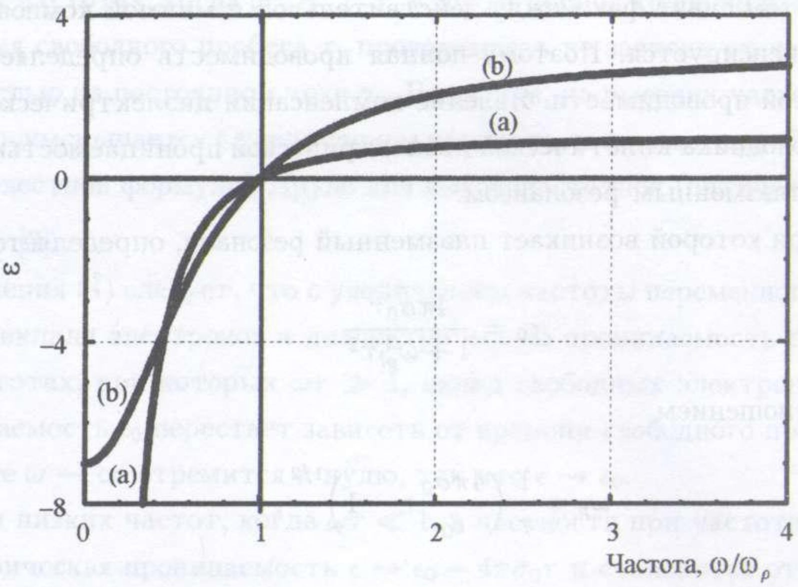

Рис. 1. *Зависимость диэлектрической проницаемости от круговой частоты. (a) Газ свободных электронов: концентрация электронов $n = 10^{22}$ cm^{-3}, плазменная частота $\omega_{pl} = 5.641 \cdot 10^{15}$ sec^{-1}; (b) Релаксационный металл: концентрация электронов $n = 3.143 \cdot 10^{21}$ cm^{-3}, время релаксации $\tau = 10^{-15}$ s, плазменная частота $\omega_{pl} = 1.527 \cdot 10^{15}$ sec^{-1}, макроскопическая диэлектрическая проницаемость $\epsilon_0 = 3$.*

На рис. 1 представлены зависимости эффективной диэлектрической проницаемости ϵ от частоты для двух случаев: для газа свободных электронов [1, 3], и металла со временем релаксации проводимости τ.

Величина поляризации проводникового образца зависит от величины переменного тока во внешней цепи, содержащей источник ЭДС, соединяющей противоположные концы образца. В отсутствие тока, но в присутствии постоянного электрического поля, поляризация является полной, статической. С увеличением тока поляризация образца уменьшается, и при токе в цепи, равном поляризационному току, исчезает, и разность потенциалов на образце обращается в нуль. С увеличением тока меняется знак разности потенциалов на поляризуемом образце и возникает обычный дрейфовый ток во всей цепи. С дальнейшим увеличением тока полярность разности потенциалов (напряжения) на образце совпадает с полярностью приложенного напряжения.

При уменьшении частоты поля эффективная диэлектрическая проницаемость образца, как было отмечено выше, становится отрицательной и возрастает. С увеличением частоты приложенного поля эффект поляризации исчезает и диэлектрическая проницаемость частицы стремится к микроскопической диэлектрической проницаемости частицы ϵ_0. В металлических частицах различной формы эффект поляризации различен из-за деполяризующего поля. Для плоского образца эффект поляризации равен 4π, а для сферического равен $3/4\pi$.

Из проведенного в данной статье анализа следует, что увеличение отрицательной диэлектрической проницаемости с уменьшением частоты переменного поля в релаксационном металле ограничивается временем релаксации или временем свободного пробега электрона. В железе, например, при уменьшении частоты до нуля диэлектрическая проницаемость становится отрицательной и достигает величины порядка –3000. На частоте, равной плазменной, эффективная диэлектрическая проницаемость образца ϵ обращается в нуль, а на высокой частоте стремится к микроскопической диэлектрической проницаемости материала ϵ_0. Показано, что возникновение отрицательной эффективной диэлектрической проницаемости аналогично возникновению отрицательной эффективной емкости [5].

Кроме того, показано, что в металле со временем свободного пробега τ плазменная частота возникает только если время диэлектрической релаксации τ_d меньше времени свободного пробега в металле τ.

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований Президиума РАН “Квантовые наноструктуры” и РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ч. Киттель, *Введение в физику твердого тела* (М., Наука, 1978), с. 282.

[2] А. Анималу, *Квантовая теория кристаллических твердых тел* (М., Мир, 1981), с. 264.

[3] Н. Ашкрофт, Н. Мермин, Физика твердого тела **1,2** (М., Мир, 1979).

[4] Дж. Займан, *Принципы теории твердого тела* (М., Мир, 1974), с. 190.

[5] Н. А. Пенин, ФТП **30**, 626 (1996).

Поступила в редакцию 27 февраля 2008 г.

После переработки 22 января 2009 г.